Cursus Montague Grammatica

Henk J. Verkuyl

UiL OTS
Universiteit van Utrecht

2000

Inhoudsopgave

Hoofdstuk 1

Het Nederlands en de predikatenlogica

1.1 Inleiding

Het Nederlands is een natuurlijke taal, predikaatlogische talen zijn formele talen. Dit hoofdstuk heeft als uitgangspunt de standaard eerste orde predikatenlogica, zoals die bijvoorbeeld in Gamut I is behandeld. Kennis daarvan wordt verondersteld, maar er wordt rekening mee gehouden dat die kennis wat is weggezakt. Vandaar dat dit hoofdstuk begint met wat vingeroefeningen in de predikatenlogica, inclusief de propositielogica. Dat gebeurt in § 1.2. De gegeven formules zijn gekozen met het oog op latere hoofdstukken.

Het uitgangspunt is dit. Een predikaatlogische taal is een formele taal, een geheel van uitdrukkingen (proposities, zinnen) die zijn opgebouwd volgens bepaalde regels en die bestaan uit predikaten, argumenten, kwantoren, connectieven, etc. Het Nederlands is een natuurlijke taal, ook een geheel van zinnen die zijn opgebouwd volgens regels. Die zinnen bestaan uit werkwoorden, naamwoordgroepen, adverbia, voegwoorden, etc. In beide soorten taal representeren de taalvormen de betekenis die aan ze wordt toegekend.

Er is vanaf het eind van de vorige eeuw een belangrijke stroming in de taal- en wetenschapsfilosofie waarin wordt gesteld dat de vormen uit de natuurlijke taal onbetrouwbaar zijn als dragers van betekenis. Natuurlijke talen zijn onduidelijk, ambigu, verwarrend. De predikatenlogica is wel duidelijk en niet ambigu. Daarom kan de predikatenlogica worden gebruikt om betekenissen uit het Nederlands te representeren. Het is dus nodig om het Nederlands te vertalen in het predikaatlogisch. Logische representaties voor zinnen uit de natuurlijke taal zijn derhalve vertalingen van Nederlandse (of Engelse, Franse, ...) zinnen en het idee is dat daarmee van de natuurlijke taal helderheid wordt afgedwongen. Er zijn echter nogal wat vertaalproblemen. Deze komen in § 1.3 aan de orde. Montague gaf een tegengeluid: ook het Nederlands is een formele taal. Daarover gaat deze cursus vanaf Hoofdstuk 2

1.2 Het standaardformaat

De syntaxis waarmee de formules van een eerste orde predikatenlogica L worden voortgebracht, is gegeven in Definitie 1:

Definitie 1:

a. Als P een n-plaatspredikaatletter is en elk van de termen $\mathrm{t}_1, \ldots, \mathrm{t}_n$ een constante of een variabele is, dan is $P^n(\mathrm{t}_1, \ldots, \mathrm{t}_n)$ een formule in L.
b. Als φ een formule in L is, dan ook $\neg\varphi$.
c. Als φ en ψ formules in L zijn, dan ook $(\varphi \wedge \psi), (\varphi \vee \psi), (\varphi \rightarrow \psi), (\varphi \leftrightarrow \psi)$.
d. Als α en β uitdrukkingen in L zijn, dan is $\alpha = \beta$ een formule in L.
e. Als φ een formule in L is en v een variabele, dan zijn $\exists v\varphi$ en $\forall v\varphi$ formules in L.
f. Niets is een uitdrukking in L dan datgene dat in een eindig aantal stappen is voortgebracht door (a) – (e).

Deze syntaxis wordt hier bekend verondersteld. Wie zich er niets bij kan voorstellen, moet Gamut I, hoofdstuk 3 (nog eens) grondig doornemen. Een deel ervan wordt hieronder ook behandeld, maar het is aan te bevelen om de grondslagen van de eerste orde logica systematisch te kennen. Noties als ‘bereik’, ‘binden’, ‘bedeling’ (assignment) dienen te zijn ge(re-)activeerd. Wat hier wordt behandeld, is overigens in veel gevallen voldoende om weggezakte kennis weer wat op te halen.
De notie van predikatenlogica omvat hier zowel de predicatie in engere zin (regels a,d,e) als de propositielogica (regels b,c). Ruwweg correspondeert dit in de taalkunde met het onderscheid tussen enkelvoudige zin en samengestelde zin. Aandacht voor de predicatiestructuur van een zin veronderstelt aandacht voor de interne structuur van een zin met daarin een hoofdrol voor het werkwoord (het predikaat). Het standaardformaat voor predicatie in de eerste orde predikatenlogica zonder kwantoren is dus op basis van regel a:

(1.1) $P^n(\mathrm{t}_1, \ldots, \mathrm{t}_n) \qquad (n \geq 1)$

met P^n een n-plaatspredikaat en $\mathrm{t}_1, \ldots, \mathrm{t}_n$ als zijn argumenten. Dit werkt in:

(1.2) a. Marie wandelt
b. $\textsc{wandelen}^1$(m)

(1.3) a. Jan kust Marie
b. $\textsc{kussen}^2$(j,m)

(1.4) a. Marie gaf Jan *Ulysses*
b. $\textsc{geven}^3$(j,m,u)

Superscripten staan hier voor het gemak: ze geven het aantal argumenten aan dat bij een werkwoord hoort. Ze signaleren direct een nog steeds niet goed opgelost probleem: wat te doen met zinnen als *Marie gaf Ulysses*? Of met *Marie wandelde een eindje*? Hierin ontbreekt een argument of lijkt iets een argument.

De semantiek van de werkwoorden in (1.2) – (1.4) is redelijk eenvoudig:

(1.5) $[\![P^n]\!] \subseteq \underbrace{A \times \ldots \times A}_{n} \quad (n \geq 1)$

De leidende gedachte is: een predikaat denoteert een verzameling individuen, paren, drietallen, etc. De term 'denoteren' voert van taal naar werkelijkheid: een uitdrukking α uit een taal denoteert een semantisch object $[\![\alpha]\!]$ in een bepaald domein A, dat wil zeggen, kiest dat object uniek uit. Nog iets anders gezegd: $[\![\alpha]\!]$ is de interpretatie van α in A. Interpreteren wordt gezien als een functie $[\![]\!]$ die opererend op uitdrukkingen uit de taal (uniek bepaalde) semantische waarden in een domein oplevert. In (1.2) is $[\![\text{WANDELEN}^1]\!] = \mathsf{W} = \{x|x \text{ wandelt}\}$. De interpretatie van het predikaat WANDELEN is een deelverzameling is van de verzameling A in het domein van interpretatie. Het semantische object $[\![\text{WANDELEN}^1]\!]$ is in dit geval dus een verzameling individuen, nl. die welke wandelen in het domein van interpretatie. Voor (1.3) zegt (1.5): de interpretatie van het tweeplaatspredikaat KUSSEN^2 is de verzameling van paren $\mathsf{K} = \{\langle x, y\rangle|x \in A_1 \text{ en } y \in A_2 \text{ en } x \text{ kust } y\}$, waarbij de relatie K een deelverzameling is van het zogeheten Cartesisch product van de verzameling van kussers A_1 en de verzameling A_2 van gekusten, d.w.z. $\mathsf{K} \subseteq A_1 \times A_2$. Voor de waarheid van zinnen als (1.3a) moet gelden: $\langle$Jan, Marie$\rangle \in \mathsf{K}$. Om (1.4) waar te maken moet de relatie G als subset van het Cartesisch product $A_1 \times A_2 \times A_3$ het tripel $\langle[\![\text{j}]\!], [\![\text{m}]\!], [\![u]\!]\rangle$ bevatten, ook wel te noteren als $\langle$Jan, Marie, *Ulysses*.
Iets algemener geformuleerd: de interpretatie van uitdrukkingen als (1.2) – (1.4) vindt plaats met betrekking tot een model. Een *model* **M** voor een predikaatlogische taal L bestaat uit een niet-leeg domein D van individuen en een interpretatiefunctie I gedefinieerd over de individuele constanten en de predikaatsconstanten van L, waarbij geldt:

Definitie 2:

1. als c een individuele constante is in L, dan I(c) $\in$ D;
2. als P een n-plaatspredikaatsconstante in L is, dan I(P) $\subseteq$ D^n.

De functie I is de interpretatiefunctie $[\![\ ]\!]$ toegepast op de constanten van de taal. M.a.w. $[\![\text{WANDELEN}]\!] = \text{I}(\text{WANDELEN}) = \mathsf{W}$, terwijl $[\![\text{MARIE WANDELEN}]\!] \neq \text{I}(\text{MARIE WANDELEN})$: eerst moet *Marie wandelen* worden opgedeeld in eenheden die door I als constanten worden herkend. Zolang niet blijkt dat α een constante of een variabele is, wordt α in $[\![\alpha]\!]$ beschouwd als een complexe uitdrukking die uiteengelegd kan worden in kleinere stukken. Voor interpretatie wordt dus $[\![\ ]\!]$ geschreven totdat I( ) kan worden aangeroepen. Het modelbegrip is geënt op I.
Gegeven I, geldt dat (1.2) waar is in **M** dan en slechts dan als I(m) $\in$ I(WANDELEN), d.w.z. desda Marie $\in \mathsf{W}$. En (1.3) is waar in **M** dan en slechts dan als $\langle$I(j),I(m)$\rangle \in$ I(KUSSEN), ofwel: $\langle$Jan, Marie$\rangle \in \mathsf{K}$, met Jan als element van de kussersverzameling en Marie als element van de gekustenverzameling. Tenslotte, GEVEN(j,m,u) in (1.4) is waar in **M** desda $\langle$Marie, Jan, *Ulysses*$\rangle \in$ I(GEVEN).
Voor de interpretatie van zinnen, de zogeheten *valuatie*, wordt vaak de letter V gebruikt met een subscript voor het model. Dus bijv. in (1.4b): $\text{V}_{\mathbf{M}}$(GEVEN(j,m,u))

= 1 desda ⟨Marie, Jan, *Ulysses*⟩ ∈ I(GEVEN). In plaats van $V_{\mathbf{M}}$(GEVEN(j,m,u)) = 1 wordt vaak geschreven: $[\![$GEVEN(j,m,u)$]\!]_{\mathrm{M}} = 1$. In het volgende gebeurt dat steeds. Al met al is de ontologie van de eerste orde predikatenlogica van een verrassende eenvoud: interpretatie vindt plaats op drie niveau's.

Eerste orde domeinstructuur	
waarheidswaarden	{0,1}
verzamelingen n-tupels	$\{\langle d_1, \ldots, d_n \rangle : \ldots\}$
verzameling van individuen: $n = 1$	$\{d : \ldots\}$
verzameling van paren: $n = 2$	$\{\langle d_1, d_2 \rangle : \ldots\}$
verzameling van drietallen: $n = 3$	$\{\langle d_1, d_2, d_3 \rangle : \ldots\}$
etc.	
individuen	$d_1, d_2, \ldots$

Individuen worden door predikaten ondergebracht in verzamelingen van individuen, paren, drietallen, etc. Daarbij wordt een (conceptuele) tweedeling gemaakt corresponderend met het verschil tussen eigenschappen en relaties:

(a) 1-plaatspredikaten: denoteren verzamelingen van individuen (eigenschappen);

(b) n-plaatspredikaten ($n \geq 2$): denoteren verzamelingen van n-tupels van individuen (relaties).

Eigenschappen worden niet gelijkgeschakeld met verzamelingen: vanaf Hoofdstuk 4 zal duidelijk zijn waarom niet. In elk geval kan nu worden vastgesteld dat wie in de verzameling wandelenden zit (in een model) ook de eigenschap heeft te wandelen. Soortgelijke overwegingen gelden ook relaties, met als extra-complicatie dat iemand de eigenschap kan hebben in de geef-relatie de ontvanger te zijn, d.w.z. te behoren tot de verzameling van individuen die iets ontvangen van een gever.

De kwantorversie van (1.1) is (1.6), d.w.z. (1.1) met kwantoren ervoor geplaatst:

(1.6) $Qx_1 \ldots Qx_m.P^n(a_1, \ldots, a_n)$ $\qquad (1 \leq m \leq n)$

Sommige argumenten zijn nu variabelen gebonden door een kwantor. Dus:

(1.7) a. Jan kust een vrouw
b. $\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]$
b.′ Er is x zodanig dat x is een vrouw en Jan kust x

(1.8) a. Jan kust elke vrouw
b. $\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]$
b.′ Voor alle x geldt dat als x een vrouw is, dan kust Jan x

(1.9) a. Jan kust geen vrouw
b. $\neg\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]$
b.′ Het is niet zo dat er een x is zodanig dat x een vrouw is en dat Jan x kust

In (1.7) en (1.8) geeft de kwantor eerst het gebied waarop hij opereert. De existentiële kwantor in (1.7) zoekt binnen de verzameling vrouwen in het domein en vervolgens kijkt hij of er in die verzameling een door Jan gekust element te vinden is. De universele kwantor in (1.8) zegt dat als er een verzameling van vrouwen is in het domein Jan alle leden ervan kust. Ook hier doorloopt de kwantor een verzameling die het zoekgebied beperkt. Belangrijk is te zien dat beperkingen op kwantificatie geleverd worden door de substantieven van de naamwoordgroepen waarin ze voorkomen.
Zinnen met meer dan één kwantor worden vaak geanalyseerd als ambigu:

(1.10) a. Alle mannen kussen een vrouw
b. $\forall x[\textsc{man}(x) \rightarrow \exists y[\textsc{vrouw}(y) \wedge \textsc{kussen}(x,y)]]$
c. $\exists y[\textsc{vrouw}(y) \wedge \forall x[\textsc{man}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(x,y)]]$

Stel dat er vijf mannen zijn, dan kunnen er in (1.10b) ook vijf vrouwen zijn die gekust worden. In (1.10c)—zo zegt men—is er één vrouw die door alle mannen gekust wordt. Deze ambiguïteit zal een uiterst belangrijke rol gaan spelen in de cursus. In feite is zij voor Montague de aanleiding geweest om zijn beroemde PTQ (= The Proper Treatment of Quantification), behandeld in Hoofdstuk 6, te schrijven.

Voor de nu volgende definities wordt enige kennis van de predikatenlogica inclusief de propositielogica verondersteld. Gegeven een model **M** voor een taal L, en een bedeling g, wordt Definitie 2 eerst aangepast tot Definitie 2a:

Definitie 2a:

$[\![\alpha]\!]_{M,g} = \mathrm{I}(\alpha)$ als α een constante is
$[\![\alpha]\!]_{M,g} = g(\alpha)$ als α een variabele is

Voor de interpretatie van (gebonden) variabelen wordt de bedelingsfunctie g gedefinieerd. Deze functie zoekt waarden in het domein van individuen.
De regels die de semantiek van de standaardpredikatenlogica vastleggen, staan in Definitie 3.

Definitie 3:

a. $[\![P^n(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)]\!]_{M,g} = 1$ desda $\langle [\![\alpha_1]\!]), \ldots, [\![\alpha_n]\!])\rangle \in \mathrm{I}(P^n)$
b. $[\![\neg\varphi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = 0$
c. $[\![\varphi \wedge \psi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = 1$ en $[\![\psi]\!]_{M,g} = 1$
d. $[\![\varphi \vee \psi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = 1$ of $[\![\psi]\!]_{M,g} = 1$
e. $[\![\varphi \rightarrow \psi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = 0$ of $[\![\psi]\!]_{M,g} = 1$
f. $[\![\varphi \leftrightarrow \psi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = [\![\psi]\!]_{M,g}$
g. $[\![\alpha = \beta]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\alpha]\!]_{M,g} = [\![\beta]\!]_{M,g}$
h. $[\![\exists v\varphi]\!]_{M,g} = 1$ desda er is minstens een $d \in \mathrm{D} : [\![\varphi]\!]_{M,g[v/d]} = 1$
i. $[\![\forall v\varphi]\!]_{M,g} = 1$ desda voor alle $d \in \mathrm{D} : [\![\varphi]\!]_{M,g[v/d]} = 1$

Definitie 3 legt de semantiek vast van een eerste orde taal: er wordt alleen maar gekwantificeerd over individuen. In de eerste-orde taal L komen dus geen uitdrukkingen voor als: $\exists P[P(\mathrm{m}) \wedge P = \textsc{wandelen}]$. In regel a van Definitie 3 staat de semantiek van (1.1), zoals hierboven beschreven. De regels b – f leggen de interpretatie van proposities uit de propositielogica vast. Identiteit wordt vastgelegd via regel g. Voor de semantiek van kwantoren, met name voor die van variabelen, is de notie *bedeling* essentieel. De crux van het verhaal is de instructie $g[v/d]$. Lees bij onzekerheid hierover Gamut I, § 3.6.2 en § 3.6.3 een keer goed door. Ter opfrissing van het geheugen volgt hieronder een toepassing van de bedeling op (1.7) *Jan kust een vrouw*. Deze zin wordt als volgt geïnterpreteerd:

(1.7c) $[\![\exists x(\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x))]\!]_{M,g} = 1 \Leftrightarrow_h$
er is minstens een $d \in \mathrm{D}$:
$[\![\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]\!]_{M,g[x/d]} = 1 \quad \Leftrightarrow_c$
$[\![\textsc{vrouw}(x)]\!]_{M,g[x/d]} = 1$ en $[\![\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]\!]_{M,g[x/d]} = 1 \quad \Leftrightarrow_a$
$g(x) \in \mathrm{I}(\textsc{vrouw})$ en $\langle \mathrm{I}(\mathrm{j}), g(x)\rangle \in \mathrm{I}(\textsc{kussen}) \quad \Leftrightarrow$
$d \in \mathrm{I}(\textsc{vrouw})$ en $\langle \mathrm{j}, d\rangle \in \mathrm{I}(\textsc{kussen})$

Voor de waarheid van (1.7) moet in het domein van interpretatie D een semantisch object d bestaan dat de waarde is van de functie g toegepast op x, d.w.z. $g(x) = d$ moet het geval zijn. Het object d moet voldoen aan twee voorwaarden: vrouw zijn en gekust worden door Jan. De subscript onder $\Leftrightarrow$ geeft de regel in Def. 3 die is gebruikt. In (1.8) moeten alle semantische objecten die vrouw zijn, voldoen aan de voorwaarde gekust te worden door Jan. Bij (1.9) is het verstandig om regel b te veranderen in $[\![\neg\varphi]\!] = 0$ desda $[\![\varphi]\!] = 1$. Dan kan de afleiding van (1.9) beginnen met $[\![\neg\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]]\!] = 0 \Leftrightarrow_b \ldots$

Oefeningen

1. Maak op de wijze van (1.7c) een afleiding van zin (1.8c) *Jan kust elke vrouw*.

2. Maak op dezelfde wijze een afleiding van zin (1.9).

3. Maak ook een afleiding van de zinnen (1.10a) en (1.10b). Denk om de juiste inbedding van de twee metatalige uitdrukkingen 'er is minstens ...' en 'voor alle ...' in elkaar.

Definitie 3 is niet goed verenigbaar met regels zoals h′:

h′. $[\![\iota v\varphi]\!]_{M,g}$ is de unieke $d \in \mathrm{D} : [\![\varphi]\!]_{M,g[v/d]} = 1$

Deze regel legt de zogeheten definiete descriptie vast. Opvallend afwijkend in h′ is echter dat de iota-operator ιv niet gedefinieerd is met behulp van een waarheidsdefinitie: $[\![\iota v\varphi]\!]$ is een individu in het domein D, terwijl h en i in Definitie 3 de vorm van een waarheidsdefinitie hebben. Het is niet ongebruikelijk om het probleem met betrekking tot h' op te lossen door de definietheids-operator $\exists!$ te definiëren als in h''.

h″. $[\![\exists! \upsilon\varphi]\!]_{M,g} = 1$ desda er een unieke deiktisch, anaforisch of contekstueel bepaalde $d \in$ D is : $[\![\varphi]\!]_{M,g[v/d]} = 1$

Deze operator combineert de uniciteit uitgedrukt door (1.11) met de eis dat de d geïdentificeerd of bepaald is door aanwijzing, door verwijzing of door contekst. In het vervolg zal de operator in h'' "meedoen" met de andere gegeven regels, ook al komt hij als zodanig niet voor in Gamut of in PTQ.
Gamut I:158–164 besteedt vrij veel aandacht aan de logische behandeling van het bepaalde lidwoord en maakt duidelijk dat h′ meer op één lijn met de andere regels in Definitie 3 kan worden gebracht door de iota-operator in te voeren als argument van een predikaat en vervolgens de operator te herleiden tot een combinatie van de existentiële en de universele kwantor, zoals in (1.11), waar voor de predikaten X en Y geldt:

(1.11) $\mathrm{Y}(\iota \mathrm{x}.\mathrm{X}(\mathrm{x})) =_{def} \exists \mathrm{x}(\forall \mathrm{y}(\mathrm{X}(\mathrm{y}) \leftrightarrow \mathrm{y} = \mathrm{x}) \wedge \mathrm{Y}(\mathrm{x}))$

Als X = KONINGIN en Y = SCHRIJDEN dan geldt: $[\![\text{SCHRIJDEN}(\iota\mathrm{x}.\text{KONINGIN}(\mathrm{x}))]\!] = 1$ dan en slechts dan als er een unieke x is die zowel koningin is als schrijdt.

Oefeningen

4. Vertaal *Jan kust de vrouw niet* met behulp van $\iota x.\text{VROUW}(x)$.

5. Maak een afleiding van de zin *Jan kust de vrouw* met behulp van regel h''.

Bij de analyse van natuurlijke talen zoals het Nederlands is de vertaalslag van een uitdrukking E_{Ned} uit het Nederlands naar de predikaatlogische standaardtaal L, en vervolgens de interpretatie I van de vertaalde expressie E_{Log} uit L naar corresponderende semantische objecten in het domein van interpretatie schematisch als volgt weer te geven, met $\rightsquigarrow$ als de vertaalrelatie en I als de interpretatiefunctie.

$$\mathrm{E}_{Ned} \rightsquigarrow \mathrm{E}_{Log} \quad \xrightarrow{\mathrm{I}} \quad \text{Domein van Interpretatie}$$

I wordt dus niet direct losgelaten op het Nederlands, maar op vertalingen van expressies E_{Ned} in expressies E_{Log}.
Voor grammatici is er nog een vertaalslag extra: zij representeren het Nederlands in een eigen formele taal, hun syntactische representaties. Zo wordt zin (1.2a) geanalyseerd als $[_{\mathrm{Zin}}[_{\mathrm{NP}}$ Marie $]$ $[_{\mathrm{VP}}$ wandelt $]]$. Noem deze laatste representatie E_{Gram}. Dan rijst onmiddellijk de vraag hoe E_{Gram} zich verhoudt tot E_{Log}, de logische vorm van de zin. Het plaatje wordt:

TAAL: WERKELIJKHEID:

$$\mathrm{E}_{Ned} \rightsquigarrow \mathrm{E}_{Gram} \rightsquigarrow \mathrm{E}_{Log} \xrightarrow{\mathrm{I}} \quad \text{Domein van Interpretatie}$$

De semantiek komt uitsluitend tot stand in en door I, d.w.z. in de relatie tussen taal en een daarmee corresponderende werkelijkheid. Deze zienswijze staat haaks op een traditie in de generatieve taalkunde die de semantiek plaatst in de vertaalrelatie $\mathrm{E}_{Gram} \rightsquigarrow \mathrm{E}_{Log}$. De kern van het probleem is hoe de logische syntaxis zich verhoudt tot de syntaxis van de natuurlijke talen. Eerste orde logici zeggen: $\mathrm{E}_{Gram} \rightsquigarrow \mathrm{E}_{Log}$ met I als semantiek. Montague zegt: $\mathrm{E}_{Gram} = \mathrm{E}_{Log}$, ook met I als semantiek. Het Montagoviaanse tegengeluid impliceert bezwaren tegen de eerste orde benadering. Die bezwaren worden toegelicht door een analyse van enkele problemen met de directe of indirecte $\rightsquigarrow$-relatie in $\mathrm{E}_{Ned} \rightsquigarrow \mathrm{E}_{Log}$.

1.3 Vertaalproblemen

1.3.1 Inleiding

Bij de vertaling van uitdrukkingen van het Nederlands in die van een predikaatlogische taal L ontstaan veel problemen. Er is niet een duidelijk 1:1-verband. Zo zijn eenplaatspredikaten in L afkomstig uit de categorie Nomen (VROUW), Verbum (WANDELEN) en Adjectief (BLAUW). En zo is een voornaamwoord in het Nederlands in L soms een gebonden variabele, soms een kwantor. Dit ontbreken van een eenduidige vertaalrelatie geldt zowel voor de woordsoorten als voor de daaruit gevormde woordgroepen en zinnen.

1.3.2 Woorden

Een basisuitdrukking van het Nederlands (zeg maar voor het gemak: een woord) is lid van de verzameling Lexicon $= \bigcup_{\alpha \in \text{Woordsoort}} \mathrm{B}_\alpha$. De indexverzameling *Woordsoort* bevat traditioneel tien leden:

Woordsoorten			*Voorbeelden*
Zelfst. naamw.	N	Nomen	*gebouw, eend, Marie, water, ...*
Bijv. naamw.	A	Adjectief	*mooi, groen, mooier, mogelijk, ...*
Werkwoord	V	Verbum	*slapen*$_{intrans.}$, *eten*$_{trans.}$, ...
Lidwoord	Art	Artikel	*de, het, een*
Voornaamw.	Pron	Pronomen	*jij, iemand, sommige, zich, jouw, deze, dit, gene, elke, menig, welke, men, verscheidene, allerhande, ...*
Bijwoord	Adv	Adverbium	*vaak, daar, niet, dan, snel, mogelijk*
Telwoord	Num	Numerale	*drie, weinig, beide, zesde, ...*
Voorzetsel	Prep	Prepositie	*in, op, naar, tijdens,...*
Voegwoord	Conj	Conjunctie	*en, of, maar, als, dan, hoewel, nadat, behalve, ...*
Interjectie			*ach got, hé, och, ...*

Enkele opvallende verschillen tussen E_{Gram} en E_{Log} zijn:

- Een naamwoord als *eend* wordt geïnterpreteerd als verzameling, maar het naamwoord *Marie* denoteert een individu. Eigennamen en namen voor categorieën worden beide tot de substantieven gerekend.

- Taalkundig wordt er geen woordsoortelijk onderscheid gemaakt tussen naamwoorden als *wandelaar* en *burgemeester*. In L wordt *wandelaar* opgevat als eenplaatsig, *burgemeester van* als tweeplaatsig. Dit wordt een probleem voor zinnen als *Zie je die vrouw daar? Dat is Jan's vrouw.* In de eerste zin functioneert *vrouw* als eenplaats-, in de tweede zin als tweeplaatspredikaat.

- Het verschil tussen intransitieve en transitieve werkwoorden correspondeert niet met dat tussen eenplaatsig en tweeplaatsig. Taalkundig valt er veel voor te zeggen om een bepaalde groep intransitieven—in het algemeen die werkwoorden die met *zijn* vervoegd worden in het perfectum—, de zogeheten ergatieven als *sterven*, *arriveren*, etc. te vertalen als tweeplaatspredikaten.
- De categorie van de voornaamwoorden is erg heterogeen. Zo is *zij* (pers. vnw.) in L een variabele, terwijl *sommige*, *elke*, en *menige* kwantoruitdrukkingen zijn.
- Sommige voegwoorden hebben een vertaling, nl. als logisch connectief, andere niet. Niet alle connectieven komen van de voegwoorden.
- Het bijwoord *niet* wordt als connectief vertaald, maar andere bijwoorden niet.
- Uit de categorie van voegwoorden kwalificeren alleen *en*, *of* en *als* ... *dan* zich als connectieven.

Er is dus weinig vertaalsystematiek. Enkele andere gevallen van discrepantie zijn:

taalkundig	*logisch*	*taalkundig*	*logisch*
voornaamwoord		lidwoord	
persoonlijk	individuele variabele	onbepaald	$\exists x[\ldots(x) \wedge \ldots(x)]$
aanwijzend	–	bepaald	$\exists! x[\ldots(x) \wedge \ldots(x)]$
onbepaald		telwoord	$\exists x, y[\ldots(x) \wedge \ldots(y) \wedge x \neq y \ldots]$
ieder,elk,iets	$\forall x[\ldots(x) \rightarrow \ldots(x)]$	bijwoord	
alles	$\forall x[\ldots(x) \rightarrow \ldots(x)]$	*niet*	connectief $\neg$
bezittelijk	$\ldots \mathrm{R}(x,y) \ldots$	*vlug*	relatie tussen verzamelingen
wederkerend	individuele variabele	*vermoedelijk*	–
wederkerig	–	*mogelijk*	modale logica

Voorzetsels als *in, naar, tot*, etc. werden tot voor kort niet vertaald in een aparte categorie. Dus bijv. *Marie wandelde naar huis* wordt vertaald als: WANDELEN_NAAR(m, huis_m). Een probleem is dat het tweeplaatspredikaat WANDELEN_NAAR geen inferentierelatie heeft met WANDELEN: uit WANDELEN_NAAR(m,huis_m) volgt niet WANDELEN(m). Tegenwoordig wordt dit probleem wel opgelost door dit soort preposities op te vatten als predikaten over 'gebeurens' e: $\exists e[\text{WANDELEN}(\text{m}, e) \wedge \text{NAAR}(e, \text{huis}_\text{m})]$. D.w.z. er is een wandelgebeuren e waarmee Marie in een relatie staat en er is een naar-relatie van e met Marie's huis.

1.3.3 Woordgroepen

Woordgroepen worden gevormd uit woordsoorten en/of andere woordgroepen. Zo bestaat een NP (Noun Phrase) als *een eend* uit het lidwoord *een* en een N *eend.* Een NP als *dit gebouw* bestaat uit een pronomen *dit* en een N *gebouw. Een* en *dit* vervullen in deze NP eenzelfde soort functie. Om ze in één (woordsoortelijke) categorie te krijgen spreekt men van Det (= determinator, determiner). Een NP =

[Det N] wordt geïnterpreteerd met behulp van de interpretaties van Det en N. In deze cursus blijven NPs van het type [Det $\mathrm{N}_{\mathrm{Mass}}$], bijv. *het water, whisky* buiten beschouwing. Voor de behandeling daarvan zijn speciale algebraïsche structuren nodig (bijv. tralies). Eigennamen worden ook geanalyseerd als [Det N] met een abstracte definiete Det. De Det-categorie speelt semantisch een uiterst belangrijke rol. Die rol kan niet worden uitgedrukt in het formaat (1.1). Determinatoren hebben daarin ook heel weinig aandacht gekregen. Ze komen in deze cursus in het centrum van de aandacht te staan.

Een VP (Verb Phrase) wordt gevormd uit een intransieve V (verwijzing: verzameling) of uit een transitieve V en complement. Dit complement kan zijn: een direct object NP (*een boek lezen*), een PP (*naar huis wandelen*), een NP + NP (*iemand een boek geven*), etc. In (1.1) wordt de syntactische eenheid [$_{\mathrm{VP}}$ V NP] niet vertaald en geïnterpreteerd als semantisch object, maar met de komst van de lambdacalculus is deze situatie veranderd. Hierin is de syntaxis van L uitgebreid met een operator λ. Daardoor kan de VP *De wereld van Sofie lezen* worden vertaald als $\lambda x.L(x, DwvS)$, d.w.z. als de verzameling van alle x die *De wereld van Sofie* lezen. Op die manier kan een VP tijdelijk worden "bevroren" tot een eenheid. Bijvoorbeeld, (1.3b) kan nu geanalyseerd worden als equivalent aan $\lambda x.\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)(\mathrm{m})$ zodat voldaan is aan het formaat in (1.1): het eenplaatspredikaat $\lambda x.\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)$ wordt toegepast op het argument m. De λ-operator wordt uitvoerig besproken in Hoofdstuk 2.5.

Een PP (Prepositional Phrase) bestaat uit een voorzetsel (Prep) en een NP. Een [P NP] wordt niet als eenheid vertaald en geïnterpreteerd. Zoals opgemerkt wordt in de event-semantiek het voorzetsel als een apart predikaat opgevat (met een gebeuren als een van zijn argumenten). In de Montaguegrammatica gebeurt dat niet: voorzetsels worden gezien als functies die opererend op NPs een adverbiale of een bijvoeglijke bepaling opleveren.

Hieronder volgt een lijst van problemen die de relatie tussen het Nederlands en predikaatlogische talen kenmerken. Sommige ervan zijn al besproken, andere worden hier toegevoegd.

- er is bij vertaling geen 1:1-relatie;
- lidwoorden vormen een kleine deelverzameling van kwantificerende uitdrukkingen;
- taalkundigen generaliseren over eigennamen zoals *Marie* (constante m) en NPs als *een vrouw*, vertaald als $\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \ldots]$;
- in *de drie kinderen* is het (bepaalde) lidwoord wel aanwezig, in *drie kinderen* is een lidwoord afwezig. Zo ook in *een kind* en *kinderen*. Toch is het niet implausibel om bij afwezigheid van een overt lidwoord aan te nemen dat er een abstract lidwoord aanwezig is; Daarmee kan men generaliseren over de vier gevallen.
- *een blauwe bal* wordt vertaald als $\ldots \exists x[\mathrm{Blauw}(x) \wedge \mathrm{Bal}(x)] \ldots$. Adjectief en substantief worden beide opgevat als predikaat. Taalkundig modificeert het adjectief het substantief;

- taalkundig is een intransitief werkwoord iets heel anders dan een VP bestaande uit een werkwoord plus een lijdend voorwerp, zoals *een brief schrijven*, *een vrouw kussen*, etc. Logisch gesproken—en gegeven enkele voorzieningen—gedragen beide zich als een eenplaatspredikaat;
- de asymmetrische hoofdvorm van een zin, NP_1 [$_{VP}$ V NP_2] wijkt nogal af van $V(NP_1,NP_2)$, de grondvorm van een propositie in (1.1); in het laatste geval zijn de argumenten equipollent (evenwaardig), in het eerste geval is er een nauwere cohesie tussen werkwoord en lijdend voorwerp (2e argument) dan tussen werkwoord en subject (1e argument).

Dit lijstje is gemakkelijk uit te breiden. De discrepanties tussen taalkundige en logische analyse vormen een lijn door de komende hoofdstukken. Montague werkt ze weg door een syntaxis voor zijn grammatica te kiezen die zich vrij natuurlijk laat vertalen naar een typenlogica, d.w.z. een hogere orde logica. Die syntaxis staat bekend als categoriale grammatica.

Oefeningen

6. Vertaal *Ed ontmoette de burgemeester van Amsterdam* op basis van de parafrase Ed ontmoette iemand die de burgemeester van Amsterdam was. Geef de basiseenheden van de vertaling steeds aan.

7. Geef aan waarom je *een denkbeeldige bal* niet mag vertalen op de wijze van *een blauwe bal*.

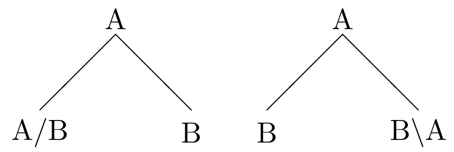
1.4 Categoriale grammatica als grondslag

1.4.1 Inleiding

In tegenstelling tot wat de standaard werd in de generatieve grammatica van zijn tijd, nl. het top-down uiteenleggen van zinsstructuur in kleinere woordgroepen tot aan het niveau van de syntactische atomen (= morfemen), koos Montague in zijn analyse van de natuurlijke taal een bottom-up grammatica: de categoriale syntaxis. De categoriale calculus, die zinsstructuren genereert, wordt recursief opgebouwd door:

a. $\text{ATOM} \subseteq \text{CAT}$;
b. als A, B $\in \text{CAT}$, dan (B,A) $\in \text{CAT}$

De atomen zijn te vinden in het lexicon. Een niet-atomaire syntactische eenheid A bestaat uit een *functor* (B,A) en een argument B. In sommige systemen heeft (B,A) twee vormen: A/B en B\A. Hiermee kan men een functor naar rechts of naar links laten werken. In het eerste geval zoekt de functor zijn argument rechts, in het tweede geval links, zoals te zien is in Figuur 1.1.



Figuur 1.1: *Links de rechts-geöriënteerde, rechts de links-geöriënteerde functor*

Lees voor B een NP, voor A/B een voorzetsel Prep en voor A een PrepP, dan wordt een voorzetsel gezien als een element dat een NP neemt om een PrepP te vormen. M.a.w. in(de tuin) ⇒ *in de tuin*. Zo kan B\A dan worden gezien als een achterzetsel: *de tuin in*. Een bekender voorbeeld van B\A is de VP die een NP van het type B neemt om een S van het type A te vormen. Een ander voorbeeld is: *Jan gaf een boek aan Marie in de tuin*. Categoriaal is *geven* te zien als een A/B met A = *een boek geven* en met B = *een boek*; vervolgens is A te analyseren als A'/B' met A' *een boek geven aan Marie* en B' = *aan Marie*. Vervolgens geldt dat A' staat voor A''/B'' met B'' = *in de tuin* en A'' = *een boek geven aan Marie in de tuin*. Tenslotte geldt A'' staat voor $B'''\backslash A'''$ met B''' = *Jan* en A''' = *Jan gaf een boek aan Marie in de tuin*.

In Gamut II § 4.3.2 is ATOM = {n, s}. Afgeleide categorieën zijn daarmee: n\s voor een VP, of voor een intransitief ww. als *wandelen*; (n\s)\(n\s) voor adverbia als *langzaam*; of s/(n\s) voor een NP als *elke vrouw* en dus ook weer (s/(n\s))\s voor een VP. Merk op dat conjunctie in Gamut II: 94-5 behandeld wordt als s\s/s en niet als s\(s/s). Als *Marie* wordt gezien als een n, dan is *mooie* in *mooie Marie* van type n/n. Het Frans heeft ook n\n nodig: *un livre inconnu*, *une grammaire catégoriale*.

Montague heeft overigens uitsluitend een rechtsgeoriënteerde categoriale grammatica, dat wil zeggen dat hij alleen de rechtszoekende operator / aanneemt. Dat kan hij gemakkelijk doen omdat hij gericht is op de vertaling van categoriale structuren in een typenlogica. In de vertaalregels kan hij de output van een combinatieoperatie op de elementen A en B naar believen als AB of BA vaststellen. Daarom neemt hij de beperking van eenrichtingsverkeer op de koop toe. Belangrijker dan dat is het feit dat sinds Montague de categoriale grammatica als taalkundige syntactische theorie aanzienlijk verbeterd en verfijnd is, met name in het werk van Moortgat, waarvan de belangrijkste items zijn opgenomen in de bibliografie. Daardoor is de discrepantie tussen wat Montague aanbood en wat er nu van gebruikt wordt op het vlak van de categoriale grammatica zeer groot, veel groter dan die tussen wat Montague deed op het gebied van typenlogica en wat er nu op dat gebied voorhanden is, al zijn ook op dat terrein ook verschillen te melden. Montague's PTQ is steeds het aanknopingspunt. Vandaar het volgende systeem.

1.4.2 Montague's categoriale syntaxis

De verzameling syntactische categorieën CAT van de grammatica die aan PTQ ten grondslag ligt, wordt als volgt opgebouwd, met // als notationele variant van /:

CAT is de kleinste verzameling zodanig dat:
i. BASCAT $\in$ CAT
ii. als A, B $\in$ CAT, dan A/B, A//B $\in$ CAT

In PTQ wordt uitgegaan van de basiscategorieën e en t, de typen van individuen en proposities. In het lexicon worden alle basisexpressies van het Nederlands, dat wil zeggen alle uitdrukkingen die niet verder op te delen zijn in kleinere zelfstandige expressies, toegewezen aan een syntactische categorie (niet noodzakelijkerwijs een basiscategorie).
Het lexicon kan dus worden gedefinieerd als $\bigcup_{\mathrm{A} \in \mathrm{BASCAT}} \mathrm{B_A}$, de vereniging van alle verzamelingen van basisuitdrukkingen, oftewel woordsoorten zoals voor het Nederlands gegeven in § 1.3.2. De categorieën waar wij mee te maken krijgen, hebben vaak een iets andere aanduiding dan in de traditionele taalkunde gebruikelijk is. Zo staat CN (Common Noun) voor zelfstandig naamwoord, T (Term) voor NP, IAV voor bijwoord of bijwoordelijke bepaling, etc.

Categorie	*Opbouw*	*Taalkundige naam*
IV	IV	$\mathrm{V}_{intrans}$, VP
CN	CN	nomen, N, substantief
T	S/IV	NP
TV	IV/(S/IV)	V_{trans}
IAV	IV/IV	bijwoord, Adv

Het schema hierboven geeft voor deze 'afwijkende' categorieën aan wat hun taalkundige naam is en hoe ze zijn opgebouwd uit de basiscategorieën. Verderop zal blijken hoe in de Montaguegrammatica basisuitdrukkingen gecombineerd worden tot grotere eenheden: woordgroepen en zinnen.

1.4.3 De vertaling van natuurlijke naar logische taal

Om een natuurlijke taal zoals het Nederlands of Engels te kunnen analyseren in een logische taal—een wezenlijk onderdeel van de Montaguegrammatica als onderdeel van een traditie in de filosofie van de logica waar men vaak spreekt over 'regimenteren (= het in het logische harnas brengen)' van de natuurlijke taal—zijn er twee vertaalfuncties nodig: de functie f schrijft voor hoe de taalkundige categorieën corresponderen met de typenlogische categorieën, terwijl de functie g elk lexicaal element van een natuurlijke taal koppelt aan een corresponderend betekenisrepresentatie in de typenlogische taal. De functie f wordt hier behandeld, de functie g in het begin van Hoofdstuk 3.
Het is gebruikelijk geworden om een taalkundige categorie te laten corresponderen met een logisch type. Typen behoren tot een verzameling **T**. De functie f: CAT $\rightarrow$ **T** beeldt elke categorie A uit CAT af op een type f(A) in **T**. In Montague's PTQ zelf is de definitie van f:

$$f(t) = t$$
$$f(e) = e$$
$$f(\mathrm{A/B}) = f(\mathrm{A//B}) = \langle f(\mathrm{B}), f(\mathrm{A})\rangle \quad (\forall \mathrm{A,B} \in \mathrm{CAT})$$

Overigens is de derde clausule in PTQ ingewikkelder dan hier gegeven, nl. $f(\mathrm{A/B}) = f(\mathrm{A//B}) = \langle\langle s, f(\mathrm{B})\rangle, f(\mathrm{A})\rangle$, voor alle A,B in CAT. De s maakt de grammatica intensioneel: de interpretatie van (de vertaling van) B wordt afhankelijk gemaakt van indexen van het (logische) type s. Bijvoorbeeld op 20 januari 1993 was Bush de interpretatie van *f(de president van de VS)*, op 21 januari 1993 was dat Clinton. De data zijn in dit geval indexen die de interpretatie van $f(\mathrm{B})$ intensioneel maken. Tot Hoofdstuk 4 is de grammatica extensioneel. Net als in Gamut worden drie basiscategorieën S, CN en IV onderscheiden. Deze taalkundig beter gemotiveerde aanname is inmiddels algemener aanvaard dan die van Montague zelf en zo wordt de definitie van f als volgt:

$$f(\mathrm{S}) = t$$
$$f(\mathrm{CN}) = f(\mathrm{IV}) = \langle e, t\rangle$$
$$f(\mathrm{A/B}) = f(\mathrm{A//B}) = \langle f(\mathrm{B}), f(\mathrm{A})\rangle \quad (\forall \mathrm{A,B} \in \textsc{cat})$$

Als voorbeeld volgt de berekening van het type van de categorieën T (= NP) en TV (= transitief werkwoord):

$$f(\mathrm{T}) = f(\mathrm{S/IV}) = \langle f(\mathrm{IV}), f(\mathrm{S})\rangle = \langle f(\mathrm{IV}), t\rangle = \langle\langle e, t\rangle, t\rangle$$
$$f(\mathrm{TV}) = f(\mathrm{IV/(S/IV)}) = \langle f(\mathrm{S/IV}), f(\mathrm{IV})\rangle = \langle\langle f(\mathrm{IV}), f(\mathrm{S})\rangle, f(\mathrm{IV})\rangle$$
$$= \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$$

Het schema hieronder is gebaseerd op Gamut. Het geeft (a) een overzicht van de categorieën uit de categoriale syntaxis die behandeld gaan worden; (b) hun taalkundige benaming; (c) hun logische type; en (d) hun PTQ-analyse. Die wordt hier toegevoegd om te laten zien hoezeer Montague de type-opbouw in zijn categoriale syntaxis wilde laten lijken op de type-opbouw in de corresponderende typenlogica.

Categorie	Taalkundig	PTQ-categorie	Type
S	zin	t	t
-	–	e	e
IV	$\mathrm{V}_{intrans}$, VP	t/e	$\langle e, t\rangle$
CN	nomen, znw.	$t//e$	$\langle e, t\rangle$
T = S/IV	NP	$\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$	$t/(t/e)$
TV = IV/T	V_{trans}	$(t/e)/(t/(t/e))$	$\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
TV = IV/S	V_{trans}	$(t/e)/t$	$\langle t, \langle e, t\rangle\rangle$
IAV = IV/IV	bijw.bep.	$(t/e)/(t/e)$	$\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
IAV/T	voorz., Prep	$((t/e)/(t/e))/(t/(t/e))$	$\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$
S/S	bijw.bep.	$\langle t, t\rangle$	t/t
IV//IV	‘proberen te’	$(t/e)//(t/e)$	$\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$

Dat typen en categorieën op hetzelfde plan gezien kunnen worden bleek al in §1.4: zowel $\langle a, b\rangle$ als b/a drukken een functie uit van a naar b. Type t correspondeert met de taalkundige categorie S, maar Montague’s categoriale type e heeft bij hem geen equivalente categorie in de natuurlijke taal. Dit komt omdat Montague uitgaat van een 'worst-case' situatie: alle NPs - of het nu eigennamen betreft of kwantorexpressies - zijn van het opgehoogde type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. Tegenwoordig ziet men dit toch wel als een tekortkoming van de Montaguegrammatica: taalkundig wil men in elk geval de beschikking hebben over de mogelijkheid om *Marie* in *Marie wandelt* te zien als betrekking hebbend op een individu van het type e. Maar voorlopig geldt als een pluspunt dat een N van het type $\langle e,t\rangle$ is en een NP van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. Het volgende hoofdstuk introduceert EL, een extensioneel opgezette typenlogica.

Oefeningen

8. Bereken het type van $f(\mathrm{T})$ en $f(\mathrm{TV})$ op grond van de definitie van f in PTQ.

9. In de tabel op pagina 13 staat een kolom met de categoriale aanduidingen van taalkundige categorieën, met daarachter het logische type en de categoriaal-syntactische PTQ-categorie. In de tekst erboven staan enkele voorbeelden van vertalingen, net als in de voorafgaande oefening. Maak soortgelijke omzettingen van IV/T, van IV/IV, van IAV/T en van IV//IV op de wijze van Gamut. Doe IAV/T ook op de wijze van PTQ.

Hoofdstuk 2

Extensionele typenlogica

2.1 Inleiding

Typen zijn linguistische entiteiten: een uitdrukking α uit een taal is van een bepaald type. In de praktijk worden de corresponderende semantische objecten kortheidshalve ook als typen aangeduid. De eerste orde predikatenlogica zelf is voor een deel als een eenvoudige typenlogica op te vatten met drie typen:

(2.1)

Categorie	*Type*	*Semantisch object*
individuele constanten	e	individuen: d_1, d_2, ...
eenplaatspredikaten	$\langle e,t\rangle$	verzamelingen van individuen: $\{\mathsf{d}\colon \ldots\}$
proposities	t	waarheidswaarden: $\{0{,}1\}$

Een voorbeeld van eenvoudige typentoekenning is:

(2.2) Marie wandelt $\rightsquigarrow \underbrace{\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{m}_e)}_{t}$

(2.3) Marie wandelt niet $\rightsquigarrow \underbrace{\neg_{\langle t,t\rangle}\,\underbrace{\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{m}_e)}_{t}}_{t}$

In (2.2) "pakt" W, zelf een constante van het type $\langle e,t\rangle$, een constante van het type e en vormt daarmee een uitdrukking van het type t, een propositie. Negatie pakt in (2.3) een propositie om een propositie te vormen. Iets ingewikkelder is:

(2.4) Het meisje wandelt $\rightsquigarrow \underbrace{\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}\,\underbrace{(\iota\mathrm{x}_{\langle t,e\rangle}.\,\underbrace{\mathrm{M}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e)}_{t})}_{e}}_{t}$

Hier moet worden aangenomen dat de ιx in combinatie met een propositie een individu oplevert. Dat kan typenlogisch worden uitgedrukt.

Sommige uitdrukkingen gevormd door Definitie 2 in Hoofdstuk 1 passen niet goed in het boven gegeven schema:

(2.5) Marie wandelt en Jan slaapt $\rightsquigarrow \underbrace{\underbrace{\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{m}_e)}_{t} \wedge \underbrace{\mathrm{S}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{j}_e)}_{t}}_{t}$

Voor de karakterisering van $\wedge$ wordt meestal een beroep gedaan op een regel die uit p en q de complexe uitdrukking $p \wedge q$ van type t vormt. Men zou $p \wedge q$ kunnen schrijven als $\wedge(q)(p)$ met $\wedge$ van het type $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$, zodat je krijgt:

$$\underbrace{\underbrace{\wedge_{\langle t,\langle t,t\rangle\rangle}(q_t)}_{\langle t,t\rangle}(p_t)}_{t}$$

maar in § 2.2 wordt een regel ingevoerd die simpelweg vastlegt dat $\varphi \wedge \psi$ van type t is. Hetzelfde geldt voor de vorming van $\exists v\varphi$ uit φ :

(2.6) Een meisje wandelt $\rightsquigarrow \underbrace{\exists \mathrm{x}\, \underbrace{[\underbrace{\mathrm{M}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e)}_{t} \wedge \underbrace{\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e)}_{t}]}_{t}}_{t}$

Twee- en drieplaatspredikaten laten zich moeilijker karakteriseren. Dat werd al duidelijk doordat we gedwongen werden de en-relatie tussen twee proposities p en q om te zetten zodanig dat $\wedge$ en q worden verbonden tot een eenplaatspredikaat over p. Een alternatief zou zijn om $\langle e, e, t\rangle$ te schrijven voor een tweeplaatsrelatie tussen individuen van het type e. Dat is niet erg gebruikelijk, omdat niet te zien is hoe de typen zich tot elkaar verhouden.
Dit hoofdstuk behandelt typenconstructies als:

(2.7) Marie wandelt langzaam $\rightsquigarrow \underbrace{\underbrace{\mathrm{L}_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}(\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle})}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{m}_e)}_{t}$

(2.8) Wandelen is gezond $\rightsquigarrow \underbrace{\mathrm{G}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle})}_{t}$

In (2.7) is *wandelen* van het type $\langle e, t\rangle$, maar *langzaam wandelen* heeft taalkundig dezelfde syntactische eigenschappen als *wandelen*. Typenlogisch is *langzaam* daarmee te zien als een uitdrukking die $\langle e, t\rangle$ neemt om $\langle e, t\rangle$ af te leveren. Een soortgelijke overweging geldt voor (2.8): *wandelen* is een eenplaatspredikaat, dus van type $\langle e, t\rangle$. Een propositie is van type t. Daaruit volgt dat *gezond zijn* kan worden opgevat als iets dat een $\langle e, t\rangle$ neemt om een t te vormen: $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$. Nu ontstaat er een probleem:

(2.9) Marie is gezond, maar zij is langzaam $\rightsquigarrow \underbrace{\mathrm{G}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{m}_e)}_{t} \wedge \underbrace{\mathrm{L}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{m}_e)}_{t}$

Gezond en *langzaam* hebben nu twee verschillende typekarakteriseringen. Dit is een probleem dat telkens zal opduiken in de uitbreiding van de standaardpredikatenlogica. Het probleem is al veel langer bekend in de taalkunde (sommige bijvoeglijke naamwoorden kunnen ook als bijwoord voorkomen, een werkwoord kan als naamwoord worden gebruikt, etc.).
De hierboven gegeven voorbeelden dienen louter als voorbereiding op § 2.2. In § 2.3 wordt op basis daarvan EL ontwikkeld, de extensionele typenlogica. In § 2.4 worden die typen behandeld die kunnen worden opgevat als karakteristieke functies, terwijl § 2.5 gaat over λ-abstractie.

2.2 Typenconstructie

2.2.1 De verzameling van typen T

Definitie 1:

T, de verzameling van typen, is de kleinste verzameling zodanig dat:

a. $e, t \in \mathbf{T}$
b. als a,b $\in \mathbf{T}$, dan $\langle$a,b$\rangle \in \mathbf{T}$

$\langle$a,b$\rangle$: type van uitdrukkingen die toegepast op een uitdrukking van type a een uitdrukking van type b (eenduidig) oplevert. Def. 1 is inductief:

a	b	$\langle$a,b$\rangle$	Taalkundige benaming
e	t	$\langle e,t\rangle$	N, VP, $\mathrm{V}_{intrans}$
$\langle e,t\rangle$	t	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	NP
$\langle e,t\rangle$	$\langle e,t\rangle$	$\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$	Adj, Adv
e	$\langle e,t\rangle$	$\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$	TV
$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	t	$\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle$	NP
t	t	$\langle t,t\rangle$	Neg
$\langle e,t\rangle$	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	$\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$	Det

Definitie 1 genereert vrijelijk typen:

	1e orde	2e orde	3e orde
3-plaats (*relatie*)	*liggen tussen* $\langle e,\langle e,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$	...	...
2-plaats (*relatie*)	*bewonderen* $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$	*is een helderder kleur dan, een, alle, sommige, etc.* $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$	$\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle\rangle$
1-plaats (*predikaat*)	*wandelen* $\langle e,t\rangle$	*deze kleur, een meisje, etc.* $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	$\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle$

2.2.2 Domeinen van interpretatie

Het domein van interpretatie van uitdrukkingen van type a, gegeven een domein D, wordt (hier) geschreven als $\mathbf{D}_\mathrm{a}$ en is als volgt gedefinieerd:

Definitie 2:

a. $\mathbf{D}_e = \mathrm{D}$
b. $\mathbf{D}_t = \{1, 0\}$
c. $\mathbf{D}_{\langle \mathrm{a,b} \rangle} = \mathbf{D}_{\mathrm{b}}^{\mathbf{D}_{\mathrm{a}}}$

Het domein van individuen is $\mathbf{D}_e$, d.w.z. D. $\mathbf{D}_t$ is het domein van waarheidswaarden. Als B^{A} de verzameling is van functies van A naar B, dan zegt Def. 2c dat $\mathbf{D}_{\langle \mathrm{a,b} \rangle}$ het domein is van functies van $\mathbf{D}_{\mathrm{a}}$ (domein van entiteiten van type a) naar $\mathbf{D}_{\mathrm{b}}$ (domein van entiteiten van type b). Een type van het formaat ⟨a,b⟩ is op te vatten als het type van een functie van semantische objecten van het type a naar semantische objecten van het type b. Bijvoorbeeld:

- $\langle t, t \rangle$ functie van {1,0} naar {1,0}; verzameling waarheidswaarden. Een voorbeeld hiervan is $\neg$ in (2.3).
- $\langle e, t \rangle$ functie van individuen naar {1,0}; verzameling entiteiten van type e.
- $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ functie van verzamelingen van individuen naar waarheidswaarden; collectie van verzamelingen van individuen. Een voorbeeld hiervan is de functie G in (2.8).
- $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, t \rangle$ functie van collecties van verzamelingen individuen naar {1,0}; verzameling collecties van verzamelingen individuen.
- $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$ functie van individuen naar verzamelingen van individuen, bijv. de functie die Jan afbeeldt op de verzameling van degenen die hem bewonderen.
- $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ functie van verzamelingen individuen naar verzamelingen individuen, bijv. L in (2.7).
- $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ functie van collecties verzamelingen van individuen naar verzamelingen van individuen.
- $\langle \langle e, t \rangle, \langle \langle e, t \rangle, t \rangle \rangle$ functie van verzamelingen individuen naar collecties verzamelingen van individuen.
- etc.

Sommige van de ⟨a,b⟩-functies zijn te construeren als verzameling. Regel: een uitdrukking van het type $\langle \mathrm{a}, t \rangle$ beeldt een type a af op een waarheidswaarde t. Daarmee denoteert een uitdrukking van het type $\langle \mathrm{a}, t \rangle$ altijd een verzameling van semantische objecten van het type a, zoals het lijstje hierboven laat zien. De constructie van een type als functie of als verzameling komt aan de orde in § 2.4. Ezelsbruggetje: een type eindigend op $\ldots t\rangle$ duidt een verzameling aan.
In de voorbeelden hierboven komt nog een opvallend type voor: $\ldots t\rangle\rangle$. Algemeen schema: ⟨a,⟨b,t⟩⟩ voert van a naar ⟨b,t⟩. Dit type denoteert een relatie van semantische objecten van het type b met die van het type a. Bijvoorbeeld: $\langle \underline{e}, \langle \underline{e}, t \rangle \rangle$ typeert een relatie tussen twee individuen, $\langle \langle \underline{e, t} \rangle, \langle \underline{e}, t \rangle \rangle$ een relatie tussen een individu en een verzameling, $\langle \langle \underline{e, t} \rangle, \langle \langle \underline{e, t} \rangle, t \rangle \rangle$ een relatie tussen twee verzamelingen. Ezelsbruggetje: een type eindigend op $\ldots t\rangle\rangle$ duidt een relatie aan.

2.2.3 Notatieconventie 1

Montague gebruikt een hogere orde logica, waarin een tweeplaatspredikaat eerst zijn tweede (interne) argument "pakt" en vervolgens zijn eerste (externe) argument. Typenlogisch geldt bijvoorbeeld: *Jan bewondert Marie* $\rightsquigarrow$ B(m)(j), want B is van het type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, B(m) van het type $\langle e, t\rangle$ en B(m)(j) van het type t. Notatieconventie 1, meestal afgekort tot NC1, maakt hiervan B(j,m), wat de standaard eerste orde predikaatlogische notatie voor tweeplaatspredikaten oplevert.
NC1 wordt als volgt geformuleerd: als γ van type $\langle$b,$\langle$a,$t\rangle\rangle$, α van type a en β van type b, dan $\gamma(\beta)(\alpha) \Leftrightarrow \gamma(\alpha, \beta)$. In een afleiding wordt dit de instructie om een formule van de vorm $\gamma(\beta)(\alpha)$—iets preciezer $(\gamma(\beta))(\alpha)$—om te zetten tot $\gamma(\alpha, \beta)$. Vergeleken met Gamut II:167, is de uitleg hier iets lezersvriendelijker gemaakt door het eerste argument met α te laten corresponderen en het tweede met β.

2.3 EL

2.3.1 Inleiding

EL is een uitbreiding van de standaard predikatenlogica, in Gamut II, Hoofdstuk 4.2 uitvoerig behandeld. Door Definitie 1 wordt EL recursief gedefinieerd en daarmee ontstaat overgeneratie van typen. Slechts een deel van die typen correspondeert met categorieën uit de natuurlijke taal. Dat is niet erg, want de vertaalfuncties hebben de natuurlijke-taalcategorieën als domein: ze zijn dus "into".
EL vormt de basis voor de extensionele versie van de Montaguegrammatica die niet in Gamut II wordt gegeven. Gamut heeft in EL niet de operator $\exists!$ opgenomen. Dat gebeurt hier wel.

2.3.2 Vocabulaire

Definitie 3:

a. voor elk type a, een (mogelijk lege) set $\textsc{con}_{\mathrm{a}}$ van constanten van type a
b. voor elk type a, een oneindige set $\textsc{var}_{\mathrm{a}}$ van variabelen of type a
c. de standaardlogische connectieven: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
d. de kwantoren $\exists, \exists!$ en $\forall$, en de operator λ
e. de haakjes (en)
f. het identiteitssymbool =

Voor de variabelen wordt het notatiesysteem van Gamut toegepast. Dit sluit zoveel mogelijk aan bij dat van Montague. Twee dingen moeten goed in de gaten worden gehouden:

a. er wordt een streng onderscheid gemaakt tussen taal en domein;

b. de typografische vorm van letters gebruikt voor constanten en variabelen is typenlogisch van groot belang. Zo is er een verschil tussen x en x, tussen X, X en $\mathcal{X}$, dit in verband met typen die worden onderscheiden, zoals in de tabel in Figuur 2.1 hieronder.

De tabel in Figuur 2.1 laat zien welke parameters in een typenlogische vertaling van het Nederlands naar EL een rol spelen. In de kolom onder *Nederlands* staan voorbeelden uit verschillende categorieën constituenten die het Nederlands kent, waaronder zinnen. Onder Cat staat hun grammaticale naam. De subscripten geven

Nederlands	Cat	Type	VAR	CON
Jan, Marie, Bert, Dirkje	NP	e	x,y,z	j, m, b, d
wandelen, handelen	V_1	$\langle e,t\rangle$	X, Y	W, H
grappenmaken, zingen	V_1	$\langle e,t\rangle$	X, Y	J, Z
man, vrouw,	N_1	$\langle e,t\rangle$	X, Y	M, V
langzaam, snel	A	$\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$	–	L, S
gezond, mooi,	A_1	$\langle e,t\rangle$	X, Y	G, Mo
opgewekt, rumoerig	A_1	$\langle e,t\rangle$	X, Y	O, Ru
bewonderen, kussen	V_2	$\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$	R	B, K
vrouw van	N_2	$\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$	R	E
leuker zijn dan	A_2	$\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$	R	Le
aanbevelen aan, staan tussen	V_3	$\langle e,\langle e,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$	R	A, T
een kleur, elke vrouw	NP	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	$\mathcal{X},\mathcal{Y},\mathcal{P},\mathcal{Q}$	$\mathcal{K},\mathcal{M}$
Jan kust een vrouw	S	t	p, q	–
niet	Adv	$\langle t,t\rangle$	–	$\neg$

Figuur 2.1: Typetoekenning aan elementen uit het Nederlands

de plaatsigheid aan. Zo staat V_2 voor transitieve werkwoorden en V_3 voor zogeheten bitransitieven, waartoe ook *geven*, *krijgen*, *sturen*, e.d. behoren. De A bij *langzaam* en *snel* voor Adjectief of Adverbium. Ze krijgen hier het type van een bepaling: $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$. Dat kan niet het hele verhaal zijn want Adjectieven en Adverbia kunnen ook verwijzen naar verzamelingen van individuen van type $\langle e,t\rangle$ zoals we in Hoofdstuk 1 zagen met het voorbeeld van de NP *een blauwe bal* die geanalyseerd werd in termen van een ding x dat behoort tot de verzameling ballen en tot de verzameling dingen die blauw zijn. We komen daar nog enkele keren op terug, met een oplossing voor dit probleem van mogelijk dubbele typetoekenning. In de kolom Type staan de typen in EL toegekend aan de vormen van het Nederlands. De kolom onder VAR geeft de variabelen die zullen worden gebruikt, die onder CON de constanten.

De tabel in Figuur 2.1 zal worden gebruikt bij een aantal van de oefeningen direct hieronder en later in de tekst als er een domein van interpretatie zal worden ingevoerd.

Oefeningen

1. Van welk type is α als de hele uitdrukking van type β is, gegeven de tabel in Figuur 2.1. Laat de berekening steeds zien, bijv. door de typen als subscripten te noteren, en/of door accolades te gebruiken.

a.	$\exists$x(α(L(W)) $\wedge$ P(x))	$\beta = t$	c.	α(S(H))	$\beta = \langle\langle e,t\rangle,t\rangle$
b.	$\neg\alpha$(m)(j)	$\beta = t$	d.	$\alpha(\beta$(j)(m)(m))	$\beta = \langle e,\langle e,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$

2. Beredeneer in de volgende zinnen wat het type van het predikaat en dat van de daarbij behorende argumenten is.

a. Jan beveelt Dirkje aan aan Marie.
b. Jan bewondert Marie.
c. Blauw is een helderder kleur dan deze kleur.
d. 3 komt voor 4.
e. Lopen ligt tussen kruipen en rennen.

3. Maak op de wijze van NC 1 een notatieconventie voor het (complexe) werkwoord *aanbevelen aan* waarmee de eerste orde predikaatlogische notatie ervan wordt aangepast aan de notatie in EL.

4. Welk typenlogisch bezwaar kun je hebben tegen een zin als: *Rood is een kleur en mooi*? Hoe zou je *Rood is mooi* kunnen behandelen?

5. Geef problemen aan met de typenlogische karakterisering van *Jan wandelt of kust Marie*. Hoe zou je ze oplossen?

2.3.3 Syntaxis

De syntaxis van typenlogische talen als EL wordt vastgelegd door Definitie 4.

Definitie 4:

a. als $\alpha \in \text{CON}_\text{a}$, dan $\alpha \in \text{ME}_\text{a}$
als $\alpha \in \text{VAR}_\text{a}$, dan $\alpha \in \text{ME}_\text{a}$
b. als $\alpha \in \text{ME}_{\langle\text{a,b}\rangle}$ en $\beta \in \text{ME}_\text{a}$, dan $\alpha(\beta) \in \text{ME}_\text{b}$
c. als $\varphi, \psi \in \text{ME}_t$, dan $\neg\varphi, \varphi \wedge \psi, \varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \psi, \varphi \leftrightarrow \psi \in \text{ME}_t$
d. als $\alpha, \beta \in \text{ME}_\text{a}$, dan $(\alpha = \beta) \in \text{ME}_t$
e. als $\varphi \in \text{ME}_t$ en $v \in \text{VAR}_\text{a}$, dan $\exists v\varphi, \exists! v\varphi, \forall v\varphi \in \text{ME}_t$
f. als $\alpha \in \text{ME}_\text{a}$ en $v \in \text{VAR}_\text{b}$, dan $\lambda v\alpha \in \text{ME}_{\langle\text{b,a}\rangle}$
g. Elke ME in EL wordt voortgebracht door (a) – (f) in een eindig aantal stappen.

Toelichting: ME_a betekent 'meaningful expression of type a'. Regel a maakt de constanten geschikt voor interpretatie. Hieronder vallen individuele constanten, maar ook predikaatsconstanten en andere niet-logische constanten. Regel a verantwoordt mede de positie van variabelen: elk type dat constanten heeft, heeft ook variabelen. In regel b wordt functionele applicatie toegepast: de functie-argumentstructuur heeft de vorm $\alpha(\beta)$. Deze regel wijkt essentieel af van regel a in Def. 1 in Hoofdstuk 1: die regel generaliseert over n-plaatsige predikaten, terwijl regel b nu meerplaatsigheid in een functie-argumentformaat perst. Bovendien is het formaat veel algemener. Daardoor opereert regel b op zusterknopen op allerlei verschillende niveau's van syntactische structuur: V+NP, NP+VP, Det+N, P+NP. etc. Regel c introduceert de logische constanten uit de propositielogica, regel d de identiteitsrelatie. Door regel e worden de existentiële, de universele kwantor ingevoerd alsmede de definietheidsoperator $\exists!$; door regel f de lambda-operator. Regel g sluit af.

2.3.4 Semantiek

De semantiek lijkt (net als de syntaxis) erg veel op die uit het eerste hoofdstuk. Het modelbegrip blijft gelijk, het basisdomein ook. Maar de begrippen 'constante' en 'variabele' worden nu afhankelijk gemaakt van het type waarin zij constante zijn. Zoals opgemerkt aan het begin van dit hoofdstuk, geldt dat in feite ook voor de eerste orde predikatenlogica, maar die afhankelijkheid is er niet goed zichtbaar: in EL zijn er veel meer typen op basis van Definitie 1.

Definitie 5:

Een model $\mathbf{M} = \langle \mathrm{D}, \mathrm{I} \rangle$ voor EL bestaat uit:

a. een domeinverzameling D
b. een interpretatiefunctie I.

Hiermee wordt op basis van Definitie 2 per domein de interpretatiefunctie I 'uitgesplitst': I is een functie die aan elke constante $\alpha \in \textsc{con}_\mathrm{a}$ van EL een element $\mathrm{I}(\alpha)$ van type a toekent, d.w.z. I: $\mathrm{CON}_a \longrightarrow \mathbf{D}_\mathrm{a}$. Variabelen van EL worden per domeintype geïnterpreteerd door de bedelingsfunctie g, d.w.z. door g :$\mathrm{VAR}_a \longrightarrow \mathbf{D}_\mathrm{a}$.

Zij α een ME, dan is $[\![\alpha]\!]_{M,g}$ de denotatie van α m.b.t. $\mathbf{M}$ en g, gedefinieerd als:

Definitie 6:

a. als $\alpha \in \textsc{con}_\mathrm{a}$, dan $[\![\alpha]\!]_{M,g} = \mathrm{I}(\alpha)$
 als $\alpha \in \textsc{var}_\mathrm{a}$, dan $[\![\alpha]\!]_{M,g} = g(\alpha)$
b. als $\alpha \in \textsc{me}_{\langle \mathrm{a,b} \rangle}$ en $\beta \in \textsc{me}_\mathrm{a}$, dan $[\![\alpha(\beta)]\!]_{M,g} = [\![\alpha]\!]_{M,g}([\![\beta]\!]_{M,g})$
c. als $\varphi, \psi \in \textsc{me}_t$, dan:
 $[\![\neg\varphi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = 0$
 $[\![\varphi \wedge \psi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = 1$ en $[\![\psi]\!]_{M,g} = 1$
 $[\![\varphi \vee \psi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = 1$ of $[\![\psi]\!]_{M,g} = 1$
 $[\![\varphi \rightarrow \psi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = 0$ of $[\![\psi]\!]_{M,g} = 1$
 $[\![\varphi \leftrightarrow \psi]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,g} = [\![\psi]\!]_{M,g}$
d. als $\alpha, \beta \in \textsc{me}_\mathrm{a}$, dan $[\![\alpha = \beta]\!]_{M,g} = 1$ desda $[\![\alpha]\!]_{M,g} = [\![\beta]\!]_{M,g}$
e. als $\varphi \in \textsc{me}_t$ en $v \in \textsc{var}_\mathrm{a}$, dan
 $[\![\exists v\varphi]\!]_{M,g} = 1$ desda er is minstens een $d \in \mathbf{D}_\mathrm{a} : [\![\varphi]\!]_{M,g[v/d]} = 1$
 $[\![\exists! v\varphi]\!]_{M,g} = 1$ desda er is een uniek door aanwijzing, verwijzing of contekst bepaalde $d \in \mathbf{D}_\mathrm{a} : [\![\varphi]\!]_{M,g[v/d]} = 1$
 $[\![\forall v\varphi]\!]_{M,g} = 1$ desda voor alle $d \in \mathbf{D}_\mathrm{a} : [\![\varphi]\!]_{M,g[v/d]} = 1$
f. als $\alpha \in \textsc{me}_\mathrm{a}, v \in \textsc{var}_\mathrm{b}$, dan $[\![\lambda v\alpha]\!]_{M,g} =$ die functie $h \in \mathbf{D}_\mathrm{a}^{\mathbf{D}_\mathrm{b}}$,
 zodat $\forall d \in \mathbf{D}_\mathrm{b} : h(d) = [\![\alpha]\!]_{M,g[v/d]}$.

De interpretatiefunctie $[\![\ ]\!]$ is, zoals in Hoofdstuk 1, van toepassing op complexe uitdrukkingen. Elke uitdrukking α wordt als complex beschouwd door deze functie tot het tegendeel blijkt: de regels b – f leggen α net zo lang uiteen in kleinere bestanddelen tot regel a komt, d.w.z. I voor de constanten, g voor de variabelen.

Definities 4 en 6 generaliseren over een zeer diverse verzameling semantische objecten. Zo kan via regel d gezegd worden dat rood mooi is (bijv. R = M), dat bewonderen liefhebben is (bijv. B = L), maar ook dat *Jan wandelt* hetzelfde zegt als *Jan loopt* (bijv. W(j) = L(j)). Regel e maakt kwantificatie mogelijk over predikaten: zo zegt $\exists$X.[X(m) $\wedge$ X(j) $\wedge$ X = Mo] iets als 'Er is minstens een eigenschap die Marie en Jan gemeenschappelijk hebben en dat is 'mooi (zijn)'. De waarde van X, g(X), en de denotatie van *mooi*, I(Mo), zitten in het domein $D_{\langle e,t\rangle}$. De variabiliteit van de semantische domeinen komt echter pas goed tot uitdrukking bij de lambda-operator in regel f. Die komt in § 2.5 aan de orde.
De definiete descriptie past goed in Definitie 6. Met behulp van $\exists!$ kunnen nu ook zinnen als *Het meisje wandelde* worden gerepresenteerd als $\exists!$x(M(x) $\wedge$ W(x)), gegeven de vertaalafspraak: *meisje* $\rightsquigarrow$ M en *wandelen* $\rightsquigarrow$ W. Door de $\exists!$-operator komt de parallellie in de opbouw van de formule erna met die in de opbouw van de formule volgend op de kwantor $\exists$ in $\exists$x(M(x) $\wedge$ W(x)) goed tot uitdrukking. Daar zijn taalkundigen redelijk gevoelig voor.

2.3.5 Structuur in een model

Interpretatie vooronderstelt een model met betrekking waartoe wordt geïnterpreteerd. Het is verstandig om de interpretatie van zinnen te laten verlopen aan de hand van een zelf geconstrueerd model **M** met een eenvoudig domein $\mathbf{D}_e = \{\mathsf{a,b,c,d}\}$. Het domein bevat derhalve vier semantische objecten van het type e. Hun namen in het Nederlands: *Marie*, *Bert*, *Jan*, en *Dirkje*. De vertalingen ervan in EL zijn: m, b, j en d. De I-interpretatie is: I(m) = a, I(b) = b, I(j) = c en I(d) = d.
Het domein $\mathbf{D}_e$ krijgt structuur doordat de individuen voorkomen in de verschillende deelverzamelingen van $\mathbf{D}_e$, en in de n-tupels. Deelverzamelingen van $\mathbf{D}_e$ zijn:

- G = {a,c,d}, de verzameling van hen die gezond zijn
- H = {c,d}, de verzameling der handelenden
- J = {b,c,d}, de verzameling van grappenmakers
- M = {b,c}, de verzameling der mannen
- Mo = {a,c,d}, de verzameling van degenen die mooi zijn
- O = {a,c}, de verzameling der opgewekten
- Ou = {d}, de verzameling der oudsten
- Rum = {a}, de verzameling der rumoerigsten
- Ru = {a, c}, de verzameling der rumoerigen
- V = {a,d}, de verzameling der vrouwen
- W = {a,b}, de verzameling der wandelenden
- Z = {a,b,c}, de verzameling van hen die zingen

Er zijn vier verzamelingen paren:

- $\mathsf{B} = \{\langle \mathsf{b,a} \rangle, \langle \mathsf{c,b} \rangle, \langle \mathsf{a,a} \rangle, \langle \mathsf{c,a} \rangle\}$; ofwel: $\{\langle x, y \rangle : x$ bewondert $y\}$.
- $\mathsf{J} = \{\langle \mathsf{a,b} \rangle, \langle \mathsf{b,c} \rangle, \langle \mathsf{c,d} \rangle$; ofwel: $\{\langle x, y \rangle$: x is jonger dan $y\}$.
- $\mathsf{K} = \{\langle \mathsf{b,a} \rangle, \langle \mathsf{c,b} \rangle, \langle \mathsf{c,a} \rangle\}$; ofwel: $\{\langle x, y \rangle : x$ kust $y\}$.
- $\mathsf{Le} = \{\langle \mathsf{c,a} \rangle, \langle \mathsf{d,a} \rangle, \langle \mathsf{b,a} \rangle, \langle \mathsf{c,d} \rangle, \langle \mathsf{c,b} \rangle \}$; ofwel: $\{\langle x, y \rangle$: x is leuker dan $y\}$.
- $\mathsf{E} = \{\langle \mathsf{a,c} \rangle, \langle \mathsf{d,b} \rangle\}$; ofwel: $\{\langle x, y \rangle : x$ is de vrouw van $y\}$.

Er zijn twee verzamelingen drietallen:

- $\mathsf{A} = \{\langle \mathsf{a,b,c} \rangle, \langle \mathsf{a,d,c} \rangle, \langle \mathsf{a,a,c} \rangle\}$; ofwel: $\{\langle x, y, z \rangle : x$ beveelt y aan bij $z\}$;
- $\mathsf{T} = \{\langle \mathsf{b,a,d} \rangle, \langle \mathsf{c,a,d} \rangle, \langle \mathsf{c,b,d} \rangle, \langle \mathsf{b,a,c} \rangle\}$; ofwel: $\{\langle x, y, z \rangle : x$ staat tussen y en $z\}$.

Dit zijn de voor ons relevante feiten binnen het domein $\mathbf{D}_e$, mede in verband met de oefeningen! Net als hiervoor is de sans serif-letter gekozen voor de aanduiding van individuen uit het domein en van verzamelingen daaruit gevormd, dit om ze te onderscheiden van de letters uit de taal EL.

2.3.6 Model en interpretatie

De specificatie van de feiten geeft een zogeheten modelstructuur. Door toevoeging van de interpretatiefunctie I wordt deze structuur een model, $\mathbf{M} = \langle \mathbf{D}_e, \mathrm{I} \rangle$. Het model **M** bestaat uit een domein en een functie die de taal verbindt met (afbeeldt op) het domein. **M** heet een model *voor* een taal L en I wordt toegepast op een uitdrukking α uit L zo dat $\mathrm{I}(\alpha)$ een semantisch object uit het domein is. Wij nemen **M** als model voor EL. Dit betekent dat als zinnen uit het Nederlands geïnterpreteerd moeten worden, zoals in (2.10),

(2.10) Marie wandelde

—eigenlijk staat er *Marie wandelen*, want tempus doet (nog) niet mee—, er eerst een vertaalslag moet worden gemaakt van het Nederlands naar EL. De syntactische structuur van (2.10) wordt afgebeeld op die van EL. De resulterende uitdrukking in EL ontstaat op basis van het beschikbare predikaatlogische Vocabulaire—zoals logici het lexicon van hun formele talen vaak noemen—dat is gekoppeld aan de Syntaxis uit Definitie 4 die op haar beurt weer gekoppeld is aan Definitie 6.

Vocabulaire: *Marie* $\rightsquigarrow \mathrm{m}_e$, *wandelen* $\rightsquigarrow \mathrm{W}_{\langle e,t \rangle}$.
Syntaxis: $\mathrm{W}_{\langle e,t \rangle}(\mathrm{m}_e)$ is van type t. Regel b is van toepassing.
Semantiek: De semantiek zorgt voor de verbinding van de syntactische structuur met de feiten in het domein. Structurele interpretatie van W(m) verloopt door $[\![.]\!]$ via regel b, lexikale interpretatie door I via a: $\mathrm{I(W)} = \mathsf{W} = \{\mathsf{a,b}\}$ en $\mathrm{I(m)} = \mathsf{a} =$ Marie.

Afleiding:

$$\begin{array}{ll}
[\![\mathrm{W(m)}]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![\mathrm{W}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{m}]\!]_{M,g}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
\mathrm{I(W)(I(m))} = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\
\mathrm{I(m)} \in \mathrm{I(W)} & \Leftrightarrow_{\mathrm{I}} \\
\mathsf{a} \in \mathsf{W} &
\end{array}$$

Lees ... $\Leftrightarrow_\alpha$ ... als: '... wordt onder equivalentie door regel α omgezet tot ...'. Na regel a begint de verzamelingstheoretische herschrijving van de tot dan toe predikaatlogisch genoteerde waarheidsconditie, zoals gegeven in Def. 3a van Hoofdstuk 1. Op dat moment kan getoetst worden of a een element is van de verzameling W. Deze toetsing laat zien dat zin (2.10) waar is in **M**.
De semantiek vereist een zeer strikte scheiding tussen taal en domein: W is een predikaat, I(W)—de interpretatie van W—is in **M** de verzameling $\mathsf{W} = \{\mathsf{a},\mathsf{b}\}$. Het predikaat W denoteert de verzameling W.

Nog een voorbeeld met eenplaatspredikaten: *De oudste is opgewekt*.
Vocabulaire: *oudste* $\rightsquigarrow$ Ou, *opgewekt zijn* $\rightsquigarrow$ O.
Syntaxis: $\exists!\mathrm{x}(\mathrm{Ou}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e) \wedge \mathrm{O}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e))$ is van type t. De regels e, c en b zijn van toepassing.
Semantiek: I(O) = O, I(Ou) = Ou.

Afleiding:

$$\begin{array}{ll}
[\![\exists!\mathrm{x}(\mathrm{Ou(x)} \wedge \mathrm{O(x)})]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow_e \\
\text{er is een door contekst uniek bepaalde } d \in \mathbf{D}_e : & \\
[\![\mathrm{Ou(x)} \wedge \mathrm{O(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 & \Leftrightarrow_c \\
[\![\mathrm{Ou(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 \text{ en } [\![\mathrm{O(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![\mathrm{Ou}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 \text{ en } [\![\mathrm{O}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
\mathrm{I(Ou)}(g(\mathrm{x})) = 1 \text{ en } \mathrm{I(O)}(g(\mathrm{x})) = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\
d \in \mathsf{Ou} \text{ en } d \in \mathsf{O} &
\end{array}$$

De zin is onwaar in dit model, want $\mathsf{OU} \cap \mathsf{O} = \emptyset$: er is niet een individu dat in beide verzamelingen voorkomt.
Overigens moet duidelijk zijn dat hier gesmokkeld is met de vertaling van *opgewekt zijn*. Vergelijk ook de vertaling van *De oudste is de rumoerigste*. Voor die zin liggen twee aanpassingen voor de hand: (i) de vertaling van *zijn* tot = in regel d; (ii) het gebruik van de iota-operator om op het niveau van individuen gelijkwaardigheid te krijgen tussen de argumenten van de =-relatie. EL laat trouwens toe dat de =-relatie ook wordt gebruikt voor twee $\exists!$-uitdrukkingen van type t. Ga zelf na wat het verschil is tussen beide oplossingen en waar problemen liggen.

Nog een voorbeeld:

(2.11) Een vrouw wandelt en handelt.

Syntactisch is dit een geval van VP-conjunctie: [Een vrouw [handelt en wandelt]]. In het algemeen wordt (2.11) behandeld als een conjunctie van twee proposities. Vertaalslag: $p \wedge q$ = *een vrouw wandelt en zij handelt*, met een gelijke verwijzingsindex voor *een vrouw* en *zij*. De zin valt hiermee onder regel c van Def. 4.

Vocabulaire: *vrouw* $\rightsquigarrow$ V, *handelen* $\rightsquigarrow$ H, *wandelen* $\rightsquigarrow$ W.
Syntaxis: $\exists$x[V(x) $\wedge$ W(x) $\wedge$ H(x)]. Regel e eerst, dan regel c, daarna b en a.
Semantiek: I(V) = V = {a,d}; I(H) = H = {c,d}; I(W) = W = {a,b}.

Afleiding:

$$\begin{array}{ll}
[\![\exists \mathrm{x}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{W(x)} \wedge \mathrm{H(x)}]]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow_e \\
\text{er is minstens een } d \in \mathbf{D}_e : & \\
[\![\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{W(x)} \wedge \mathrm{H(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 & \Leftrightarrow_c \\
[\![\mathrm{V(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 \text{ en } [\![\mathrm{W(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 \text{ en } [\![\mathrm{H(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
 & \\
[\![\mathrm{V}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 \text{ en } [\![\mathrm{W}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 & \\
\text{en } [\![\mathrm{H}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
\mathrm{I(V)}(g(\mathrm{x})) = 1 \text{ en } \mathrm{I(W)}(g(\mathrm{x})) = 1 \text{ en } \mathrm{I(H)}(g(\mathrm{x})) = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\
d \in \mathsf{V} \text{ en } d \in \mathsf{W} \text{ en } d \in \mathsf{H} &
\end{array}$$

Test: voor $d = \mathsf{a}$ geldt $\mathsf{a} \notin \mathsf{H}$; voor $d = \mathsf{b}$ geldt $\mathsf{b} \notin \mathsf{V}$ en $\mathsf{b} \notin$ H; voor $d = \mathsf{c}$ geldt $\mathsf{c} \notin \mathsf{V}$ en $\mathsf{c} \notin \mathsf{W}$; en tenslotte voor $d = \mathsf{d}$ geldt $\mathsf{d} \notin \mathsf{W}$. Zin (2.11) is onwaar in **M**, want er is geen d te vinden die voldoet.

In zinnen als (2.12) denoteert het werkwoord *bewonderen* een tweeplaatsrelatie tussen de individuen Jan en Marie.

(2.12) Jan bewondert Marie.

Het is daarmee van type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, hetgeen inhoudt dat het predikaat B eerst een individu-argument "pakt" om een predikaat van het type $\langle e, t\rangle$ te vormen, dat vervolgens een individu-argument neemt om een propositie (van het type t) te vormen.

Vocabulaire: *Marie* $\rightsquigarrow$ m, *Jan* $\rightsquigarrow$ j, *bewonderen* $\rightsquigarrow$ B.
Syntaxis: B(m)(j). Regel b is tweemaal van toepassing, eerst op B(m)(j), daarna op B(m).
Semantiek: Feiten in het model: I(m) = a = Marie, I(j) = c = Jan. I(B) = B. Zie hierboven bij de modelbeschrijving.

Afleiding:

$$\begin{array}{ll}
[\![\mathrm{B(m)(j)}]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![\mathrm{B(m)}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{j}]\!]_{M,g}) = 1 & \Leftrightarrow_b \\
([\![\mathrm{B}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{m}]\!]_{M,g}))([\![\mathrm{j}]\!]_{M,g}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
(\mathrm{I(B)(I(m))})(\mathrm{I(j)}) = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\
\mathrm{I(j)} \in \mathrm{I(B)(I(m))} & \Leftrightarrow \\
\mathsf{c} \in \{d : \langle d, \mathsf{a}\rangle \in \mathrm{I(B)}\} &
\end{array}$$

De strategie is: de propositie B(m)(j) via de regels opbreken net zo lang de I-functie kan worden toegepast. De afleiding eindigt met een test waarin wordt nagegaan of c een element is van de verzameling van individuen die als eerste lid van de paren in B voorkomen met als restrictie dat a het tweede lid van zo'n paar moet zijn. Het gaat dus in het model **M** om de verzameling $\{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}\}$. Dit is gemakkelijk vast te stellen op blz. 26. B(m)(j) is derhalve waar in dit model.
Taalkundig wordt (2.12) ontleed als $[_{\mathrm{S}}$ Jan $[_{\mathrm{VP}}$ bewondert Marie]]. De VP correspondeert met I(B)(I(m)), de verzameling van diegenen die Marie bewonderen.

Oefeningen

6. Gegeven het behandelde model **M** en gebruikmaken van de afspraken in Figuur 2.1 op bladzijde 22, bepaal de waarheidswaarde van de volgende zinnen:

a. Bert staat niet tussen Marie en Jan.
b. De echtgenote van Jan of Bert zingt.
c. Jan rijdt naar Bert.
d. De opgewekte vrouw is leuker dan de handelende man.
e. De echtgenote van Bert maakt grappen.

Als je aanpassingen moet maken, stipuleer dan type-veranderingen met behulp van besproken typen. Maak een afleiding en test de uitkomst ervan aan het model.

7. Vertaal de volgende zinnen in typen-logische formules: Voeg indien nodig verzamelingen of relaties toe aan de modelstructuur van § 2.3.5. en specificeer de bijbehorende predikaten.

a. Marie zingt mooi en Dirkje zingt niet.
b. De echtgenote van Bert is leuker dan de echtgenote van Jan.
c. Marie beveelt Bert en Dirkje aan bij Jan.
d. Jan bewondert de niet-opgewekten.
e. Dirkje staat tussen Bert en Marie.

8. Interpreteer de volgende zinnen in een afleiding. Ga na of deze zinnen waar zijn in het model **M**.

a. Marie is opgewekt of ze zingt.
b. Alle rumoerigen maken grappen.
c. Minstens één rumoerige maakt grappen.

2.4 Karakteristieke functies

2.4.1 Inleiding

Een belangrijk inzicht van Montague is dat constituenten die verwijzen naar verzamelingen, d.w.z. elementen van het type $\langle \mathrm{a}, t\rangle$, kunnen worden opgevat als karakteristieke functies.

Definitie 7:

Als voor twee verzamelingen A, B geldt $A \subseteq B$, dan is $f_A : B \longrightarrow \{0, 1\}$ een karakteristieke functie, voor alle x uit B gedefinieerd als:

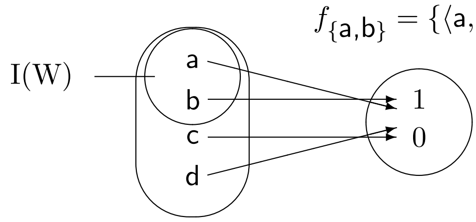
$$\begin{cases} f_A(x) = 1 \text{ als } x \in A \\ f_A(x) = 0 \text{ als } x \in A' \end{cases}$$

f_A splitst de verzameling B in een verzameling A en in een complementverzameling A'. Als B het discussiedomein zelf is, dan is f_A een domeinsplitser. Door predikaten op te vatten als karakteristieke functies wordt het domein van interpretatie automatisch opgedeeld in een verzameling van semantische objecten die wel tot de denotatie ervan behoren en die welke er niet toe behoren. Deze aanname heeft uiteraard vergaande consequenties, waarvan tweewaardigheid de belangrijkste is. Het is aan te bevelen eens na te denken over deze consequenties. Om een voorbeeld te geven: in het model **M** zijn Marie en Jan opgewekt. Maar wat betekent dit? Dat Bert en Dirkje niet-opgewekt zijn. Zodra niet-opgewektheid inhoudt somberte of chagrijn, verdwijnt de mogelijkheid tot een neutrale gemoedsstemming. Zijn er drie waarden?

2.4.2 Predikaten

Montague redeneerde: je hebt in EL een eenplaatspredikaat α van het type $\langle e, t\rangle$ met als denotatie de verzameling $\mathrm{I}(\alpha)$, gegeven een domein $\mathbf{D}_e$. Dus: $\mathrm{I}(\alpha) \subseteq \mathbf{D}_e$. Maar dan is het mogelijk α te modelleren op Definitie 7 met $f_{\mathrm{I}(\alpha)}$: $\mathbf{D}_e \longrightarrow \{1, 0\}$. $f_{\mathrm{I}(\alpha)}$ splitst het domein $\mathbf{D}_e$ in een verzameling individuen die "onder het predikaat vallen" en een complementverzameling van individuen die er niet onder vallen, zoals geïllustreerd in Figuur 2.2.

$$f_{\{\mathsf{a},\mathsf{b}\}} = \{\langle \mathsf{a}, 1\rangle, \langle \mathsf{b}, 1\rangle, \langle \mathsf{c}, 0\rangle, \langle \mathsf{d}, 0\rangle\}$$



Figuur 2.2: *De functie* $f_{\{\mathsf{a},\mathsf{b}\}}$ *karakteriseert* $\mathrm{I}(\mathrm{W})$ *door alle elementen van* $\mathrm{I}(\mathrm{W})$ *naar* 1 *te sturen.*

Het werkwoord *wandelen* wordt net als de naamwoorden *wandelaar* en *wandelende* vertaald als een predikaat W van het type $\langle e, t\rangle$. In **M** geldt dat $\mathrm{I}(\mathrm{W}) = \{\mathsf{a},\mathsf{b}\}$. De karakteristieke functie $f_{\mathrm{I}(\mathrm{W})}$: $\mathbf{D}_e \rightarrow \{1, 0\}$ levert: $\mathsf{a} \mapsto 1$, $\mathsf{b} \mapsto 1$, $\mathsf{c} \mapsto 0$, en $\mathsf{d} \mapsto 0$. Op die wijze wordt de verzameling $\{\mathsf{a},\mathsf{b}\}$ geconstrueerd door de functie $f_{\mathrm{I}(\mathrm{W})}$. Een functie wordt gezien als een verzameling van paren, in dit geval: $f_{\mathrm{I}(\mathrm{W})} = f_{\{\mathsf{a},\mathsf{b}\}} = \{\langle \mathsf{a}, 1\rangle, \langle \mathsf{b}, 1\rangle, \langle \mathsf{c}, 0\rangle, \langle \mathsf{d}, 0\rangle\}$. De paren zijn opgebouwd uit individuen van het type e en waarheidswaarden van het type t. Notatie: met A als domein en B als co-domein wordt een verzameling functies vastgelegd. Daarom schrijft men, als een functie $f : A \longrightarrow B$ gedefinieerd is: $f \in B^A$. Dus geldt voor **M**: $f_{\{\mathsf{a},\mathsf{b}\}} \in \{1, 0\}^{\mathrm{D}}$.

Negatie kan ook worden opgevat als een karakteristieke functie. Immers, $\neg$ van het type $\langle t,t\rangle$ neemt een waarheidswaarde t om een t te vormen: $\neg : \{1,0\} \longrightarrow \{1,0\}$. Met andere woorden $\neg$ kan worden opgevat als een functie $f_A : B \longrightarrow \{1,0\}$, met A = {1} en B = {1,0}, gedefinieerd als:

$$\begin{cases} f_A(x) = 1 \text{ als } x \in A \\ f_A(x) = 0 \text{ als } x \in A' \end{cases}$$

Ezelsbrug: Let op de type-opbouw:

karakteristieke functies $\langle \ldots, t\rangle$	niet-karakteristieke functies $\langle \ldots, \ldots\rangle\rangle$
$\langle e,t\rangle$	$\langle e,e\rangle$
$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	$\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$
$\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle$	$\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$
$\langle t,t\rangle$	$\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$

$\langle e,t\rangle$: eerste orde eenplaatspredikaat, $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$: tweede orde eenplaatspredikaat, $\langle t,t\rangle$: zinsmodificatie;
$\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$: tweeplaatspredikaat, $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$: modificatie van eenplaatspredikaat, $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$: lidwoorden.

2.4.3 NPs als domeinsplitsers

NPs als *alle wandelaars*, *sommige grappenmakers*, *twee vrouwen*, *weinig opgewekten* worden geïnterpreteerd als semantische objecten van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$, d.w.z. als collecties van verzamelingen van individuen. M.a.w.: $[\![\textit{alle wandelaars}]\!] \in \mathbf{D}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$. Door de definitie van *alle* denoteert de NP *alle wandelaars* in **M** de collectie verzamelingen waar $\{\mathsf{a,b}\}$ inzit:

$$[\![\textit{alle wandelaars}]\!]_{M,g} = \{\mathrm{X} \subseteq \mathbf{D}_e | \{\mathsf{a,b}\} \subseteq \mathrm{X}\} = \{\{\mathsf{a,b}\}, \{\mathsf{a,b,c}\}, \{\mathsf{a,b,d}\}, \{\mathsf{a,b,c,d}\}\}$$

Zo ook:

$$[\![\textit{geen grappenmaker}]\!]_{M,g} = \{\mathrm{X} \subseteq \mathbf{D}_e | \{\mathsf{b,c,d}\} \cap \mathrm{X} = \emptyset\} = \{\emptyset, \{\mathsf{a}\}\}$$

En:

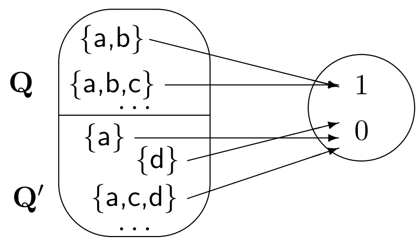
$$[\![\textit{een grappenmaker}]\!]_{M,g} = \{\mathrm{X} \subseteq \mathbf{D}_e | \{\mathsf{b,c,d}\} \cap \mathrm{X} \neq \emptyset\} = \{\{\mathsf{b}\}, \{\mathsf{c}\}, \{\mathsf{d}\}, \{\mathsf{b,c}\}, \{\mathsf{b,d}\}, \{\mathsf{c,d}\}, \{\mathsf{b,c,d}\}\}$$

In dit laatste geval ontstaat er een debat tussen taalkundigen en logici. Meer dan de logici zijn taalkundigen geneigd om de betekenis van *een grappenmaker* te beperken tot een singleton uit de verzameling grappenmakers. Wie zegt *Ik kwam een grappenmaker tegen* wil uitdrukken dat er sprake is van een persoon. Mocht blijken dat de spreker wel drie grappenmakers is tegengekomen, dan wordt de mededeling toch al snel als inadequaat want onderinformerend beschouwd.
Door hun typering kunnen NPs worden opgevat als (tweede orde eenplaats-) predikaten. Maar dit betekent dat ze kunnen worden opgevat als karakteristieke functies

van $\mathbf{D}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$ naar {1,0}. Ze splitsen de machtsverzameling $\wp(\mathbf{D}_e) = \{\emptyset, \{\mathsf{a}\}, \{\mathsf{b}\}, \ldots \{\mathsf{a,b}\}, \{\mathsf{a,c}\}, \ldots, \{\mathsf{a,b,c}\}, \{\mathsf{a,b,d}\}, \ldots, \{\mathsf{a,b,c,d}\}\}$. $\wp(\mathbf{D}_e)$ bevat in model $\mathbf{M}$ 2^4 aantal elementen.
De functie $f_{[\![\text{alle W}]\!]} : \mathbf{D}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle} \longrightarrow \{1,0\}$ is gedefinieerd als: voor alle verzamelingen X uit $\wp$(D):

$$\begin{cases} f_{[\![\text{alle wandelaars}]\!]}(\mathrm{X}) = 1 \text{ als } \mathsf{W} \subseteq \mathrm{X} \\ f_{[\![\text{alle wandelaars}]\!]}(\mathrm{X}) = 0 \text{ als } \mathsf{W} \not\subseteq \mathrm{X} \end{cases}$$

Daarmee geldt: $f_{[\![\text{alle wandelaars}]\!]} \supset \{\langle\{\mathsf{a,b}\},1\rangle, \langle\{\mathsf{a,b,c}\},1\rangle, \langle\{\mathsf{a,b,d}\},1\rangle, \langle\{\mathsf{a,b,c,d}\},1\rangle\}$.
De type-structuur van de semantische objecten in deze verzameling is gemakkelijk te herkennen. Zo is $\langle\{\mathsf{a,b}\},1\rangle$ van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$, want $\{\mathsf{a,b}\}$ is van type $\langle e,t\rangle$.
De functie $f_{[\![\text{alle wandelaars}]\!]}$ vormt een collectie $\mathbf{Q}$ en een complement $\mathbf{Q}'$, zoals zichtbaar gemaakt in Figuur 2.3.



Figuur 2.3: *De NP als karakteristieke functie*

Hiermee zijn de semantische objecten van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ opgevat als collecties van verzamelingen.
Het kan nog een slag ingewikkelder: $f_{\mathbf{Q}}$ neemt als argumenten die functies f_{X} waarvoor geldt $\langle\mathsf{a},1\rangle \in f_{\mathrm{X}}$ en $\langle\mathsf{b},1\rangle \in f_X$ naar 1, en de rest naar 0. Dus:

$$\begin{cases} f_{\mathbf{Q}}(f_{\mathrm{X}}) = 1 \text{ als } \{\langle\mathsf{a},1\rangle, \langle\mathsf{b},1\rangle\} \subseteq f_{\mathrm{X}} \\ f_{\mathbf{Q}}(f_{\mathrm{X}}) = 0 \text{ indien niet.} \end{cases}$$

Er volgt derhalve een inspectietocht door de machtsverzameling waarvan W deel uitmaakt. Uitgespeld:

$$\begin{array}{ll}
f_{\mathbf{Q}}(f_{\emptyset}) = 0 & \text{want } f_{\emptyset} = \{\langle\mathsf{a},0\rangle, \langle\mathsf{b},0\rangle, \langle\mathsf{c},0\rangle, \langle\mathsf{d},0\rangle\} \\
f_{\mathbf{Q}}(f_{\{\mathrm{a}\}}) = 0 & \text{want } f_{\{\mathrm{a}\}} = \{\langle\mathsf{a},1\rangle, \langle\mathsf{b},0\rangle, \langle\mathsf{c},0\rangle, \langle\mathsf{d},0\rangle\} \\
\ldots & \\
f_{\mathbf{Q}}(f_{\{\mathrm{a,b}\}}) = 1 & \text{want } f_{\{\mathrm{a,b}\}} = \{\langle\mathsf{a},1\rangle, \langle\mathsf{b},1\rangle, \langle\mathsf{c},0\rangle, \langle\mathsf{d},0\rangle\} \\
f_{\mathbf{Q}}(f_{\{\mathrm{a,b,c}\}}) = 1 & \text{want } f_{\{\mathrm{a,b,c}\}} = \{\langle\mathsf{a},1\rangle, \langle\mathsf{b},1\rangle, \langle\mathsf{c},1\rangle, \langle\mathsf{d},0\rangle\} \\
f_{\mathbf{Q}}(f_{\{\mathrm{a,b,d}\}}) = 1 & \text{want } f_{\{\mathrm{a,b,d}\}} = \{\langle\mathsf{a},1\rangle, \langle\mathsf{b},1\rangle, \langle\mathsf{c},0\rangle, \langle\mathsf{d},1\rangle\} \\
\ldots & \\
f_{\mathbf{Q}}(f_{\{\mathrm{a,c,d}\}}) = 0 & \text{want } f_{\{\mathrm{a,c,d}\}} = \{\langle\mathsf{a},1\rangle, \langle\mathsf{b},0\rangle, \langle\mathsf{c},1\rangle, \langle\mathsf{d},1\rangle\} \\
\ldots & \\
f_{\mathbf{Q}}(f_{\{\mathrm{a,b,c,d}\}}) = 1 & \text{want } f_{\{\mathrm{a,b,c,d}\}} = \{\langle\mathsf{a},1\rangle, \langle\mathsf{b},1\rangle, \langle\mathsf{c},1\rangle, \langle\mathsf{d},1\rangle\}
\end{array}$$

Notatie: $f_{\mathbf{Q}} \in \mathbf{D}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$, met als input elementen uit het domein $\{0{,}1\}^{\mathrm{D}_e}$ en als output waarheidswaarden uit het co-domein $\{0{,}1\}$. Daarmee geldt ook: $\mathbf{D}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle} = \{f|f : \wp(\mathrm{D}) \rightarrow \{1,0\}\}$, dus $f_{\mathbf{Q}} \in \{0,1\}^{(\{0,1\}^{\mathrm{D}_e})}$.
Voor *geen grappenmaker* geldt:

$$\begin{cases} f_{[\![\text{geen grappenmaker}]\!]}(f_{\mathrm{X}}) = 1 \text{ als } \{\langle\emptyset, 1\rangle, \langle\mathsf{a}, 1\rangle\} \subseteq f_{\mathrm{X}} \\ f_{[\![\text{geen grappenmaker}]\!]}(f_{\mathrm{X}}) = 0 \text{ indien niet.} \end{cases}$$

Voor *sommige grappenmakers* is het nodig om f_{X} af te zetten tegen f_{J}. Immers, er zijn drie grappenmakers in het model, dus elke verzameling waarin twee of meer grappenmakers voorkomen, kwalificeert zich als een element van de kwantor. Met andere woorden:

$$\begin{cases} f_{[\![\text{sommige grappenmakers}]\!]}(f_{\mathrm{X}}) = 1 \text{ als } |f_{\mathsf{J}} \cap f_{\mathrm{X}}| \geq 2. \\ f_{[\![\text{sommige grappenmakers}]\!]}(f_{\mathrm{X}}) = 0 \text{ indien niet.} \end{cases}$$

De vereenvoudigde vorm daarvan is:

$$\begin{cases} f_{[\![\text{sommige grappenmakers}]\!]}(\mathrm{X}) = 1 \text{ als } |\mathsf{J} \cap \mathrm{X}| \geq 2. \\ f_{[\![\text{sommige grappenmakers}]\!]}(\mathrm{X}) = 0 \text{ indien niet.} \end{cases}$$

Sommige dwingt met deze definitie een zekere cardinaliteit af. Er valt over te twisten of ≥ 2 niet zou moeten zijn ≥ 1. Maar je kunt nu eenmaal niet zeggen *sommige grappenmaker*. De meervoudigheid van het naamwoord suggereert sterk een ondergrens van 2.

Oefeningen

9. Neem aan dat in het model **M** van § 2.3 de interpretatie van de NP *een wandelaar* als volgt is gedefinieerd: $[\![\textit{een wandelaar}]\!] = \{X \subseteq \mathbf{D}_e | [\![\mathrm{W}]\!] \cap X \neq \emptyset$ (vgl. de twee definities aan het begin van § 2.4.3). Definieer de functie $f_{[\![\text{een W}]\!]}$ en spel haar uit in het model. Maak een tekening à la Figuur 2.2 waarin je de tot de kwantor behorende verzamelingen scheidt van de er niet toe behorende verzamelingen.

2.4.4 Het nut van karakteristieke functies

W(m) en B(j,m) zijn eerste-orde standaardvormen van predicatie. W en B zijn predikaten. Ze verhouden zich niet op dezelfde wijze tot hun argumenten. Door predikaten te zien als verwijzend naar karakteristieke functies, wordt het mogelijk om de predicatie wel een universeel formaat te geven, nl. dat van functie-argumentstructuur. Dankzij NC1 kan B(j,m) worden herschreven als B(m)(j) waarbij B(m) een eenplaatspredikaat is. Hier komt de techniek van de zgn. λ-abstractie te pas.

2.5 De λ-operator

2.5.1 Inleiding

Een belangrijk middel om karakteristieke functies te representeren in een logische taal is de invoering van een operator λ in de syntaxis van die taal. Het gebruik van deze operator is algemener. De oorsprong ervan ligt in een verwarring in het gebruik van de term functie. In $f : x \mapsto f(x)$ wordt de functiewaarde $f(x)$ vaak zelf *functie* genoemd. Dit is niet correct: f is de functie. Dus, in $f : x \mapsto -3x + 2$ moet men zeggen dat de functie f toegepast op het origineel x het beeld $f(x) = -3x + 2$ oplevert (Sommigen gebruiken resp. *argument* voor x en *functiewaarde* voor $f(x)$). Alonzo Church introduceerde rond 1940 de λ-operator. Deze verschaft wat dit betreft duidelijkheid: f kan worden genoteerd als $\lambda x. - 3x + 2$, terwijl de functiewaarde $f(x)$ zelf genoteerd wordt als $-3x + 2$ voor elke x. Voor $x = -1$ en $\lambda x. - 3x + 2$ als f wordt als functiewaarde $\lambda x. - 3x + 2(-1) = 5$ opgeleverd, want $\lambda x. - 3x + 2$ toegepast op -1 geeft $-3(-1) + 2 = 3 + 2 = 5$.
Roger Penrose in *The Emperor's New Mind* behandelt een aardig voorbeeld van de bruikbaarheid van de λ-operator. De functie $\lambda f \lambda x[f(f(x))]$ laat zich omschrijven als een karakterisering van de operatie 'tweemaal'. Stel g is de kwadratische functie, en x is een natuurlijk getal dan geldt bijv.:

$$\lambda f \lambda x[f(f(x))](g)(3)$$
$$\lambda x[g(g(x)](3)$$
$$g(g(3)) = g(9) = 81$$

Nu taalkundige voorbeelden.

(2.13) a. Marie wandelt en handelt
b. Marie wandelt en Marie handelt
c. Een vrouw wandelt en een vrouw handelt

Vroeger werd (2.13a) afgeleid van (2.13b), maar dat stuit op bezwaren: de zin (2.11) *Een vrouw wandelt en handelt* mag niet worden afgeleid van (2.13c), want in (2.11) gaat het om een vrouw die zowel wandelt als handelt, terwijl het in (2.13) om twee vrouwen gaat.
De oplossing van dit probleem is om *wandelen en handelen* als een eenheid te nemen en toe te passen op het argument. Dankzij λ wordt het: λx.[W(x) $\wedge$ H(x)]. Dit is een eenplaatspredikaat van het type $\langle e, t\rangle$ (ga dit na via Def. 4, regel f). Het vraagt als functie om een argument van het type e. Uit λx.[W(x) $\wedge$ H(x)](m) wordt dan de propositie W(m) $\wedge$ H(m) afgeleid. Hoe dat precies gaat, wordt uitgelegd in § 2.5.3.
Taalkundig bewijst de lambda-operator ook diensten voor de analyse van zogeheten 'sloppy identity' in zinnen als *Arie at een haring en Piet deed dat ook*. Dit kan worden geanalyseerd als λx(x eten een haring)(Arie) & λx(x eten een haring)(Piet). Daarmee voorkom je dat ze dezelfde haring moeten opeten.
De belangrijkste linguistische motivering voor het gebruik van de lambda-operator is dat hij de mogelijkheid biedt om te generaliseren over n-plaatspredikaten. In Hoofdstuk 1 werd aan de vertaling van (1.2) *Marie wandelt* de logische vorm W(m)

toebedeeld, terwijl (1.3) *Jan kust Marie* werd vertaald als K(j,m). Toch gedragen *wandelen* en *Marie kussen* zich in heel veel opzichten hetzelfde, zowel syntactisch als semantisch. Syntactisch zijn beide een VP, semantisch zijn ze een eenplaatspredikaat. Voor een zin als *Jan wandelde, kuste Marie en gaf haar een boek* is dat ook wel duidelijk. De lambda-operator maakt het nu mogelijk *wandelen* en *Marie kussen* en *een boek aan Marie geven* als eenzelfde soort semantisch object te behandelen.

2.5.2 Lambda-abstractie

De introductie van de λ-operator is een uitbreiding van de predikatenlogica en van EL met een regel die zegt dat een term α herschreven mag worden tot $\lambda v.\alpha$. Hierbij is α een uitdrukking die de variabele v bevat ("ervan afhankelijk is"). Kort gezegd, een predikaat als W kan herschreven worden tot λx.W(x). Hierin is α het W(x)-deel. De term λ-abstractie wordt ingegeven door in beschouwing te nemen de propositie W(m). Vervang de constante m door een variabele x, dan ontstaat de formule W(x). De λ-operator maakt hiervan een predikaat λx.W(x) dat opererend op een argument van het type e een propositie oplevert: λx.W(x) construeert de verzameling van alle individuen x die wandelen. De wandelaars worden afgebeeld op 1, de anderen op 0. De λ-operator plus bijbehorende uitdrukking wordt in dit geval dus geïnterpreteerd als een karakteristieke functie.
De propositie W(m) geeft nog een tweede aanknopingspunt voor abstractie. De constante $\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}$ is te vervangen door een (vrije) variabele X van het type $\langle e,t\rangle$ en er ontstaat dan iets als λX.X(m). Dit is te interpreteren als de functie die aan I(m) alle verzamelingen g(X) toekent waarvan geldt I(m) $\in g$(X). I(W) is in **M** een van die verzamelingen. Uit λX.X(m)(W) wordt W(m) afgeleid. De receptuur voor deze stap staat in § 2.5.3. Regel f van Def. 4 maakt duidelijk dat λX.X(m) van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ is.
Een natuurlijke volgende stap is: λXλx.X(x) of λxλX.X(x). Deze twee uitdrukkingen zijn overigens niet van hetzelfde type zoals gemakkelijk is vast te stellen.

Lambda-abstractie wordt ook toegepast op twee-plaatspredikaten. Uit (2.12) *Jan bewondert Marie* kun je abstraheren over de beide argumentplaatsen. Er is een verschil in welk je het eerste neemt. Dus:

Jan bewondert Marie	⇝	B(m)(j)	
x bewondert Marie	⇝	λx.B(m)(x)	Marie-bewonderaars
x bewondert y	⇝	λyλx.B(y)(x)	bewonderen
x bewonderen iemand	⇝	λx∃y.B(y)(x)	iemand bewonderen

Jan bewondert Marie	⇝	B(m)(j)	
Jan bewondert y	⇝	λy.B(y)(j)	door Jan bewonderden
x bewondert y	⇝	λxλy.B(y)(x)	bewonderd worden
iemand bewondert y	⇝	λy∃x.B(y)(x)	door iemand bewonderd worden

In de Montaguegrammatica wordt dankbaar gebruik gemaakt van λ-abstractie over tweeplaatspredikaten. Een uitdrukking als λx.B(m)(x) maakt het mogelijk tijdens de derivatie een complexe tweeplaatsstructuur te “bevriezen”: de λ-operator maakt er “zolang” een eenplaatspredikaat van, tot er na λ-conversie (§ 2.5.3) weer een tweeplaatspredikaat te voorschijn komt.

Enkele voorbeelden van type-toekenning:

als:	$v \in \mathrm{VAR_b}$	$\alpha \in \mathrm{ME_a}$	dan:	$\lambda v\alpha \in \mathrm{ME}_{\langle \mathrm{b,a}\rangle}$
λx.W(x)	$v = e$	$\alpha = t$		$\lambda v\alpha = \langle e, t\rangle$
λX.X(x)	$v = \langle e, t\rangle$	$\alpha = t$		$\lambda v\alpha = \langle\langle e, t\rangle, t\rangle$
λxλy.(B(y)(x))	$v = e$	$\alpha = \langle e, t\rangle$		$\lambda v\alpha = \langle e, \langle e, t\rangle\rangle$
λXλx.X(x)	$v = \langle e, t\rangle$	$\alpha = \langle e, t\rangle$		$\lambda v\alpha = \langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
λxλX.X(x)	$v = e$	$\alpha = \langle\langle e, t\rangle, t\rangle$		$\lambda v\alpha = \langle e, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$
λXιx.X(x)	$v = \langle e, t\rangle$	$\alpha = e$		$\lambda v\alpha = \langle\langle e, t\rangle, e\rangle$

Bij decoderen geldt: volg strikt de syntactische opbouw van de uitdrukkingen. Enkele voorbeelden:

- λx.W(x) is van type $\langle e, t\rangle$ en moet toegepast worden op uitdrukkingen van type e. Dus λx.W(x)(m) is van type t.
- λX.X(x) is van type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ en wordt toegepast op uitdrukkingen van type $\langle e, t\rangle$. Daarmee is λX.X(x)(W) van type t.
- λx.λyB(y)(x) van type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$. Derhalve is λx.λyB(y)(x)(m) van type $\langle e, t\rangle$ en λx.λyB(y)(x)(m)(j) van type t.
- λy.B(y)(m) van type $\langle e, t\rangle$: ‘door Marie bewonderd worden’.
- λx.x(W). Dit gaat niet: x_e werkt als functie niet op $\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}$.

Decodering van enkele typen:

$$\underbrace{\underbrace{\lambda x_e\, \underbrace{\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e)}_{t}}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{m}_e)}_{t}
\qquad
\underbrace{\underbrace{\lambda \mathrm{Y}_{\langle e,t\rangle}\, \underbrace{\exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{Y}(\mathrm{x})]}_{t}}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle})}_{t}$$

$$\underbrace{\lambda \mathrm{y}\, \underbrace{\lambda \mathrm{x}[\underbrace{\underbrace{\mathrm{B}_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}(\mathrm{y}_e)}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e)]}_{t}}_{\langle e,t\rangle}}_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}
\qquad
\underbrace{\underbrace{\lambda \mathcal{P}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}\, [\underbrace{\mathcal{P}(M_{\langle e,t\rangle})}_{t}]}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle}(\mathcal{K}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle})}_{t}$$

Het is wellicht nuttig hier op te merken dat in vier van de vijf gevallen de lambda-operator de werking heeft van een karakteristieke functie, nl. daar waar de lambda-uitdrukking, voordat ze is toegepast op het argument, de vorm $\ldots t\rangle$ heeft.

Oefeningen

10. Vertaal in EL:

> De muis links of rechts klikken leidt niet tot een opdracht

Geef de vertaalsleutel! Hou deze op het abstractieniveau van Gamut II, bijvoorbeeld in oefening 8 op pagina 108. Men kan dus *de muis* als m noteren, en *tot een opdracht leiden* is ook als één letter te schrijven, etc. Belangrijk is wel de type-aanduiding per gekozen letter en ook het gebruik van λ-abstractie.

11. Van welk type is α als de hele uitdrukking van type β is, gegeven de gemaakte afspraken in Figuur 2.1 en daarna. Laat de berekening steeds zien, bijv. door typen als subscripten te noteren, en/of door accolades te gebruiken, zoals aan het eind van § 2.5.2.

a.	$\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}(\alpha(\mathrm{L}(\mathrm{X})) \wedge \mathrm{H}(\mathrm{x}))(\mathrm{W})$	$\beta = t$
b.	$\lambda \mathrm{x}(\alpha(\lambda \mathrm{y}(\mathrm{W}(\mathrm{y}) \wedge \mathrm{W}(\mathrm{x}))))$	$\beta = \langle e, \langle e, t\rangle\rangle$
c.	$\lambda \mathrm{x}\alpha(\lambda \mathrm{y}(\mathrm{x} = \mathrm{y}))$	$\beta = \langle e, t\rangle$
d.	$\lambda \mathrm{p}(\neg \mathrm{p})(\alpha(\mathrm{m})(\mathrm{m}))$	$\beta = t$
e.	$\lambda\alpha\lambda \mathrm{x}(\alpha(\lambda \mathrm{y}.\mathrm{B}(\mathrm{y})(\mathrm{x})))$	$\beta = \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
f.	$\lambda \mathrm{z}\lambda \mathrm{y}\lambda \mathrm{x}(\alpha(\mathrm{z})(\mathrm{y})(\mathrm{x}))$	$\beta = \langle e, \langle e, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$
g.	$\lambda \mathrm{z}\lambda \mathrm{y}\lambda \mathrm{x}(\alpha(\mathrm{x}))$	$\beta = \langle e, \langle e, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$
h.	$\lambda\mathcal{Y}\exists \mathrm{x}[\mathrm{V}(\mathrm{x})\alpha\mathcal{Y}(\lambda \mathrm{x}.\mathrm{G}(\mathrm{x}))]$	$\beta = \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, t\rangle$
i.	$\alpha(\lambda\mathcal{Y}\lambda\mathcal{X}\exists \mathrm{X}[\mathcal{Y}(\mathrm{X}) \wedge \mathcal{X}(\mathrm{X})](\mathcal{K})(\mathcal{M}))$	$\beta = t$
j.	$(\alpha\lambda\mathcal{Y}\lambda\mathcal{X}\exists \mathrm{X}[\mathcal{Y}(\mathrm{X}) \wedge \mathcal{X}(\mathrm{X})])(\mathcal{K})(\mathcal{M})$	$\beta = t$
k.	$\lambda \mathrm{X}\lambda\mathcal{P}.\exists \mathrm{W}\forall \mathrm{x}[[\mathrm{W}(\mathrm{x}) \to \mathrm{X}(\mathrm{x})] \wedge \alpha(\mathrm{X})(\mathrm{W}) \wedge \mathcal{P}(\mathrm{W})](\mathrm{V})$	$\beta = \langle\langle\langle e, t\rangle, t, \rangle t\rangle$
l.	$\lambda \mathrm{X}[\alpha(\mathcal{K}) = \lambda \mathrm{x}.\mathrm{X}(\mathrm{x})(\mathrm{j})]$	$\beta = \langle\langle e, t\rangle, t\rangle$
m.	$\alpha(\mathcal{M}(\mathrm{K}))(\mathrm{W}) = \lambda\mathcal{Q}.\mathcal{Q}(\lambda \mathrm{x}.\mathrm{x} = \mathrm{j})(\mathcal{K})$	$\beta = t$
n.	$\alpha(\lambda\mathcal{X}.\mathcal{X}(\lambda \mathrm{x}.\mathrm{U}(\mathrm{x}))(\mathcal{M})) = \beta$	$\beta = t$

2.5.3 Lambda-conversie

Basisregel: $\lambda v\alpha(\gamma) \Leftrightarrow [\gamma/v]\alpha$. Deze regel zegt dat $\lambda v\alpha$ toegepast op γ resulteert in α waarbij de variabele v in α vervangen wordt door γ. De vervangingsclausule $[\gamma/v]$ staat vóór α. Is γ een eigennaam, dan is er geen enkel probleem.

a.	$\lambda \mathrm{x}\mathrm{W}(\mathrm{x})(\mathrm{m})$	$\Leftrightarrow [\mathrm{m}/\mathrm{x}]\mathrm{W}(\mathrm{x})$	$\Leftrightarrow \mathrm{W}(\mathrm{m})$
b.	$\lambda \mathrm{x}\lambda \mathrm{y}(\mathrm{B}(\mathrm{y})(\mathrm{x}))(\mathrm{j})$	$\Leftrightarrow [\mathrm{j}/\mathrm{x}]\lambda \mathrm{y}(\mathrm{B}(\mathrm{y})(\mathrm{x}))$	$\Leftrightarrow \lambda \mathrm{y}\mathrm{B}(\mathrm{y})(\mathrm{j})$
c.	$\lambda \mathrm{x}\lambda \mathrm{y}(\mathrm{B}(\mathrm{y})(\mathrm{x}))(\mathrm{j})(\mathrm{m})$	$\Leftrightarrow [\mathrm{j}/\mathrm{x}]\lambda \mathrm{y}(\mathrm{B}(\mathrm{y})(\mathrm{x}))(\mathrm{m})$	$\Leftrightarrow \lambda \mathrm{y}(\mathrm{B}(\mathrm{y})(\mathrm{j}))(\mathrm{m})$
		$\Leftrightarrow [\mathrm{m}/\mathrm{y}]\mathrm{B}(\mathrm{y})(\mathrm{j})$	$\Leftrightarrow \mathrm{B}(\mathrm{m})(\mathrm{j})$

Bevat γ een variabele, dan is er een conditie nodig om ervoor te zorgen dat deze variabele niet door een andere kwantor dan λ gebonden wordt. De conditie luidt: alle vrije variabelen in γ moeten vrij zijn voor v in α. Een variable u is vrij voor v

in de uitdrukking α desda geen enkel vrij optreden van v in α binnen het bereik van $\exists u$ of $\forall u$, of λu valt. Het gaat goed in:

$$\forall x[M(x) \rightarrow \lambda z \exists y[V(y) \wedge K(z,y)](x)] \Leftrightarrow \forall x[M(x) \rightarrow \exists y[V(y) \wedge K(x,y)]]$$

Elk van de drie operatoren heeft zijn eigen variabele. Daarom mag de x aan het eind de z in K(z,y) vervangen onder weglating van de λ-operator. Het gaat mis in:

$$\lambda y\, \underbrace{\exists z[B(y)(z)]}_{\alpha}(z) \not\Leftrightarrow [z/y]\exists z.B(y)(z)$$

De variabele z is niet vrij voor y, want y in α ligt in het bereik van $\exists$z.
Oplossing: (her-)schrijf λy.$\exists$z[B(y)(z)](z) als λy.$\exists$x[B(y)(x)](z). De vierkante haken [en] worden vanaf nu informeel gebruikt om een bepaalde syntactische eenheid duidelijker te markeren dan met (en), indien nodig. De punt wordt om dezelfde reden gebruikt om haakjes uit te sparen of om het begin van α in $\lambda v \alpha$ of van φ in $\exists v \varphi$ of $\forall v \varphi$ aan te geven.
Het kiezen van een andere variabele dan die welke toevallig gekozen is, doet een beroep op het principe van de *alfabetische variantie*. Dit garandeert: $\exists$z[B(y)(z)] $\Leftrightarrow$ $\exists$x[B(y)(x)]. Daardoor geldt:

$$\lambda y \exists z[B(y)(z)](z) \Leftrightarrow \lambda y \exists x[B(y)(x)](z) \Leftrightarrow [z/y]\exists x.B(y)(x) \Leftrightarrow \exists x[B(z)(x)].$$

Het gaat ook mis in: λX.$\exists$z[VROUW(z) $\wedge$ X(z)](λz[B(z)(z)]). Bij λ-conversie zou ontstaan: $\exists$z[VROUW(z) $\wedge$ λz[B(z)(z)](z)], maar hier is z niet vrij voor $\exists$z. Dus de afleiding moet lopen via alfabetische variantie.

$$\begin{array}{lll}
\lambda X.\exists y[\textsc{vrouw}(y) \wedge X(y)](\lambda z[B(z)(z)]) & \text{en dan} & \\
\exists y[\textsc{vrouw}(y) \wedge \underbrace{\lambda z[B(z)(z)])}_{\langle e,t\rangle}(y)] & \Leftrightarrow & \\
\exists y[\textsc{vrouw}(y) \wedge [y/z]B(z)(z)] & \Leftrightarrow & \exists y[\textsc{vrouw}(y) \wedge B(y)(y)]
\end{array}$$

N.B. λz.B(z)(z) is van type $\langle e,t\rangle$, want B(z)(z) is van type t.

Het is nu ook mogelijk om zin (2.13c) *Een vrouw wandelt en handelt* af te leiden. Dat kan door *een vrouw* te representeren als λX$\exists$x[VROUW(x) $\wedge$ X(x)]. Hierin is X een $\langle e,t\rangle$-variabele die vervangen kan worden door iets van het type $\langle e,t\rangle$. Zoals we inmiddels vaststellen, is λy(WANDELEN(y) $\wedge$ HANDELEN(y)) van dit type. Door conversie ontstaat:

$$\begin{array}{l}
\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)](\lambda y(\textsc{wandelen}(y) \wedge \textsc{handelen}(y))) \Leftrightarrow \\
[\lambda y(\textsc{wandelen}(y) \wedge \textsc{handelen}(y))/X]\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)] \Leftrightarrow \\
\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda y(\textsc{wandelen}(y) \wedge \textsc{handelen}(y))(x)] \Leftrightarrow \\
\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge [x/y](\textsc{wandelen}(y) \wedge \textsc{handelen}(y))(x)] \Leftrightarrow \\
\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{wandelen}(x) \wedge \textsc{handelen}(x)]
\end{array}$$

Hiermee wordt voldaan aan de eis dat er een vrouw is die zowel wandelt als handelt. We komen later nog terug op de vraag waarom *een vrouw* hier werd vertaald als een lambda-uitdrukking.

Veel voorkomende λ-conversies in Montaguegrammatica:

$$
\begin{array}{lll}
\text{(2.14)}\ a. & \lambda y.\exists z[\textsc{vrouw}(z) \wedge B(z)(y)](j) & \Leftrightarrow \exists z[\textsc{vrouw}(z) \wedge B(z)(j)] \\
\phantom{\text{(2.14)}}\ b. & \lambda X.\exists z[\textsc{vrouw}(z) \wedge X(z)](W) & \Leftrightarrow \exists z[\textsc{vrouw}(z) \wedge W(z)] \\
\phantom{\text{(2.14)}}\ c. & \lambda X.X(m)(\lambda x.W(x)) & \Leftrightarrow \lambda x[W(x)](m) \\
 & & \Leftrightarrow W(m) \\
\phantom{\text{(2.14)}}\ d. & \lambda\mathcal{P}\lambda x(\mathcal{P}(\lambda y[B(y)(x)]))(\lambda X.X(m))(j) & \Leftrightarrow \lambda x[\lambda X.X(m)(\lambda y.B(y)(x))](j) \\
 & & \Leftrightarrow \lambda x[\lambda y(B(y)(x))(m)](j) \\
 & & \Leftrightarrow \lambda x[B(m)(x)](j) \\
 & & \Leftrightarrow B(m)(j)
\end{array}
$$

Het is niet gebruikelijk om in de afleidingen de basisregel van λ-conversie expliciet te vermelden. Dus bijv. in (2.14d) wordt de conversie uitgevoerd zonder de informatie $[\lambda X.X(m)/\mathcal{P}]$. In dit verband is het wel goed om nog iets nader in te gaan op wat er in *d.* gebeurt.

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\lambda\mathcal{P}\,\underbrace{\lambda x(\underbrace{\mathcal{P}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(\underbrace{\lambda y.B(y)(x)}_{\langle e,t\rangle})}_{t})}_{\langle e,t\rangle}}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}(\underbrace{\lambda X.X(m)}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle})}_{\langle e,t\rangle}(j_e)}_{t}$$

Dan vindt lambda-conversie plaats:

$$[\lambda X.X(m)/\mathcal{P}]\ \underbrace{\underbrace{\lambda x(\underbrace{\mathcal{P}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(\underbrace{\lambda y.B(y)(x)}_{\langle e,t\rangle})}_{t})}_{\langle e,t\rangle}(j_e)}_{t}$$

Dit wordt:

$$\underbrace{\underbrace{\lambda x(\underbrace{\underbrace{\lambda X.X(m)}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(\underbrace{\lambda y.B(y)(x)}_{\langle e,t\rangle})}_{t})}_{\langle e,t\rangle}(j_e)}_{t}$$

Dan moet eerst $\lambda X.X(m)$ worden toegepast op zijn argument, waarmee lambda-conversie op λX voorrang krijgt in *a*. Dit resulteert in *b*, waarin eerst het predikaat $\lambda y.B(y)(x)$ moet worden toegepast op m.

a. $\underbrace{\underbrace{\lambda\mathrm{x}(\underbrace{[\lambda\mathrm{y.B(y)(x))/X].X(m)}}_{t})}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{j}_e)}_{t}$

b. $\underbrace{\underbrace{\lambda\mathrm{x}(\underbrace{\lambda\mathrm{y.B(y)(x))(m)}}_{t})}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{j}_e)}_{t}$

c. $\underbrace{\underbrace{\lambda\mathrm{x}(\underbrace{\mathrm{[m/y].B(y)(x))}}_{t})}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{j}_e)}_{t}$

d. $\underbrace{\underbrace{\lambda\mathrm{x}(\underbrace{\mathrm{B(m)(x))}}_{t})}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{j}_e)}_{t}$

Deze toepassing leidt tot een nieuwe lambda-uitdrukking waarvan de conversie in *c* wordt gegeven. Het resultaat *d* wordt vervolgens omgezet in de propositie B(m)(j). Merk op dat het *t*-karakter van de gehele formule in alle stadia zichtbaar is.
De typenopbouw bepaalt de volgorde waarin lambda-conversie bij het voorkomen van meer dan één lambda-operator wordt uitgevoerd. In de praktijk vindt de afleiding meestal plaats zonder typenaanduiding en zonder de [a/b]-conversie. Wel wordt in voorkomende gevallen het conversiegebied informeel gemarkeerd door [ ] en indien nodig worden de typen ook aangeduid.
Het "heen en weer" bewegen van lambda-conversie—λy.B(y)(x) staat eerst vóór (m), raakt er vervolgens achter, en "springt" er dan weer overheen— is kenmerkend voor veel afleidingen.

Oefeningen

12. De taal voor het model **M** bevat een aantal tweeplaatspredikaten. Geef aan hoe daaruit eenplaatspredikaten zoals *gekusten*, *jongste*, *bewonderaars* te construeren zijn.

13. Converteer de volgende uitdrukkingen met behulp van de hierboven gegeven conversieregel. Voor het gemak staan er geen predikaatletters, maar worden de predikaten uitgeschreven. Denk aan de alfabetische variantie! Probeer eerst vast te stellen wat de te converteren uitdrukking betekent.

a. $\lambda \mathrm{Y.Y(j)}(\lambda \mathrm{z}.\textsc{kussen}(\mathrm{z, m}))$
b. $\lambda \mathrm{X}\forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{X(x)}](\lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}(\mathrm{x})(\mathrm{j}))$
c. $\forall \mathrm{z}[\textsc{man}(\mathrm{z}) \rightarrow \lambda \mathrm{x}.\textsc{leuker zijn dan}(\mathrm{j, x})(\mathrm{z})]$
d. $\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge \mathrm{X(y)}](\lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}(\mathrm{m})(\mathrm{x}))$
e. $\exists \mathrm{y}[\textsc{gezond}(\mathrm{y}) \wedge \lambda \mathrm{x}.\textsc{bewonderen}(\mathrm{x})(\mathrm{d})(\mathrm{y})]$
f. $\lambda \mathrm{Y.Y(j)}(\textsc{bewonderen}(\lambda \mathrm{X}.\exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{X(x)}]))$
g. $\textsc{kussen}(\lambda \mathrm{X}.\exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{X(x)}])(\mathrm{j})$
h. $\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{X(x)}](\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}(\mathrm{j, y}))$
i. $\exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}(\mathrm{j, y})(\mathrm{x})]$

Geef hierbij ook de typenlogische karakterisering van de (delen van de) resulterende uitdrukking. N.B. soms is NC1 wel toegepast, soms niet. Dat maakt voor de oefening niet uit en het bereidt voor op wat in Hoofdstuk 3 komen gaat.

14. Converteer de volgende formule:

$\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y Le(y)(x))(\lambda X[\lambda Y.Y(m) \wedge \lambda Z.Z(j)(X))$

en maak de afleiding af. NB: de onderster is hier niet nodig.

15. De zin *Twee vrouwen praten* heeft de volgende syntactische structuur:

(i) $[_S[_{NP}[_{Det}[_{Lidw}\text{ø}][_{Telw}\text{twee}]][_N\text{vrouwen}]]\ [_{VP}\text{praten}]]$

Breid de lijst van afspraken in Schema 1 uit met de volgende:

Variabele	Constante	Type
D	ø	$\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$
–	$R_\cap$	$\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,e\rangle\rangle$

Merk op dat $R_\cap(\beta)(\alpha) = k$ een uitspraak is van het type t! Ga dit na. Interpreteer het predikaat $R_\cap$ (informeel) als een tweeplaats predikaat dat toegepast op β en daarna op α de cardinaliteit $k = |I(\beta) \cap I(\alpha)|$ oplevert.
In EL kan men zeggen dat de vertaling van het lege lidwoord ø de vertaling van het telwoord *twee* neemt om ø(*twee*) te vormen, dat de vertaling van *vrouwen* neemt om de NP-structuur (ø(*twee*))(*vrouwen*) te vormen, waarvan de interpretatie wordt toegepast op die van *praten*. De volgende vertalingen van het Nederlands naar EL worden gegeven:

ø $\rightsquigarrow \lambda D\lambda Z\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[W(x) \to Z(x)] \wedge D(Z)(U) \wedge \mathcal{P}(W)]$
twee $\rightsquigarrow \lambda X\lambda Y.R_\cap(Y)(X) = 2$
vrouw $\rightsquigarrow$ VROUW
praten $\rightsquigarrow \lambda X.\forall y[X(y) \to P(y)]$.

Met dit alles als gegeven, is er een afleiding te maken op basis van (i). Tip:

(ii) $(\lambda D\lambda Z\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[U(x) \to Z(x)] \wedge D(Z)(U) \wedge \mathcal{P}(U)](\lambda X\lambda Y.R_\cap(Y)(X) = 2)$ $(\text{VROUW}))(\lambda X.\forall y[X(y) \to P(y)])$

Dit ziet er formidabel uit, maar het valt erg mee. De formule heeft als grondstructuur: $(R_\cap(\beta))(\alpha)$. Begin met ø toe te passen op zijn argument, pas lambda-conversie toe tot dat niet meer kan. Neem dan de volgende stap door de resulterende uitdrukking nogmaals op te schrijven en schrijf dan de vertaling van *vrouw* tussen haakjes erachter, in het formaat van de functie-argumentstructuur. Pas weer lambda-conversie toe etc., tot de laatste niet-lambdaconverteerbare formule is bereikt.

2.5.4 De interpretatie van lambda-uitdrukkingen

Het eenplaatspredikaat $\lambda x.W(x)$ wordt krachtens regel f van Def. 6 in **M** als volgt geïnterpreteerd: $[\![\lambda x.W(x)]\!]_{M,g}$ = die functie $h : \mathbf{D}_e \to \mathbf{D}_t$ zodat voor alle $d \in \mathbf{D}_e$: $[\![W(x)]\!]_{M,g[x/d]} = 1$ desda $d \in I(W)$. D.w.z.:

voor a: $[\![W(x)]\!]_{M,g[x/A]} = 1$ voor c: $[\![W(x)]\!]_{M,g[x/C]} = 0$
voor b: $[\![W(x)]\!]_{M,g[x/B]} = 1$ voor d: $[\![W(x)]\!]_{M,g[x/D]} = 0$

Afleiding:

$$
\begin{array}{ll}
[\![\lambda\mathrm{x.W(x)(m)}]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![\lambda\mathrm{x.W(x)}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{m}]\!]_{M,g}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
[\![\lambda\mathrm{x.W(x)}]\!]_{M,g}(\mathrm{I(m)}) = 1 & \Leftrightarrow_f \\
[\![\mathrm{W(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x/I(m)}]} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![\mathrm{W}]\!]_{M,g[\mathrm{x/I(m)}]}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x/I(m)}]}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
\mathrm{I(W)(I(m))} = 1 & \Leftrightarrow_{\mathrm{I}} \\
\mathsf{a} \in \mathsf{W} &
\end{array}
$$

Zin (2.10) *Marie wandelt* is waar in $\mathbf{M}$. De interpretatie $[\![\lambda\mathrm{x.W(x)}]\!]$ van het predikaat $\lambda\mathrm{x.W(x)}$ is door zijn type-opbouw een karakteristieke functie van I(W) over $\mathbf{D}_e$. In $\mathbf{M}$ is $[\![\lambda\mathrm{x.W(x)}]\!] = f_{\{\mathrm{A,B}\}} = \{\langle \mathsf{a}, 1\rangle, \langle \mathsf{b}, 1\rangle, \langle \mathsf{c}, 0\rangle, \langle \mathsf{d}, 0\rangle\}$.

Het tweede-orde eenplaatspredikaat $\lambda\mathrm{X.X(m)}$ van type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ wordt in $\mathbf{M}$ geïnterpreteerd als: $[\![\lambda\mathrm{X.X(m)}]\!]_{M,g}$ = die functie $h : (\mathbf{D}_e \to \mathbf{D}_t) \to \mathbf{D}_t$ zodat $\forall d \in \mathbf{D}_{\langle e,t\rangle}$: $h(d) = 1$ desda $\mathrm{I(m)} \in d$. Nu is I(W) = $\{\mathsf{a,b}\}$:

$$
\begin{array}{ll}
[\![\lambda\mathrm{X.X(m)(W}]\!]_{M,g}) = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![\lambda\mathrm{X.X(m)}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{W}]\!]_{M,g}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
[\![\lambda\mathrm{X.X(m)}]\!]_{M,g}(\mathrm{I(W)}) = 1 & \Leftrightarrow_f \\
[\![\mathrm{X(m)}]\!]_{M,g[\mathrm{X/I(W)}]} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
\mathrm{I(W)}([\![\mathrm{m}]\!]_{M,g[\mathrm{X/I(W)}]}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
\mathrm{I(W)(I(m))} = 1 & \Leftrightarrow_{\mathrm{I}} \\
\mathsf{a} \in \mathsf{W} &
\end{array}
$$

Ook $[\![\lambda\mathrm{X.X(m)}]\!]_{M,g}$ is een karakteristieke functie, met als domein de machtsverzameling van $\mathbf{D}_e$. Zij karakteriseert al die verzamelingen waar het individu a (= Marie) element van is. Een individu wordt opgevat als de collectie verzamelingen waar het een element van is. Te zien is dat $[\![\lambda\mathrm{X.X(m)}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{W}]\!]_{M,g}) = 1$ in $\mathbf{M}$ dezelfde uitkomst oplevert als $\lambda\mathrm{x[W(x)](m)} = 1$. Beide analyses zijn equivalent.

De interpretatie van het tweeplaatspredikaat *bewonderen* kan ook via regel f gaan. Vertaling: *bewonderen* $\rightsquigarrow \lambda\mathrm{y}\lambda\mathrm{x(B(y)(x))}$. De afleiding wordt vrij ingewikkeld, omdat de regel f twee keer moet worden toegepast, één keer van $\mathbf{D}_e$ naar $\mathbf{D}_{\langle e,t\rangle}$, en daarna van $\mathbf{D}_e$ naar $\mathbf{D}_t$. Denk aan de VP waarin het interne argument zit: het werkwoord pakt dit argument en heeft dan als output een VP van het type $\langle e,t\rangle$, d.w.z. een functie. Aan deze output is te zien dat de $\lambda\mathrm{y}\lambda\mathrm{x(B(y)(x))}$ niet een karakteristieke functie denoteert, terwijl $\lambda\mathrm{x(B(m)(x))}$ wel als een karakteristieke functie wordt geïnterpreteerd. Interpretatie:

$$
\begin{array}{l}
[\![\lambda\mathrm{y}\lambda\mathrm{x(B(y)(x))}]\!]_{M,g} = \text{ die functie } h : \mathbf{D}_e \to (\mathbf{D}_e \to \mathbf{D}_t) \text{ zodat} \\
\forall d \in \mathbf{D}_e : h(d) = [\![\lambda\mathrm{x.B(y)(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{y}/d]} = \text{ die functie } k : \mathbf{D}_e \to \mathbf{D}_t, \text{ zodat} \\
\forall d' \in \mathbf{D}_e : k(d') = 1 \Leftrightarrow [\![\mathrm{B(y)(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{y}/d][\mathrm{x}/d']} = 1 \Leftrightarrow \\
\mathrm{I(B)}(d)(d') = 1 \Leftrightarrow \langle d', d\rangle \in \mathrm{I(B)}
\end{array}
$$

Lees hierover vooral Gamut II, 85–88 en eventueel nog Dowty, Wall & Peters (1981:29-39). In $\mathbf{M}$ selecteert h degenen die bemind worden. Dat wil zeggen,

gegeven I(B) = $\{\langle \mathsf{b,a}\rangle, \langle \mathsf{c,b}\rangle, \langle \mathsf{a,a}\rangle, \langle \mathsf{c,a}\rangle\}$, opereert h op de rechterleden van de paren en heeft h als output functies die voor zo'n rechterlid het linkerlid oplevert.
In het diagram hieronder staat hoe het tweede lid van een van de paren—in dit geval dus a en b—wordt afgebeeld op de functie die hen koppelt aan hun eerste argument, terwijl c en d worden afgebeeld op een functie die voor alle d naar 0 voert.

$$\begin{bmatrix} \mathsf{a} \mapsto \begin{bmatrix} \mathsf{a} \mapsto 1 \\ \mathsf{b} \mapsto 1 \\ \mathsf{c} \mapsto 1 \\ \mathsf{d} \mapsto 0 \end{bmatrix} \\ \mathsf{b} \mapsto \begin{bmatrix} \mathsf{a} \mapsto 0 \\ \mathsf{b} \mapsto 0 \\ \mathsf{c} \mapsto 1 \\ \mathsf{d} \mapsto 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \mathsf{c} \mapsto \begin{bmatrix} \mathsf{a} \mapsto 0 \\ \mathsf{b} \mapsto 0 \\ \mathsf{c} \mapsto 0 \\ \mathsf{d} \mapsto 0 \end{bmatrix} \\ \mathsf{d} \mapsto \begin{bmatrix} \mathsf{a} \mapsto 0 \\ \mathsf{b} \mapsto 0 \\ \mathsf{c} \mapsto 0 \\ \mathsf{d} \mapsto 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Uitgespeld: de buitenste a linksboven is de rechter a in $\langle \mathsf{a,a}\rangle$, de a in $\langle \mathsf{b,a}\rangle$, en de a in $\langle \mathsf{c,a}\rangle$ uit I(B): h kent aan a de functie toe die b, c en a naar 1 brengt. Aan de b in $\langle \mathsf{c,b}\rangle$ kent h een functie toe worden die c naar 1 brengt en de rest naar 0. De in I(B) als rechterlid in de paren afwezige c en d worden toegevoerd naar een functie die alle elementen uit $\mathbf{D}_e$ naar 0 brengt. Het is aan te bevelen dit een keer goed na te lopen.

Oefeningen

16. Vul de α uit a t/m n in de oefening op bladzij 37 in met een correcte constante of variabele. Interpreteer vervolgens de gegeven uitdrukkingen volgens de procedure uitgelegd in § 2.5.4.

17. Converteer eerst de volgende EL-uitdrukkingen en interpreteer vervolgens de resulterende proposities in **M**:

a. λR.∃x.R(x)(j)(BEWONDEREN)
b. λyλx.T(y)(m)(x)(d)(j)

Tip: maak bij de interpretatie aan het eind van de afleiding gebruik van Notatieconventie NC1′ $\delta(\gamma)(\beta)(\alpha) \Leftrightarrow \delta(\alpha,\beta,\gamma)$.

18. Interpreteer λXλx.¬X(x)(G)(b) in het model **M**.

19. Maak gegeven het model **M** een afleiding + interpretatie van de zin *De oudste is de rumoerigste*. Maak daarbij gebruik van de definiete operator in regel d van Definitie 4 in § 2.3.3.

20. Interpreteer de volgende zinnen via EL met betrekking tot **M**:

a. Marie zingt of ze maakt grappen.
b. Alle mannen zijn grappenmakers.
c. Geen vrouw is leuker dan een opgewekte man.

Vertaal eerst de drie zinnen in EL en interpreteer vervolgens de ontstane formules.

21. Converteer met behulp van de gemaakte afspraken de volgende EL-uitdrukkingen:

a. $\lambda x \lambda X.X(x)(j)(Gr)$
b. $\lambda y \lambda x.Ee(y)(x)(b)(j)$

en interpreteer de resulterende proposities in **M**.

22. Interpreteer met behulp van regel f. uit Definitie 6 de EL-uitdrukkingen in **M**:

a. $\lambda y.E(y)(m)(j)$
b. $\lambda x.\exists yLe(x)(y)(j)$

23. We construeren een nieuw model in: $\mathbf{M}_{\text{kh}}$. Er zijn drie individuen in $\mathbf{D}_e$: Beatrix, Irene, Margriet. Andere feiten die de modelstructuur bepalen zijn vastgelegd door de volgende ware uitspraken:

a. Beatrix is koningin.
b. Irene en Margriet zijn prinses.
c. Beatrix is ouder dan Irene en Margriet.
d. Irene is ouder dan Margriet.
e. Beatrix houdt van Margriet.
f. Margriet houdt van Irene.
g. Beatrix houdt van Irene.
h. Irene houdt niet van Beatrix.

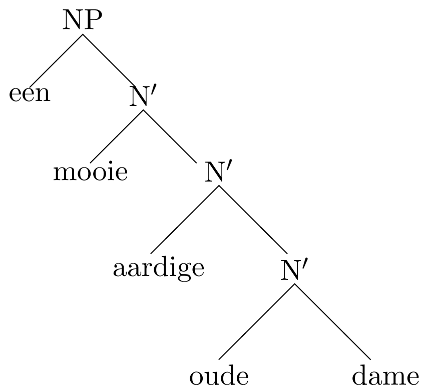
Opdracht: specificeer het model als volgt:

1. geef constanten, variabelen en predikaatsconstanten die je gebruikt.
2. geef de semantische objecten die door I met de constanten corresponderen.
3. geef in de vorm van afleidingen de interpretaties van de volgende drie zinnen en maak duidelijk of de zinnen waar zijn in $\mathbf{M}_{\text{kh}}$:
   (a) $\forall x \exists y[P(x) \rightarrow O(y)(x)]$
   (b) $\exists x[P(x) \wedge H(x)(i)]$
   (c) $\lambda X.\neg X(b)(P) \vee \lambda x \exists y[P(y) \wedge \neg H(x)(y)](b)$

N.B. Denk aan Notatieconventie 1. Doe het op de wijze van de keurige boekhouder.

2.5.5 Modificatie

Een belangrijke syntactische categorie is die van de bepalingen. Taalkundig gezien vallen ze in twee groepen uiteen: bijvoeglijke en bijwoordelijke. Van de bijvoeglijke bepalingen van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ kan er geen worden geïnterpreteerd als een karakteristieke functie: de interpretatie van uitdrukkingen verloopt zonder dat je bij 0 of 1 uitkomt. Figuur 2.4 geeft goed aan waarom de output van een bijvoeglijke bepaling van hetzelfde type moet zijn als de input. Als de N *dame* van type $\langle e,t\rangle$ is en de A *oude* van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$, dan is de onderste N′ van het type $\langle e,t\rangle$. Datzelfde patroon wordt gevolgd tot de hoogste N′. Dan neemt het lidwoord *een* van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$ de N′ en vormt daarmee de NP van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$.



Figuur 2.4: Stapeling van adjectieven

Hiermee is uiteraard niet het hele verhaal verteld, maar duidelijk wordt wel dat bijvoeglijke bepalingen als deze het type constant houden, terwijl het lidwoord het type omhoog brengt. Tegenwoordig is er veel aandacht voor dit soort operaties op typen.

Voor de meeste bijwoordelijke bepalingen geldt ook dat ze niet als karakteristieke functie kunnen worden opgevat, uitgezonderd zinsbepalingen, waaronder negatie.

Het bijwoord *niet* wordt taalkundig opgevat als een bepaling van modaliteit. De propositioneel-logische vertaling is $\neg$, van het type $\langle t,t\rangle$. De semantiek ervan is een waarheidsfunctie: een waarheidswaarde wordt omgezet in een tegenovergestelde waarheidswaarde. Bij toepassing van de λ-operator is de vertaling van *niet*: λp.$\neg$p, ook van type $\langle t,t\rangle$. (Ga dit na!) De zin *Marie is langzaam* is van het type t; *Marie is niet langzaam* ook. Dus: λp.$\neg$p(L(m)) leidt tot $\neg$L(m).

In het Nederlands komen *niet-* en *on-* voor op woordniveau, zoals in *niet-wandelend*, *niet-opgewekt* of *ongezond*. De keuze tussen *niet-* en *on-* wordt niet semantisch gestuurd: kortgezegd *niet* + *vrouw* $\Rightarrow$ *man*, *niet* + *gezond* $\Rightarrow$ *ongezond*, *niet* + *opgewekt* $\Rightarrow$ *niet-opgewekt*. Met de vertaling *gezond* $\leadsto$ G en met G van het type $\langle e,t\rangle$, kan *ongezond* worden verkregen door de vertaling: *on-* $\leadsto \lambda\alpha\lambda v.\neg\alpha(v)$, met als eis $\alpha(v)$ van type t. De formatie *ongezond* uit *on-* en *gezond* met behulp van de regels van Def. 6, levert op: λXλx.$\neg$X(x)(G). Nu geldt:

$$\lambda\mathrm{X}\lambda\mathrm{x}.\neg\mathrm{X}(\mathrm{x})(\mathrm{G}) \Leftrightarrow [\mathrm{G}/\mathrm{X}]\lambda\mathrm{x}.\neg\mathrm{X}(\mathrm{x}) \Leftrightarrow \lambda\mathrm{x}.\neg\mathrm{G}(\mathrm{x})$$

Het resultaat λx.$\neg$G(x) is te interpreteren als de functie die toegepast op het domein van interpretatie het complement vormt van de verzameling G. Merk op dat zoals λx.W(x) staat voor W, λx.$\neg$G(x) staat voor $\neg$G. Dit is een van de voordelen van de lambda-notatie: $\neg$G is niet welgevormd, λx.$\neg$G(x) wel. De lambda-operator werd dan ook ingevoerd om syntactisch complexe uitdrukkingen beter te hanteren. In λx.$\neg$G(x) zit de propositionele vorm die negatie nodig heeft, ingebouwd. Daarmee is nog lang niet alles over negatie gezegd. In § 2.5.6 komt het thema weer terug.

Dankzij woordvormingsregels is het mogelijk om dichter bij een taalkundig correctere beschrijving van *een wandelaar* te komen door *wandelaar* op te vatten als opgebouwd uit de stam *wandel-* en het achtervoegsel *-aar*. Dit laatste is semantisch gesproken

niet per se mannelijk, dus men kan volstaan met $\lambda X\lambda x[X(x)]$, d.w.z. de relatie tussen een individu en een verzameling waartoe dit individu behoort. Pas je dit toe op W, dan ontstaat $\lambda X\lambda x[X(x)](W) \Leftrightarrow \lambda x.W(x)$, d.w.z. de verzameling van degenen die wandelen. Het achtervoegsel -*es* in *zangeres* bevat wel informatie over het semantische geslacht. Dat kan worden uitgedrukt door bijvoorbeeld $\lambda X\lambda x[V(x) \wedge X(x)]$. Dit toegepast op Z (= Zingen) levert op $\lambda x[V(x) \wedge Z(x)]$, d.w.z. een predikaat dat verwijst naar de verzameling van diegenen die vrouw zijn en zingen. Uiteraard wordt hiermee nog niet de volledige betekenis van het woord *zangeres* verantwoord, maar het is wel een redelijke stap op weg.
Hierboven werd de EL-notatie W voor *wandelen* "opgeblazen" tot $\lambda x.W(x)$. Deze strategie is ook van toepassing op bepalingen. Zo kan *mooi* van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ niet alleen als M worden vertaald maar ook als $\lambda X.M(X)$. Dit biedt in principe een oplossing voor het probleem met zinnen als (2.7) – (2.9): men kan een modificator μ nu definiëren als $\lambda v.\mu(v)$ en dan vaststellen dat μ die categorie is die voor elke verschillende typewaarde van v precies diezelfde waarde oplevert. Dus *langzaam* in (2.7) kan worden vertaald als $\lambda X.L_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}(X)$ Dat leidt tot $\lambda X_{\langle e,t\rangle}(L_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}(X)(W_{\langle e,t\rangle}))$ voor de hele VP. De bepaling zelf is van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$. Dit toegepast op W levert type $\langle e,t\rangle$ op. Afleiding:

$$
\begin{array}{ll}
[\![\lambda X_{\langle e,t\rangle}(L_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}(X))(W_{\langle e,t\rangle})]\!]_{M,g} & =_b \\
[\![\lambda X.L(X)]\!]_{M,g}([\![W]\!]_{M,g}) & =_f \\
[\![L(X)]\!]_{M,g[X/I(W)]} & =_b \\
[\![L]\!]_{M,g[X/I(W)]}([\![X]\!]_{M,g[X/I(W)]}) & =_a \\
I(L)(I(W)) &
\end{array}
$$

In de laatste regel staat $I(L_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle})(I(W_{\langle e,t\rangle}))$. Een uitdrukking van dit type kan niet naar 1 of 0 voeren. Men eindigt hier dus niet met $I(W) \in I(L)$. Merk op dat $I(L)(I(W))$ zijnde van het type $\langle e,t\rangle$ kan worden toegepast op $I(m)$, d.w.z. m_e, waarna wel geldt $I(m) \in I(L)(I(W))$.
Het kameleontische karakter van bepalingen is een van de redenen om de typenlogica te onderzoeken op de mogelijkheid een oertype te definiëren. Er doet zich wat dit betreft een interessant probleem voor, dat goed zichtbaar wordt in de vergelijking van bijv. *langzaam wandelen* en *wandelende tak*. Hierboven werd *wandelen* gerekend tot het type $\langle e,t\rangle$, maar als *tak* van het type $\langle e,t\rangle$ is, dan kan *wandelend* niet als bepaling op *tak* werken, tenzij men twee typen aanneemt. Dit typeconflict kan worden voorkomen door *wandelend* als een complexe uitdrukking te zien waarin datgene wat het modificerend maakt opereert op *wandelen* van het type $\langle e,t\rangle$. Met andere woorden, de uitgang -*de* in *wandelende* kan worden opgevat als iets van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$; -*de* "pakt" een eenplaatspredikaat om een bijvoeglijke bepaling te vormen. Op die manier kan men eenplaatsige adjectieven, werkwoorden en substantieven onder één typenlogische noemer houden, nl. $\langle e,t\rangle$. Bij *langzaam* is het de vraag of het $\langle e,t\rangle$-voorkomen dan wel $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ het oertype is. In het laatste geval wordt het nodig te zoeken naar een regel die $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ herleidt tot $\langle e,t\rangle$ in zinnen als *Zij is langzaam*. Dit punt komt terug in § 3.5.

Oefeningen

24. De werkwoorden *rusten* en *uitrusten* zijn beide eenplaatsig. Hoe zou het morfeem *uit-* typenlogisch moeten worden gekarakteriseerd als we *uitrusten* willen vormen van *uit-* en *rusten*?

25. Hoe zou hetzelfde gaan voor de afleiding van transitieve werkwoord *uitzitten*— zoals bijvoorbeeld gebruikt in *Zij zat die vergadering geduldig uit*— uit het intransitieve werkwoord *zitten*?

26. Hoe kan een systematisch typenlogisch verband worden gelegd tussen *–(t)je* in *cadeautje* en *klein*?

27. In de tekst direct hierboven werd λX.S(X)(W) geïnterpreteerd. Geef nu de interpretatie $[\![\lambda \mathrm{X.S(X)(m)(W)}]\!]$ in het model **M** zoals die af te leiden is uit regel f van Definitie 6.

2.5.6 De logische grondslag van categoriale grammatica

In § 2.1 stonden de typenlogische karakteriseringen van zinnen als *Marie wandelt* en *Een meisje wandelt*. De accolades die daar werden gebruikt, worden tegenwoordig gezien als afleidingsstappen. In de volgende afleidingen zijn de eerste premissen de axioma's en daaruit worden door applicatie (A), conjunctie ($\wedge$) en existentiële introductie ($\exists$) de eindanalyse als het ware logisch afgeleid (de typen worden hier niet als subscript genoteerd maar staan achter de dubbele punt):

Voor *Marie wandelt*:

$$\frac{\mathrm{W} : \langle e,t\rangle \quad \mathrm{m} : e}{\mathrm{W(m)} : t}\ \mathrm{A}$$

Voor *Een meisje wandelt*:

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\mathrm{M} : \langle e,t\rangle \quad \mathrm{x} : e}{\mathrm{M(x)} : t}\ \mathrm{A} \qquad \cfrac{\mathrm{W} : \langle e,t\rangle \quad \mathrm{x} : e}{\mathrm{W(x)} : t}\ \mathrm{A}}{\mathrm{M(x)} \wedge \mathrm{W(x)} : t}\ \wedge}{\exists \mathrm{x.M(x)} \wedge \mathrm{W(x)} : t}\ \exists$$

"Als het ware", want de hier gegeven voorbeelden representeren niet allemaal geldige inferentiestappen: $\exists$ is logisch incorrect.
Dat de grammatica van PTQ niet een volledige logica omvat, is te zien door de volgende parallel te trekken tussen Montague's applicatieregel en de Modus Ponens (eliminatie van de implicatie $\rightarrow$; zie Gamut I, 128ff):

$$\frac{\mathrm{X} : \langle a,b\rangle \quad \mathrm{v} : a}{\mathrm{X(v)} : b}\ \mathrm{A} \qquad\qquad \frac{\mathrm{X} : a \rightarrow b \quad \mathrm{v} : a}{\mathrm{X(v)} : b}\ {\rightarrow}\mathrm{E}$$

In de uitgebreide predikatenlogica EL is er voor ieder logisch connectief niet alleen een eliminatieregel, maar ook een introductieregel. Zo ook voor de implicatie-operator. De eliminatieregel voor $\to$ correspondeert met *functionele applicatie*, de introductieregel met *lambda-abstractie*:

$$\dfrac{\begin{array}{c}\underline{[\mathrm{v}:a]^n}\\ \vdots\quad\vdots\quad\vdots\\ \hline \mathrm{X}(\mathrm{v}):b\end{array}}{\lambda\mathrm{v}.\mathrm{X}(\mathrm{v}):a\to b}\to\mathrm{I}^n$$

In PTQ is er geen equivalent voor deze regel, dat wil zeggen geen tegenhanger voor de applicatieregel. Om deze tekortkoming op te vangen zijn er, onder andere door Montague zelf, operaties toegevoegd aan het basisformalisme die tot doel hebben de typen te kunnen ophogen en aanpassen.

Type-ophoging Centraal in de Montaguegrammatica is de behandeling van de NP *Marie* als een uitdrukking zowel van het type e als van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. Deze type-ophoging is afleidbaar in EL met behulp van de introductie- en eliminatieregels voor $\to$, zoals de onderstaande deductie laat zien: uit m van het type e kun je afleiden λX.X(m) van type $(e\to t)\to t$.

$$\dfrac{\dfrac{[\mathrm{X}:e\to t]^1\quad \mathrm{m}:e}{\mathrm{X}(\mathrm{m}):t}\to\mathrm{E}}{\lambda\mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{m}):(e\to t)\to t}\to\mathrm{I}^1$$

Omdat de Montaguegrammatica, zoals gezegd, niet beschikt over een equivalent van $\to$I wordt de regel voor type-ophoging gestipuleerd: $e\Rightarrow\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$.

Type-aanpassing Al eerder is gewezen op het empirische feit dat negatie op verschillende "niveaus" kan voorkomen. Hierop zou men simpelweg kunnen reageren door de functor *niet* lexicaal voor vier verschillende categorieën te definiëren:

Marie wandelt niet	S	niet (S) = S
Niet Marie	NP	niet(NP) = NP
Niet snel, niet wandelen	IV	niet(IV) = IV
Niet bewonderen	TV	niet(TV) = TV

Taalkundigen vinden dit heel vervelend, maar het was de logicus Geach die een regel introduceerde waarmee kan worden gegeneraliseerd over typen: uit $(a\to b)$ volgt $((c\to a)\to(c\to b))$. Deze regel wordt ook wel 'deling' genoemd, en kan in EL op de volgende manier worden afgeleid:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\mathrm{X}:a\to b\qquad\dfrac{[\mathrm{Z}:c\to a]^1\quad[\mathrm{v}:c]^2}{\mathrm{Z}(\mathrm{v}):a}\to\mathrm{E}}{\mathrm{X}(\mathrm{Z}(\mathrm{v})):b}\to\mathrm{E}}{\lambda\mathrm{v}.\mathrm{X}(\mathrm{Z}(\mathrm{v})):c\to b}\to\mathrm{I}^2}{\lambda\mathrm{Z}\lambda\mathrm{v}.\mathrm{X}(\mathrm{Z}(\mathrm{v})):(c\to a)\to(c\to b)}\to\mathrm{I}^1$$

In de typenlogica van PTQ correspondeert dit met een regel voor type-overgang: $\langle a, b\rangle \Rightarrow \langle\langle c, a\rangle, \langle c, b\rangle\rangle$. Met behulp van deze regel kan het basistype voor *niet*, het type voor zinsmodificatie $\langle t, t\rangle$, worden omgezet in het type voor de modificatie van bijvoorbeeld IV's (van type $\langle e, t\rangle$) en NP's (van type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$):

$$\begin{aligned} \langle t, t\rangle &\Rightarrow \langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle \\ \langle t, t\rangle &\Rightarrow \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle \end{aligned}$$

Door deze regel aan te nemen kan dus volstaan worden met één type in het lexicon, waaruit alle andere typen volgen.

Oefeningen

28. Stel dat je besluit om *en* op te vatten als van het categoriale type ((t/t)/t). Teken een categoriale boom voor:

(i) niet(p en q).

Geef commentaar op de stelling dat *en* in (i) door deze categoriale typering kan worden opgevat als een tweeplaatspredikaat, waarop NC1 van toepassing is.

29. Stel dat we ((t/t)/t) veranderen in ((t\t)/t) Geef aan hoe je in dat geval de derde f-regel van Gamut zou moeten aanpassen om deze opdracht uit te voeren.

(i) Jezelf teveel bewonderen is gevaarlijk.

Gegevens:

Je $\in$ CAT$_{\text{T}}$	*-zelf* $\in$ CAT$_{\text{T/T}}$	*bewonderen* $\in$ CAT$_{\text{IV/T}}$
teveel $\in$ CAT$_{\text{(IV/T)/(IV/T)}}$	*is* $\in$ CAT$_{\text{T/(t//e)}}$	*gevaarlijk* $\in$ CAT$_{\text{t//e}}$

Volg de hieronder gegeven instructies:

a. Maak een binair vertakkende boom en zet bij de knopen de type-aanduidingen.
b. Maak vervolgens voor *-zelf*, voor *te*, en voor *is* een f-vertaling volgens het recept van dr. Gamut in § 3.4.2, dus die met drie basistypen. Doorloop daarbij de hele procedure, dus sla geen stappen over.
c. Maak nu van (i) een EL-formule op basis van deze f-vertaling. Neem vertaalsleutels à la Gamut Oefening 8, p. 108. Geef daarbij aan hoe deze formule typenlogisch in elkaar zit.

2.6 Slotopmerking

In alle behandelde gevallen blijft de hogere orde typenlogica verbonden met de eerste-ordelogica. Uit hogere orde representaties worden onder equivalentie andere representaties afgeleid. Alle afleidingen eindigen steevast met eerste-orde uitdrukkingen. Door deze strategie staat de notie van afleiding (derivatie) centraal in de Montague-grammatica.

Hoofdstuk 3

Montaguegrammatica extensioneel

3.1 Inleiding

Dit hoofdstuk bevat een volledige Montaguegrammatica: alle regels uit de Gamut-versie worden gegeven in een extensionele versie die in Gamut II niet voorkomt. Deze regels bestaan uit telkens uit twee bestanddelen: een categoriaal-syntactisch S-gedeelte en een corresponderend typenlogisch T-gedeelte. In het S-deel wordt vastgelegd hoe twee expressies uit het Nederlands syntactisch worden samengevoegd tot een geheel, en wat—gegeven de categorieën van die twee items—de categorie is van de resulterende expressie. Het T-deel geeft aan hoe de interpretaties van de afzonderlijke expressies de interpretatie van het geheel bepalen. Door deze koppeling van syntactische en semantische regels wordt de correspondentie tussen syntaxis en semantiek formeel vastgelegd. Toch is het goed om te zien dat de T-regels van de ene naar de andere syntaxis voeren: ze regelen de vertaling van de categoriale syntaxis naar de typenlogische syntaxis. De interpretatie I van de uitdrukkingen die worden opgeleverd, raakt daardoor in dit hoofdstuk wat op de achtergrond.
De regels zijn genummerd. Hier wordt de $\mathrm{S}_n/\mathrm{T}_n$-nummering van de in Hoofdstuk 4 opgenomen intensionele versie in Gamut aangehouden. Deze wijkt af van die in Montague's PTQ.
Er zijn vier soorten S/T-regels:

1. *basisregels*. Zij kennen aan elk van de lexikale items een typenlogische representatie toe.

2. *functionele regels*. Deze bevatten een functievoorschrift F_m die een syntactische operatie tot stand brengt.

3. *syncategorematische* regels. Dit zijn afkortingen voor functionele regels.

4. *regelschemata*. Deze worden gebruikt om te generaliseren over verschillende categorieën.

De aard en werking van deze regels komt telkens aan de orde op het moment dat ze voor het eerst voorkomen in het regelsysteem dat in dit hoofdstuk wordt behandeld.

Eerst volgt echter nog een tabel waarin de belangrijkste type-afspraken zijn terug te vinden:

Variabele	Type	Voorbeelden
x,y,z	e	j, m, k, b
X,Y	$\langle e,t\rangle$	VROUW, WANDELEN, MOOI
–	$\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$	λYλX∃x(Y(x) ∧ X(x))
$\mathcal{P},\mathcal{Q}$	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	λX.X(m), λY∃x[VROUW(x) ∧ Y(x)]
–	$\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$	KUSSEN, ZOEKEN, VROUW_VAN
S	$\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$	KUSSEN_*, VROUW_VAN_*
–	$\langle t,\langle e,t\rangle\rangle$	BETREUREN DAT, HOPEN DAT
–	$\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$	PROBEREN, HARD, LANGZAAM
–	$\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$	OP, AAN
–	$\langle e,\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$	OP_*
–	$\langle t,t\rangle$	¬
p, q	t	∃x[VROUW(x) ∧ WANDELEN(x)]

De voorbeelden zijn geen uitdrukkingen van het Nederlands: het zijn formules of elementen uit het Vocabulaire van EL, maar nu terwille van de leesbaarheid iets dichter bij het Nederlands genoteerd dan in Hoofdstuk 2. Sommige van de typen hebben geen corresponderende variabelen. Dat komt doordat er niet over ze gekwantificeerd wordt.

De variabele S wordt in dit hoofdstuk zelf nog niet echt gebruikt, maar zij wordt hier alvast wel in de lijst opgenomen. Dat benadrukt het onderscheid tussen de twee verschillende typenlogische notaties voor werkwoorden als *kussen*. Op een bepaald moment in Hoofdstuk 5 wordt het namelijk nodig om iets te zeggen als 'Er is een relatie S tussen individuen, waarvoor geldt ...'. Dat wordt hier al enigszins voorbereid.

In dit hoofdstuk wordt het predikaat KUSSEN soms wel en soms niet voorzien van een onderster. De aanwezigheid ervan in een predikaat is te zien als een markering: het predikaat drukt een relatie uit tussen individuen, terwijl KUSSEN zonder onderster een relatie uitdrukt tussen een individu en een semantisch object van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$, een kwantor dus. Het voorzetsel *op* komt ook in twee typenlogische versies voor: als OP drukt het een relatie uit tussen een individu, een verzameling en een collectie van verzamelingen, als OP_* een relatie tussen twee individuen en een verzameling.

De motivering van de onderster komt voort uit een strategische keuze van Montague: hij beschouwde elke NP als een kwantor. Binnen de NP-categorie blijkt er dan vervolgens een onderscheid mogelijk tussen NPs die (daarnaast ook) verwijzen naar een individu en die welke dat niet kunnen. De onderster zorgt er voor dat de eerste categorie voor e gemarkeerd is. In de loop van dit hoofdstuk en de volgende hoofdstukken zal dit punt nog verder worden verduidelijkt.

3.2 De basisregels

Het S-gedeelte van de basisregel is als volgt: voor alle A $\in$ CAT, $B_A \subseteq P_A$. Deze regel zorgt ervoor dat de basisuitdrukkingen van het Nederlands deel uitmaken van de verzameling P_A van alle door de grammatica gegenereerde uitdrukkingen. In het T-gedeelte van de basisregel worden, door de vertaalfunctie g, alle basisuitdrukkingen van het Nederlands afgebeeld op hun vertaling in EL.

$$\begin{array}{ll} \text{S1} & B_{\mathrm{A}} \subseteq P_{\mathrm{A}}, \text{voor elke A} \\ \text{T1} & \text{Als } \alpha \in \mathrm{Dom}(g), \text{dan } \alpha \rightsquigarrow g(\alpha) \end{array}$$

Enkele voorbeelden:

$$\begin{array}{ll}
\alpha = \mathit{Jan} & g(\alpha) = \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j}) \\
\alpha = \mathit{Marie} & g(\alpha) = \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{m}) \\
\alpha = \mathit{hij}_n & g(\alpha) = \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_n) \\
\alpha = \mathit{elke} & g(\alpha) = \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}\forall \mathrm{x}(\mathrm{Y}(\mathrm{x}) \to \mathrm{X}(\mathrm{x})) \\
\alpha = \mathit{de} & g(\alpha) = \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}(\forall \mathrm{y}(\mathrm{Y}(\mathrm{y}) \leftrightarrow \mathrm{x} = \mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x})) \\
\alpha = \mathit{een} & g(\alpha) = \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}(\mathrm{Y}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x})) \\
\alpha = \textit{één} & g(\alpha) = \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}\forall \mathrm{y}((\mathrm{Y}(\mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{y})) \leftrightarrow \mathrm{x} = \mathrm{y}) \\
\alpha = \mathit{wandelen} & g(\alpha) = \text{WANDELEN} \\
\alpha = \mathit{mooi} & g(\alpha) = \text{MOOI} \\
\alpha = \mathit{bewonderen} & g(\alpha) = \text{BEWONDEREN} \\
\alpha = \mathit{kussen} & g(\alpha) = \text{KUSSEN} \\
\alpha = \mathit{zoeken} & g(\alpha) = \text{ZOEKEN} \\
\alpha = \mathit{zijn} & g(\alpha) = \lambda \mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}(\mathrm{x} = \mathrm{y})) \\
\alpha = \mathit{vrouw\ van} & g(\alpha) = \text{VROUW_VAN} \\
\alpha = \mathit{proberen} & g(\alpha) = \text{PROBEREN} \\
\alpha = \ldots &
\end{array}$$

De functie $g : \mathrm{B_A} \to \mathrm{EL}$, die basisuitdrukkingen van categorie A uit het Nederlands afbeeldt op elementen uit de Extensionele Logica, wordt gedefinieerd als: voor $\alpha \in \mathrm{B_A}$, $g(\alpha) \in \mathrm{CON}_{f(\mathrm{A})}$. Ze kent aan lexicale items van categorie A van het Nederlands één corresponderende constante toe in EL, waarvan het type overeenkomt met dat van de categorie A. Dus bijvoorbeeld $g(\mathit{Marie}) = \mathrm{m}$ of $g(\mathit{Marie}) = \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{m})$; het type van de EL-expressie is dan e of $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$, zoals hierboven. De volgende opmerkingen zijn van belang:

- g moet niet verward worden met de bedelingsfunctie! De g-functie vertaalt van de ene syntaxis naar de andere door elementen uit het lexicon van een natuurlijke taal af te beelden op constanten van een typenlogische taal.
- g is een 1:1 functie, de vertaalfunctie f niet. Ga na waarom.
- g is partieel. Voor sommige elementen in $\mathrm{B_A}$ zijn andere vertaalregels: voor variabelen, het werkwoord *zijn*, etc.
- constanten uit het Nederlands worden vertaald zoals in Gamut met kleine hoofdletters. Dus: $g(\mathit{man}) = \text{MAN}$. Dit is louter een kwestie van typografie. Men vindt ook wel $g(\mathit{man}) = \mathbf{man}$. Of, zoals bij Montague, $g(\mathit{man}) = \mathbf{man'}$.

S1 garandeert dat een basisuitdrukking deel uitmaakt van de door de grammatica voortgebrachte uitdrukkingen. In T1 wordt *zijn* behandeld als een transitief werkwoord, terwijl transitieve werkwoorden zoals *kussen* simpel worden vertaald. Via betekenispostulaten wordt de benodigde typenlogische structuur aangeleverd. § 3.5 komt hierop uitvoerig terug.

Oefeningen

1. Introduceer $g(\mathit{geen})$ categorematisch.

2. Introduceer $g(\mathit{niet})$ categorematisch.

3. Geef $g(\mathit{de})$ met behulp van de iota-operator.

4. Geef $g(\mathit{deze})$ op basis van de net gevonden $g(\mathit{de})$ en met behulp van een predikaat $\mathrm{Dm}_{\langle e,t\rangle}$ (= de verzameling door mij in de nabijheid aangewezen dingen).

3.3 De vorming van de subject-predikaatverbinding

De NP wordt aan de VP gekoppeld door een functionele regel die in het S-deel concatenatie tot stand brengt en in het T-deel een functie-argumentstructuur oplevert.

S2 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P_T}$, dan $F_1(\alpha, \delta) \in \mathrm{P_S}$ en $F_1(\alpha, \delta) = \alpha\delta''$ waar $\delta'' = \delta$ met de infinitiefvorm v/h hoofdwerkwoord vervangen door de 3e persoon enkelvoud van de tegenwoordige tijd.

T2 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_1(\alpha, \delta) \rightsquigarrow \alpha'(\delta')$

S2 is omgekeerd aan de generatieve regel voor subject-predikaatverbinding S $\Rightarrow$ NP VP. In de categoriale syntaxis heb je al een NP en je hebt een VP en daaruit maak je een S. Dus eerder: S $\Leftarrow$ NP VP. F_1 is een concatenatie-functie: zij smeedt twee elementen tot een complexe syntactische eenheid. De algemene vorm van het S-deel van een functionele regel is:

$$\text{Als } \alpha \in \mathrm{P_A} \text{ en } \beta \in \mathrm{P_B}, \text{ dan } F_j(\alpha, \beta) \in \mathrm{P_C}, \text{ waar } F_j(\alpha, \beta) = \alpha\beta \text{ of } \beta\alpha$$

In deze regel voegt de operatie F twee expressies uit het Nederlands, α en β, samen tot een nieuwe expressie die bestaat uit de concatenatie van α en β tot $\alpha\beta$ of tot $\beta\alpha$ (Daarmee vermijdt Montague de categoriale regel A\B). Tegelijkertijd worden de categorieën A en B van die expressies samengenomen tot categorie C via een impliciete applicatie-stap. Het T-deel dat hiermee correspondeert heeft als basisvorm:

$$\text{Als } \alpha \in \mathrm{P_A} \text{ en } \beta \in \mathrm{P_B} \text{ en } \alpha \rightsquigarrow \alpha' \text{ en } \beta \rightsquigarrow \beta', \text{ dan } F_j(\alpha, \beta) \rightsquigarrow \alpha'(\beta').$$

Dit semantische deel van de regel zegt dat de betekenis van de samenvoeging van expressies α en β verkregen wordt door *functionele applicatie* van de vertaling α' van α op de vertaling β' van β. Merk op dat dit resulteert in het formaat van regel b van Definitie 4 in het vorige hoofdstuk, waarmee de semantiek gegeven in Definitie 6 beschikbaar is.

Empirisch gezien is de subject-predikaatsanalyse in S2+T2 op het eerste gezicht lachwekkend eenvoudig. S2 geeft alleen de derde persoon enkelvoudsvorm presens, bijv. *wandelt*. Montague kan zinnen als *ik wandel, jij wandelt, wij wandelen, zij wandelen*, etc. dus niet genereren. Opgemerkt zij dat Montague op dit punt geen enkele empirische pretentie had. Deels kan de tekortkoming worden verholpen door de syntaxis te laten werken op een werkwoordsstam + een abstracte werkwoordsvorm (1e, 2e, 3e persoon, sing/plur), deels kan zij worden verholpen door een semantiek van sprekersafhankelijke en hoordersafhankelijke vormen te ontwikkelen. In het algemeen bedient Montague zich bij zijn beschrijving van de persoonsvormen van middelen die tegenwoordig niet toereikend worden geacht.

In het volgende hoofdstuk wordt duidelijk dat α' in T2 een interne structuur heeft: de term T is complex en bevat een determinator en een Nomen. Zoals geformuleerd in T2 is α' een eenplaatspredikaat van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ dat een argument van het type $\langle e,t\rangle$ neemt om een t te vormen. De Determinator is in feite de "sturende kracht" achter S/T2, want de Determinator neemt een N, een substantief, om een $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$-predikaat te vormen.

3.4 Determinatoren en termen

De Montague-benaming van wat tegenwoordig toch wel vrij algemeen wordt aangeduid als NP (Noun Phrase) of DP (Determiner Phrase) is T. In de tekst wordt meestal gesproken over NPs, in de S/T-regels wordt de benaming T gerbuikt. Een T heeft, zoals al opgemerkt, een Determinator die een N neemt om een T te vormen. Montague behandelde determinatoren syncategorematisch.

Anders dan het geval is in de functionele regels, waar uitdrukkingen als zelfstandige categorieën (*categorematisch*) worden geïntroduceerd, komen de expressies die ingevoerd worden via *syncategorematische* regels niet als lid van een bepaalde categorie uit het lexicon. Ze worden per regel ingevoerd, zodat het S-deel van dergelijke regels er als volgt uitziet:

$$\text{Als } \beta \in \mathrm{P_B}, \text{ dan } F_i(\beta) \in \mathrm{P_C}, \text{ waar } F_i(\beta) = \alpha\beta \text{ of } \beta\alpha.$$

Hier wordt de uitdrukking α nieuw geïntroduceerd, en geconcateneerd met een uitdrukking β die wel uit het lexicon afkomstig is. Merk op dat de categorie van $\alpha\beta$ anders is dan die van β, hoewel α niet als element van een bepaalde categorie in het lexicon is opgenomen. Behalve aan de syntaxis draagt α ook bij aan de semantiek van de nieuw gevormde expressie $\alpha\beta$ (of $\beta\alpha$). Omdat die semantische informatie voor elke α anders is, is voor het T-deel van de syncategorematische regels geen algemene vorm te geven.

In Gamut worden NPs net als in PTQ syncategorematisch ingevoerd, met als schema:

$$\text{Als } \zeta \in \mathrm{P_{CN}}, \text{ dan } F_k(\zeta) \in \mathrm{P_T} \text{ en } F_k(\zeta) = \alpha\zeta.$$

Uitgespeld voor de lidwoorden levert dit op:

S3 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_2(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_2(\zeta) = \textit{elke } \zeta$

T3 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_2(\zeta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}\forall \mathrm{x}(\zeta'(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{X}(\mathrm{x}))$

S4 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_3(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_3(\zeta) = \textit{de } \zeta$

T4 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$,dan $F_3(\zeta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}(\forall \mathrm{y}(\zeta'(\mathrm{y}) \leftrightarrow \mathrm{x} = \mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x}))$

S5 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_4(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_4(\zeta) = \textit{een } \zeta$

T5 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_4(\zeta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}(\zeta'(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x}))$

S6 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_5(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_5(\zeta) = \textit{één } \zeta$

T6 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_5(\zeta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}\forall \mathrm{y}((\zeta'(\mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{y})) \leftrightarrow \mathrm{x} = \mathrm{y})$

Het gaat dus om vier verschillende F-functies die apart genummerd zijn. De subscripten wijken af van de S-nummers! In de boomdiagrammen van PTQ staan F-nummers. Dit wordt vrij algemeen als onhandig ervaren. Gamut geeft daarom de T-nummers en dat gebeurt hier ook.

Na Montague is het gebruikelijk geworden de determinatoren *categorematisch* in te voeren als onderdeel van het regelsysteem. Dat kan in één regelschema:

S3–6 Als $\sigma \in \mathrm{P_T/_{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_k(\sigma, \zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_k(\sigma, \zeta) = \sigma\zeta$.

T3–6 Als $\sigma \in \mathrm{P_T/_{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, en $\sigma \rightsquigarrow \sigma'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_k(\sigma, \zeta) \rightsquigarrow \sigma'(\zeta')$.

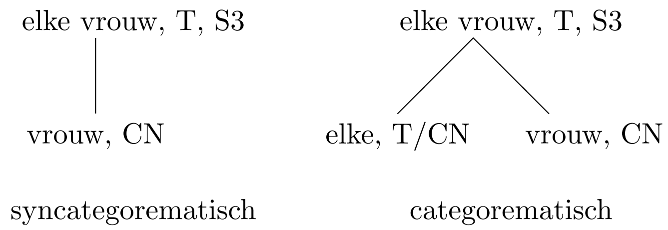
Hier geldt $k \in \{2, 3, 4, 5\}$, maar dat is omdat hierboven F_2 t/m F_5 gebruikt is en F_6 een al bestaande regel is. Bij een syncategorematische behandeling staan de vier determinatoren niet in T1, bij een categorematische aanpak wel. Herhaaldelijk is een voor de hand liggend regelnummer al bezet. In dat geval wordt een willekeurige index gebruikt of er wordt gewerkt met $','','''$, etc.
Wordt er in het onderstaande naar de categorematische regels T3–6 verwezen, dan wordt die k gekozen die bij de betreffende determinator past, bijv.

S5 Als $\sigma \in \mathrm{P_T/_{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_5(\sigma, \zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_5(\sigma, \zeta) = \textit{één } \zeta$

T5 Als $\sigma \in \mathrm{P_T/_{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, en $\sigma \rightsquigarrow \sigma'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_5(\sigma, \zeta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}\forall \mathrm{y}((\zeta'(\mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{y})) \leftrightarrow \mathrm{x} = \mathrm{y})$

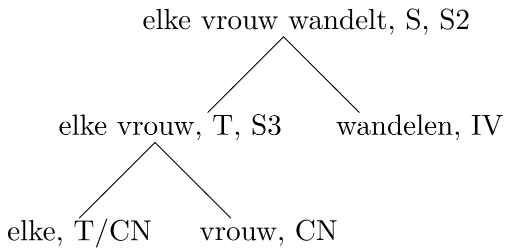
Het verschil in afleiding is zichtbaar in Figuur 3.1: bij de syncategorematische aanpak wordt *elke* simpelweg toegevoegd ("ergens vandaan"), terwijl de categorische aanpak beide bestanddelen uit het lexicon, d.w.z. uit T1, haalt.

Syncategorematisch	Categorematisch (afleiding in stappen)
vrouw $\rightsquigarrow$ VROUW	*vrouw* $\rightsquigarrow$ VROUW
$\downarrow$	*elke* $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}\forall \mathrm{x}[\mathrm{Y}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{X}(\mathrm{x})]$
$\downarrow$	$F_2(\textit{elke}, \textit{vrouw}) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}\forall \mathrm{x}[\mathrm{Y}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{X}(\mathrm{x})](\text{VROUW})$
$\lambda \mathrm{X}\forall \mathrm{x}[\text{VROUW}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{X}(\mathrm{x})]$	$\lambda \mathrm{X}\forall \mathrm{x}[\text{VROUW}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{X}(\mathrm{x})]$



Figuur 3.1: Twee manieren om de determinator te introduceren

Een volledig categorematische subject-predikaatverbinding wordt nu mogelijk: T (= S/IV) neemt IV om S te vormen. Syntactisch ontstaat er een boom, nl. Figuur 3.2. Net als in Figuur 3.1 gaat dit "van onder op". Waar je begint is niet belangrijk; beslissend is of *wandelen* een NP "ontmoet" en zo input van S2 wordt. Let op de labels in de beide figuren.



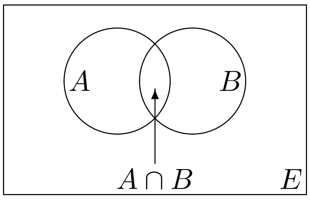
Figuur 3.2: *Elke vrouw wandelt* categorematisch afgeleid

Afleiding:

vrouw $\rightsquigarrow$ VROUW	T1
elke $\rightsquigarrow$ $\lambda Y \lambda X \forall x[Y(x) \rightarrow X(x)]$	T1
F_2(*elke, vrouw*) $\rightsquigarrow$ $\lambda Y \lambda X \forall x[Y(x) \rightarrow X(x)](\text{VROUW})$	T3
$= \lambda X \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow X(x)]$	λ-conversie
wandelen $\rightsquigarrow$ WANDELEN	T1
F_1(*elke vrouw, wandelen*) $\rightsquigarrow$ $\lambda X \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow X(x)](\text{WANDELEN})$	T2
$= \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow \text{WANDELEN}(x)]$	λ-conversie

Het resultaat van de toepassing van F_1 heeft de vorm $\sigma_{\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle}(\gamma'_{\langle e,t\rangle})(\delta'_{\langle e,t\rangle})$, m.a.w. de vorm van een eenplaatspredikaat $\sigma(\gamma')$ van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ toegepast op δ'. Als in Figuur 3.3 $\gamma' = A$ en $\delta' = B$, dan geeft $\alpha' = \sigma(\gamma')$ toegepast op δ' hoeveelheidsinformatie over de intersectie $A \cap B$. Met andere woorden, determinatoren worden gedefinieerd als elementen die informatie bevatten over de intersectie van de N-verzameling A en de VP-verzameling B. Dat wil zeggen, *alle*: $A \cap B = A$; *geen*: $A \cap B = \emptyset$; *sommige*: $A \cap B \neq \emptyset$, etc.
Tot slot volgt hier de introductie van ιx en $\exists!$x. Dat kan door de volgende regels:

S4′ Als $\sigma \in P_{T/CN}$ en $\zeta \in P_{CN}$, dan $F_4(\sigma,\zeta) \in P_T$ en $F_5(\sigma,\zeta) = de\ \zeta$



Figuur 3.3: Intersectiemodel van de theorie van gegeneraliseerde kwantoren

T4′ Als $\sigma \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}/\mathrm{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$, en $\sigma \rightsquigarrow \sigma'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_4(\sigma,\zeta) \rightsquigarrow \sigma'(\zeta') = \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota \mathrm{x}.\zeta(\mathrm{x}))$

S4″ Als $\sigma \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}/\mathrm{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$, dan $F_4(\sigma,\zeta) \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}}$ en $F_5(\sigma,\zeta) = de\ \zeta$

T4″ Als $\sigma \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}/\mathrm{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$, en $\sigma \rightsquigarrow \sigma'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_4(\sigma,\zeta) \rightsquigarrow \sigma'(\zeta') = \lambda \mathrm{X}\exists!\mathrm{x}[\zeta'(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x})]$

Met de iota-operator wordt de afleiding van de zin *De koningin schrijdt*:

Afleiding:

schrijden $\rightsquigarrow$ SCHRIJDEN	T1
koningin $\rightsquigarrow$ KONINGIN	T1
de $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota \mathrm{x}(\mathrm{Y}(\mathrm{x})))$	T1
$F_4(de, koningin) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota \mathrm{x}(\mathrm{Y}(\mathrm{x})))(\textsc{koningin})$	T4′
$= \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota \mathrm{x}(\textsc{koningin}(\mathrm{x})))$	λ-conv
$F_1(de\ koningin, schrijden) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota \mathrm{x}(\textsc{koningin}(\mathrm{x})))(\textsc{schrijden})$	T2
$= \textsc{schrijden}(\iota \mathrm{x}(\textsc{koningin}(\mathrm{x})))$	λ-conv

Het wordt hiermee duidelijk dat *de koningin* als een soort eigennaam wordt behandeld, want *Beatrix* wordt vertaald als $\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{b})$. Zowel b als $\iota \mathrm{x}(\textsc{koningin}(\mathrm{x}))$ zijn van type *e*.

Oefeningen

5. Maak een boom van deze afleiding.

6. Maak dezelfde afleiding maar nu op basis van T4.

7. Maak een afleiding van de zin *Eén wandelaar handelt*. Breid indien nodig eerst het woordarsenaal met behulp van T1 uit.

3.5 Transitieve werkwoorden: de vorming van de VP

3.5.1 Inleiding

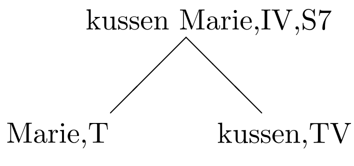
Transitieve werkwoorden hebben een lijdend voorwerp bij zich. Logisch gezien drukken ze een tweeplaatsrelatie uit. Werkwoorden als *geven* zijn ook transitief,

maar hebben een ingewikkelder structuur. Ze komen aan de orde in § 3.10.
Sommige transitieve werkwoorden nemen een T om een IV te vormen. Er zijn er ook die (ook) een S—een lijdend voorwerpszin—nemen om een IV af te leveren. Gamut behandelt beide typen werkwoord op verschillende plekken, hetgeen blijkt uit de verschillende nummering, maar een behandeling van beide soorten lijdend voorwerp in één keer is taalkundig gezien correcter.
Het is niet ongebruikelijk om de NP die als direct object (= lijdend voorwerp) van een transitief werkwoord optreedt, het interne argument van het werkwoord te noemen. In dat geval wordt het subject het *externe argument* genoemd. De twee termenparen—subject/object vs. extern/intern argument—dekken elkaar niet, want bij sommige zogeheten ergatieve werkwoorden, zoals *sterven*, *arriveren*, etc.—in het algemeen intransitieve werkwoorden die met *zijn* worden vervoegd—wordt het subject gezien als het interne argument. De termenparen worden hier echter door elkaar gebruikt.
Een transitief werkwoord neemt zijn interne argument om een IV te vormen:

S7 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV/T}}$ en $\alpha \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}}$, dan $F_6(\delta, \alpha) \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$ en $F_6(\delta, \alpha) = \delta\alpha''$, waar α'' de accusatiefvorm van α is als α een syntactische variabele is, anders $\alpha'' = \alpha$.

T7 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV/T}}$ en $\alpha \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}}$, en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$, dan $F_6(\delta, \alpha) \rightsquigarrow \delta'(\alpha')$

S7 geeft hier de op het Engels geijkte vorm van de concatenatie: $\delta\alpha$. Dat wil zeggen, het transitieve werkwoord *kussen* gecombineerd met het lijdend voorwerp *Marie* levert op *kussen Marie*. Voor de voornaamwoorden *hij* en *zij* zijn de accusatiefvormen *hem* en *haar* vereist.
De volgorde $\delta\alpha''$ gaat op in veel Nederlandse hoofdzinnen, zoals *Jan kust Marie*, maar in *Ik zag dat Jan Marie kuste* staat *Marie* vóór het werkwoord. Montague houdt niet echt rekening met dit soort volgordekwesties, terwijl taalkundigen er dol op zijn. Voor het Nederlands wordt wel staande gehouden dat S7 de hoofdvolgorde $\alpha''\delta$ zou moeten geven, waaruit dan door andere regels $\delta\alpha''$ zou moeten worden afgeleid. Wij houden ons hier verre van dit soort discussies en nemen aan dat voor onze doeleinden het verschil tussen $\delta\alpha''$ en $\delta\alpha''$ er niet toe doet.



Figuur 3.4: De vorming van de IV uit een transitief werkwoord en een NP

Gegeven T1 is de afleiding erg eenvoudig:

Afleiding:
Marie $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y.Y(m)}$ T1
kussen $\rightsquigarrow$ KUSSEN T1
$F_6(\textit{kussen}, \textit{Marie}) \rightsquigarrow$ KUSSEN$(\lambda \mathrm{Y.Y(m)})$ T7

De gevormde vertaling van de IV $\textsc{kussen}(\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{m}))$ is van het type $\langle e, t\rangle$. Daardoor kan de afleiding voor de zin *Jan kust Marie* worden voortgezet op basis van de syntactische structuur in Figuur 3.5.

Jan kust Marie,S,S2
- Jan,T
- kussen Marie,IV,S7
  - Marie,T
  - kussen,TV

Figuur 3.5: *Jan kust Marie*

$Jan \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j})$	T1
$F_1(Jan, kussen\ Marie) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j})(\textsc{kussen}(\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{m})))$	T2
$= \textsc{kussen}(\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{m}))(\mathrm{j})$	λ-conv
$= \textsc{kussen}(\mathrm{j}, \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{m}))$	NC1

Hier eindigt de afleiding voorlopig. Voorlopig, omdat de T1-vertaling *kussen* $\rightsquigarrow$ $\textsc{kussen}$ een afkorting is voor informatie over de kwantoruitdrukking $\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{m})$ die blijft staan in de laatste regel. Kortgezegd, Jan kust geen kwantor maar een individu. Dat moet nog worden uitgedrukt. Hieronder komt dit punt nog terug, maar hier gaat het er om dat het interne argument *Marie* zich in de afleiding anders gedraagt dan het externe argument *Jan*.
Voor variabelen geldt eenzelfde afleiding:

Afleiding:

$hij_1 \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}_1)$	T1
$kussen \rightsquigarrow \textsc{kussen}$	T1
$F_6(kussen, hij_1) \rightsquigarrow \textsc{kussen}(\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}_1))$	T7
$hij_3 \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_3)$	T1
$F_1(hij_3, kussen\ hem_1) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_3)(\textsc{kussen}(\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}_1)))$	T2
$= \textsc{kussen}(\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}_1))(\mathrm{x}_3)$	λ-conv
$= \textsc{kussen}(\mathrm{x}_3, \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}_1))$	NC1

Hier staat (binnen de spelregels van Montague) een niet-interpreteerbare propositie: de variabelen moeten nog worden gebonden, hetzij door kwantoren, hetzij door de contekst bepaalde mechanismen. De discrepantie tussen onderwerp en lijdend voorwerp treedt ook hier weer op: de variabele x_3 is niet ingebed in een lambda-uitdrukking. De zin *Zij kwam binnen* is interpreteerbaar als de 'zij' al eerder in het discussiedomein was ingevoerd. Voor dit laatste zijn in PTQ geen voorzieningen getroffen, wel in Montague's *English as a Formal Language*.
Tenslotte nog twee afleidingen:

Afleiding: *Jan kust een vrouw*.

$een \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y} \lambda \mathrm{X} \exists \mathrm{x}[\mathrm{Y}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x})]$	T1
$vrouw \rightsquigarrow \textsc{vrouw}$	T1

$F_4(een, vrouw) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists x[Y(x) \wedge X(x)](\textsc{vrouw})$ T5
$= \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)]$
kussen $\rightsquigarrow$ KUSSEN T1
$F_6(kussen, een\ vrouw) \rightsquigarrow \textsc{kussen}(\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ T7
Jan $\rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)$ T1
$F_1(Jan, kussen\ een\ vrouw) \rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)(\textsc{kussen}(\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ T2
$= \textsc{kussen}(\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])(j)$ λ-conv
$= \textsc{kussen}(j, \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ NC1

en:

Afleiding: *Jan zoekt een vrouw.*
een $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists x[Y(x) \wedge X(x)]$ T1
vrouw $\rightsquigarrow$ VROUW T1
$F_4(een, vrouw) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists x[Y(x) \wedge X(x)](\textsc{vrouw})$ T5
$= \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)]$
zoeken $\rightsquigarrow$ ZOEKEN T1
$F_6(zoeken, een\ vrouw) \rightsquigarrow \textsc{zoeken}(\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ T7
Jan $\rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)$ T1
$F_1(Jan, zoeken\ een\ vrouw) \rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)(\textsc{zoeken}(\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ T2
$= \textsc{zoeken}(\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])(j)$ λ-conv
$= \textsc{zoeken}(j, \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ NC1

Bij vergelijking van de twee afleidingen ontstaat een probleem: er is een duidelijk verschil tussen *kussen* en *zoeken*. Bij *Jan kust een vrouw* moet de vrouw die door Jan wordt gekust ook bestaan, maar in de laatste formule van de afleiding wordt dit verschil met *Jan zoekt een vrouw* niet uitgedrukt. Bovendien is er niet een dergelijk verschil tussen *Jan kust Marie* en *Jan zoekt Marie*. In deze laatste twee zinnen wordt het bestaan van Marie verondersteld. Men kan de $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ -behandeling van transitieve werkwoorden door Montague in dit stadium zien als de voorbereiding op het maken van onderscheid in § 3.6 tussen werkwoorden zoals *zoeken* die op kwantorniveau kunnen blijven en werkwoorden zoals *kussen* die moeten "afdalen" naar het individu-niveau e doordat ze een onderstermarkering hebben. De twee afleidingen krijgen dus nog een vervolg.

3.5.2 Lijdend voorwerpzinnen

In Gamut II: 195 worden lijdend voorwerpzinnen op een wat onnatuurlijke wijze behandeld. Dat blijkt uit de nummering F_{11}, die bestemd is voor operaties die een bepaling $\mathrm{P}_{\alpha/\alpha}$ toepast op een P_α. Het was beter geweest om een regel analoog aan F_6 te gebruiken. Formeel gesproken gaat het niet echt om een belangrijk punt: F_6 en F_{11} zijn beide concatenatie-operaties en ze leiden in EL beide tot functionele applicatie, maar door de afstand tussen de beide F-regels wordt gesuggereerd dat het om een echt verschil gaat. Maar een lijdendvoorwerpszin is taalkundige gezien een lijdend voorwerp.

S15 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}/\mathrm{S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_\mathrm{S}$, dan $F_{11}(\delta,\varphi) \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$ en $F_{11}(\delta,\varphi) = \delta\varphi$

T15 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \rightsquigarrow \delta'(\varphi')$

Deze regels werken voor zinnen als (i) *Jan hoopt dat Marie wandelt* en (ii) *Jan betreurt dat Marie mooi is*. Het verschil met de hierboven behandelde gevallen is dat het werkwoord in beide gevallen van type $\langle t, \langle e, t\rangle\rangle$ is, d.w.z. een relatie legt tussen een individu (Jan) en een waarheidswaarde, te omschrijven als 'hopen dat een karakteristieke functie de propositie naar 1 leidt'. In deze omschrijving is al iets van de betrekkelijke armoede van een louter extensionele behandeling zichtbaar: intuïtief wil je dat de relatie echt geldt tussen Jan en die functie zelf in plaats van tussen Jan en de functiewaarden 1 of 0. Dat kan nu nog niet. Pas na Hoofdstuk 4 zal dat wel kunnen worden uitgedrukt.

De afleiding van de VP gaat voor (i) als volgt

Syntaxis: $[_{\mathrm{IV}}[_{\mathrm{TV}}$ hopen dat $]\ [_{\varphi}$ Marie wandelt$]]$

Afleiding:
hopen dat $\rightsquigarrow$ HOPEN T1
...
$F_1(\textit{Marie}, \textit{wandelen}) \rightsquigarrow$ WANDELEN(m) T2
$F_{11}(\textit{hopen dat}, \textit{Marie wandelt}\ ) \rightsquigarrow$ HOPEN(WANDELEN(m)) T15

De uitdrukking HOPEN(WANDELEN(m)) is van het type $\langle e, t\rangle$ en op grond daarvan mag ze worden herschreven tot λx.HOPEN(WANDELEN(m))(x), zoals, gegeven de lambda-conventies behandeld in § 2.5.2, het eenplaatspredikaat W kon worden herschreven tot λx.W(x). Belangrijk is te zien dat Montague deze herschrijving niet automatisch doet, maar toevertrouwt aan de T-regels.
Betreuren in (ii) wordt op dezelfde wijze behandeld als *hopen*. Toch is ook bij deze werkwoorden duidelijk dat ze verschillen in het effect dat ze hebben op hun interne argument. Ruw gezegd: Jan betreurt een feit maar hij kan geen feit hopen. *Betreuren* geeft als informatie mee dat de lijdendvoorwerpspropositie waar is (voor de spreker), terwijl *hopen dat* geen informatie geeft over de waarheidswaarde van zijn complement; zie ook § 5.5.2 voor een mogelijke oplossing. Het gesignaleerde verschil loopt parallel met dat tussen *kussen* en *zoeken*.

3.5.3 *Zijn* als transitief werkwoord

Een Montagoviaans hoogstandje is de behandeling in T1 van *zijn* als transitief werkwoord, want de vertaling $\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y(x = y))$ is van het type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$. *Zijn* wordt daarmee opgevat als verwijzend naar een binaire relatie tussen individuen en kwantoren. Het centrale idee is:

$$[\![\textsc{zijn}(\mathcal{P})(x)]\!]_{M,w,g} = 1 \Leftrightarrow [\![\lambda y(x = y)]\!]_{M,w,g} \in [\![\mathcal{P}]\!]_{M,w,g}$$

d.w.z. er is een ZIJN-relatie tussen x en $\mathcal{P}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$ dan en slechts dan als de eigenschap identiek te zijn met x—de verzameling van degenen die identiek zijn met x—element is van de verzameling $[\![\mathcal{P}]\!]$ van eigenschappen (verzamelingen) van individuen.

Afleiding: *Marie is de rumoerigste*

rumoerigste $\rightsquigarrow$ $\textsc{rumoerigst}_{\langle e,t\rangle}$	T1
de $\rightsquigarrow$ $\lambda Y\lambda X\exists x[\forall y(Y(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$	T1
F_3(*de, rumoerigste*) $\rightsquigarrow$ $\lambda Y\lambda X\exists x[\forall y(Y(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)](\textsc{rumoerigst})$	T4
$= \lambda X\exists x[\forall y(\textsc{rumoerigst}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$	λ-conv
zijn $\rightsquigarrow$ $\lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y(z = y))$	T1
F_6(*zijn, de rumoerigste*) $\rightsquigarrow$	
$\lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y(z = y))(\lambda X\exists x[\forall y(\textsc{rumoerigst}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)])$	T7
$= \lambda z[\lambda X\exists x[\forall y(\textsc{rumoerigst}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)](\lambda y(z = y))]$	λ-conv
$= \lambda z[\exists x[\forall y(\textsc{rumoerigst}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge \lambda y(z = y)(x)]]$	λ-conv
$= \lambda z.\exists x[\forall y(\textsc{rumoerigst}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge z = x]$	λ-conv
Marie $\rightsquigarrow$ $\lambda X.X(m)$	T1
F_1(*Marie, zijn de rumoerigste*) $\rightsquigarrow$	
$\lambda X.X(m)(\lambda z\exists x[\forall y(\textsc{rumoerigst}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge z = x]$	T2
$= \lambda z\exists x[\forall y(\textsc{rumoerigst}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge z = x](m)$	λ-conv
$= \exists x[\forall y(\textsc{rumoerigst}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge m = x]$	λ-conv

Dit is een vrij natuurlijke analyse omdat *de rumoerigste* kan worden opgevat als een NP en dan is *zijn* inderdaad een werkwoord dat een NP neemt om een IV te vormen. Maar Montague heeft een verrassing in petto:

Afleiding: *Marie is een vrouw*

Marie $\rightsquigarrow$ $\lambda X.X(m)$	$T1$
zijn $\rightsquigarrow$ $\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y(x = y))$	T1
F_6(*zijn, een vrouw*) $\rightsquigarrow$ $\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y(x = y))(\lambda X\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$	T7
$= \lambda x[\lambda X\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)](\lambda y(x = y))]$	λ-conv
$= \lambda x[\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda y(x = y)(x)]]$	λ-conv
$= \lambda z[\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda y(z = y)(x)]]$	alf.var
$= \lambda z\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge z = x]$	λ-conv
F_1(*Marie, zijn een vrouw*) $\rightsquigarrow$ $\lambda X.X(m)(\lambda z\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge z = x])$	T2
$= \lambda z\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge z = x](m)$	λ-conv
$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge m = x]$	λ-conv
$= \textsc{vrouw}(m)$	pred.log

Hiermee ontstaat een predikaatlogische formule waarin de identiteitsrelatie via een equivalentie is vervangen door een toepassing van een eenplaatspredikaat VROUW op het argument m. Dat maakt de analyse taalkundig aantrekkelijk omdat je nu toekunt met één werkwoord *zijn*.

Dit biedt ook mogelijkheden voor zinnen als *Marie is de vrouw van Jan*. Hier is het verborgen probleem dat *vrouw van* moet worden gedefinieerd alsof het een transitief werkwoord als *kussen* is, terwijl *zijn* zelf ook een transitief werkwoord is. Er moeten dus twee relaties worden verantwoord. In S1/T1 staat *vrouw van* $\rightsquigarrow$ $\textsc{vrouw\_van}$. Dit is via T1 aan te passen tot: *vrouw van* $\rightsquigarrow$ $\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{vrouw\_van}_*(x, y))$. De ondersternotatie wordt, zoals gezegd, gebruikt om een tweeplaatsrelatie tussen individuen te onderscheiden van een tweeplaatsrelatie tussen een individu en een kwantor. Het predikaat *vrouw van* zoekt een kwantor-NP om in de denotatie daarvan individuen x en y te vinden waarvan x de vrouw is van y. Ga na dat daarmee de monogamie nog niet is vastgelegd. De afleidingsboom is Figuur 3.6. CNR staat voor een relationele CN. In een later stadium zal *vrouw van* nog nader geanalyseerd worden.

- Marie is de vrouw van Jan,S,S2
  - Marie,T1
  - zijn de vrouw van Jan,IV,S7
    - zijn,T1
    - de vrouw van Jan,T,S4
      - de,Det
      - vrouw van Jan,CN,S7′
        - vrouw van,CNR
        - Jan,T

Figuur 3.6: *Marie is de vrouw van Jan*

Afleiding: *Marie is de vrouw van Jan*:

$\textit{vrouw van} \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{vrouw\_van}_*(x, y))$ T1

$F_{6'}(\textit{vrouw van, Jan}) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{vrouw\_van}_*(x, y))(\lambda X.X(j))$ T7′

$= \lambda x[\lambda X.X(j)(\lambda y.\textsc{vrouw\_van}_*(x, y)]$ λ-conv

$= \lambda x[\lambda y.\textsc{vrouw\_van}_*(x, y)(j)]$ λ-conv

$= \lambda x.\textsc{vrouw\_van}_*(x, j)$ λ-conv

$\textit{de} \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists x[\forall y(Y(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$ T1

$= \lambda z.\textsc{vrouw\_van}_*(z, j)$ alf.var

$F_3(\textit{de, vrouw van Jan}) \rightsquigarrow$

$\lambda Y\lambda X\exists x[\forall y(Y(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)](\lambda z.\textsc{vrouw\_van}_*(z, j))$ T4

$= \lambda X\exists x[\forall y(\lambda z.\textsc{vrouw\_van}_*(z, j)(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$ λ-conv

$= \lambda X\exists x[\forall y(\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$ λ-conv

$\textit{zijn} \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y(x = y))$ T1

$F_6(\textit{zijn, de vrouw van Jan}) \rightsquigarrow$

$\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y(x = y))(\lambda X\exists x[\forall y(\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)])$ T7

$= \lambda x[\lambda X\exists x[\forall y(\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)](\lambda y(x = y))]$ λ-conv

$= \lambda x.\exists x[\forall y(\lambda z.\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge \lambda y(x = y)(x))]$ λ-conv

$= \lambda v.\exists x[\forall y(\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge \lambda y(x = y)(v)]$ alf.var

$= \lambda v.\exists x[\forall y(\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge v = x]$ λ-conv

$F_1(\textit{Marie, zijn de vrouw van Jan}) \rightsquigarrow$

$\lambda X.X(m)(\lambda v.\exists x[\forall y(\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge v = x])$ T2

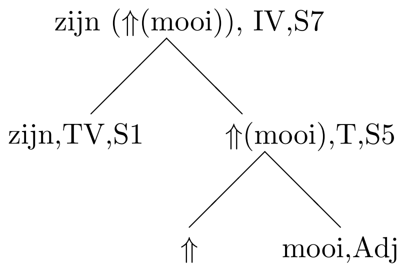
$= \lambda v.\exists x[\forall y(\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge v = x](m)$ λ-conv

$= \exists x[\forall y(\textsc{vrouw\_van}_*(y, j) \leftrightarrow x = y) \wedge m = x]$ λ-conv

De relationele structuur van *vrouw van* is semantisch zichtbaar in de typenlogische karakterisering $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ van de uitdrukking $\textsc{vrouw\_van}_*(y)(x)$. De uitdrukking *vrouw van* zelf wordt vertaald in een uitdrukking van het type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, terwijlde vertaling van *vrouw van Jan* van type $\langle e, t\rangle$ is. Deze wordt door de Determinator *de* naar een NP van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ gevoerd en deze NP is de input voor het werkwoord *zijn*.

3.5.4 Enkele problemen met Montague's behandeling van *zijn*.

Montague kan niet afleiden: *Marie is mooi* met als laatste regel: $\textsc{mooi}(m)$. Dat komt omdat *mooi* niet van type T is, maar een adjectief van type $\langle e,t\rangle$. Anders gezegd: $zijn_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$ zoekt naar iets van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ en er ontstaat derhalve een typeconflict bij de vorming van de IV. Een mogelijkheid is om $mooi_{\langle e,t\rangle}$ op te hogen tot $mooi_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$. Intuïtief: 'Marie is (een) mooi (iemand)'.
De kern van deze oplossing is—met het onverlet laten van het $\langle e,t\rangle$-type van *mooi*—het adjectief in te bedden in een $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$-omgeving. Interessant is te zien dat dit correspondeert met een $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$-operatie: je gaat van $\langle e,t\rangle$ naar $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. Nu is dat precies het type van de determinator! En dat is ook wat de intuïtieve interpretatie eigenlijk suggereert: een "onzichtbare" operator, zeg $\Uparrow$, met de functie van een Determinator. Syntactisch is het een en ander uit te beelden als in Figuur 3.7:



Figuur 3.7: Het gebruik van een operator voor type-ophoging

Semantisch geldt dan:

$\Uparrow \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists x[\text{Entiteit}(x) \wedge Y(x) \wedge X(x)]$

De operator werkt als een abstracte determinator: als er een waarde wordt toegevoerd aan de Y-variabele ontstaat er een NP. De hier gegeven analyse wordt nergens door afgedwongen. Er zijn alternatieven: zo kan *zijn* worden gedefinieerd als (in dit geval) behorend tot type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$, waardoor het een relatie legt tussen een individu en een eigenschap. Dus:

zijn $\rightsquigarrow \lambda X\lambda x\exists y[X(y) \wedge x = y]$	T1
$\ldots$	
$\exists y[\textsc{mooi}(y) \wedge m = y]$	λ-conv
$\textsc{mooi}(m)$	pred.log

Deze definitie van *zijn* heeft een nadeel: zij is niet bruikbaar voor *Marie is een vrouw*! Dus in feite zijn er dan weer twee werkwoorden *zijn*. Sectie 6.12 bespreekt strategieën die deze consequentie proberen te vermijden.

3.5.5 Nogmaals *kussen*

Bij de behandeling van *zijn* en *vrouw van* als transitieve werkwoorden is in feite een voorschot genomen op de verdere behandeling van *kussen*: men kan via T1 veel meer informatie geven dan de simpele vertaling *kussen* $\rightsquigarrow$ KUSSEN. Het werkwoord *kussen* drukt immers een relatie uit tussen twee individuen en waarom zouden we dat niet direct introduceren? De notatie KUSSEN_* geeft in EL het op *zijn* gemodelleerde *kussen* weer: *kussen* wordt vertaald als van het type $\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$, maar daarin verpakt zit de $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$-informatie.

Afleiding: *Jan kust Marie*

Marie $\rightsquigarrow \lambda X.X(m)$	T1
kussen $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\text{KUSSEN}_*(x,y))$	T1
F_6(*kussen, Marie*) $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\text{KUSSEN}_*(x,y))(\lambda X.X(m))$	T7
$= \lambda x[\lambda X.X(m)(\lambda y.\text{KUSSEN}_*(x,y))]$	λ-conv
$= \lambda x[\lambda y.\text{KUSSEN}_*(x,y)(m)]$	λ-conv
$= \lambda x.\text{KUSSEN}_*(x,m)$	λ-conv
Jan $\rightsquigarrow \lambda X.X(j)$	T1
F_1(*Jan, kussen Marie*) $\rightsquigarrow \lambda X.X(j)(\lambda x.\text{KUSSEN}_*(x,m))$	T2
$= \lambda x.\text{KUSSEN}_*(x,m)(j)$	λ-conv
$= \text{KUSSEN}_*(j,m)$	λ-conv

Montague doet dit, zoals gezegd, niet. Hij geeft een afleiding zoals op bladzij 61 en doet dan een beroep op een betekenispostulaat, waarmee $\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\text{KUSSEN}_*(x,y))$ in de derivatie wordt ingevoerd op basis van equivalentie. Dit postulaat staat in zijn EL-vorm hieronder in § 3.11, maar het komt in § 5.6.4 ook weer uitvoerig aan de orde. Montague gebruikt dit postulaat niet voor *zijn*, omdat hij wilde laten zien hoe je dat werkwoord transitief kan behandelen. Gamut II:190 gaat in op de relatie tussen $\text{ZIJN}_*(x,y)$ en $x = y$.

Het effect van de vertaalregel *kussen* $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\text{KUSSEN}_*(x,y))$ is dat het interne argument altijd wijd bereik krijgt. Bij *zoeken* $\rightsquigarrow$ZOEKEN zonder onderster eindigt het altijd in het bereik van ZOEKEN. Dit verschil wordt duidelijk bij de behandeling van kwantificatie.

Oefeningen

8. Geef de volledige afleiding van *Marie is mooi* op basis van Figuur 3.7 en de daaronder gegeven definitie van Δ.

9. Maak een boom van *Marie is geen zangeres* en op basis daarvan een afleiding. Signaleer de problemen die je tegenkomt.

10. Geef een afleiding van zin (1.9) *Jan vindt Marie.*

3.6 Kwantificatie

3.6.1 Inleiding

Om aan kwantoren in een zin het juiste bereik te kunnen geven, wordt er in de Montaguegrammatica gebruik gemaakt van een operatie die *kwantificatie* heet. Daarbij wordt op de plaats waar de kwantor terecht moet komen eerst een variabele ingevuld, die later vervangen wordt door de echte kwantor. Omdat kwantificatie op en groot aantal verschillende categorieën kan worden toegepast, is er een algemeen regelschema voor deze operatie. Het S-gedeelte van dat schema is:

$$\text{Als } \alpha \in \mathrm{P_A} \text{ en } \beta \in \mathrm{P_B}, \text{ dan } F_{i,n}(\alpha,\beta) \in \mathrm{P_B}, \text{ en } F_{i,n}(\alpha,\beta) = \beta^{\#},$$

waar $\beta^{\#}$ het resultaat is van een vervangingsoperatie waarbij variabelen hij_n of hem_n in β vervangen worden door α (eerste voorkomen) of door geëigende voornaamwoorden (latere voorkomens).
De kwantoruitdrukking α is een 'zuster' van β en wordt daarin opgenomen op de meest linker hij_n-positie. Deze kwantificatieregel is een (oneindig) schema omdat er pronomina in β kunnen zijn met indices die hun waarde vinden in **N**. Een soortgelijke operatie komt voor bij de vorming van betrekkelijke bijzinnen. Het semantische deel van het kwantificatieschema ziet er zo uit:

$$\text{Als } \alpha \in \mathrm{P_A} \text{ en } \beta \in \mathrm{P_B}, \text{ en } \alpha \rightsquigarrow \alpha' \text{ en } \beta \rightsquigarrow \beta', \text{ dan } F_{i,n}(\alpha,\beta) \rightsquigarrow \alpha'(\lambda x_n.\beta')$$

De vertaling van de kwantorexpressie α wordt toegepast op de vertaling van β waaruit lambda-abstractie over de variabele x_n heeft plaatsgevonden. Deze variabele geeft in de EL-expressie aan waar de (vertaalde) kwantoruitdrukking zou komen te staan als het om een normale NP zou gaan. (Het EL-equivalent van de syntactische 'placeholder' hij_n is namelijk $\lambda\mathrm{X.X(x}_n)$.) Via de regels van lambda-conversie kan dan voor x_n een door de kwantor gebonden variabele gesubstitueerd worden.
Zoals meer voorkomt in de Montaguegrammatica moet een bepaalde regelmatigheid uitgesplitst worden voor de omgevingen waarop zij van toepassing is. Vandaar dat een aantal kwantificatiesituaties de revue passeert. In alle gevallen is de beginsituatie gelijk: een kwantoruitdrukking T wordt ingevoerd in een reeds gevormde constituent, een S in § 3.6.2, een CN in § 3.6.4 en een VP in § 3.6.5. De beginpositie van de kwantor is voordat de regel wordt toegepast "buiten" en na toepassing heeft er een vervangingsoperatie "binnen" plaatsgevonden. Dit heet in-kwantificeren (quantifying in). Het effect is in alle gevallen dat de kwantor in de EL-representatie wijd bereik krijgt. Het syntactische alternatief is om de kwantoruitdrukking *in situ* te genereren, d.w.z. op de plaats waar bij in-kwantificeren de variabele staat die wordt vervangen.

3.6.2 In-kwantificatie in een S

De regel luidt als volgt:

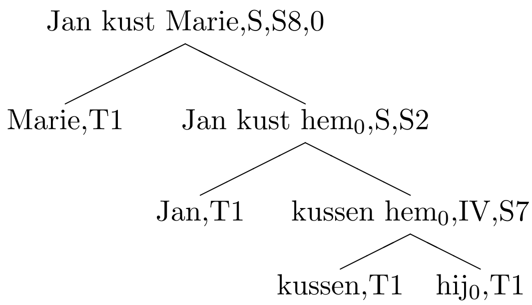
S8,n Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_{7,n}(\alpha,\varphi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_{7,n}(\alpha,\varphi) = \varphi'$, waar φ' resulteert uit een van de volgende vervangingsoperaties:

1. als α niet een syntactische variabele hij_k is, vervang dan het eerste optreden van hij_n of hem_n door α, en de andere optredens van hij_n of hem_n door geeïgende voornaamwoorden;
2. als $\alpha = hij_k$, vervang dan elk optreden van hij_n door hij_k en elk optreden van hem_n door hem_k.

T8,n Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{7,n}(\alpha, \varphi) \rightsquigarrow \alpha'(\lambda \mathrm{x}_n \varphi')$

De T8-regel zit slim in elkaar: hoewel φ een element uit $\mathrm{P_S}$ is, is $\lambda \mathrm{x}_n \varphi'$ van het type $\langle e, t\rangle$ door de λ-operator die in de regel is toegevoegd. D.w.z. φ' heeft een propositievorm en is dus een propositionele functie met vrije variabelen die in en door de operatie $F_{7,n}$ worden gebonden. De zin *Jan kust Marie* kan via in-kwantificatie als volgt worden afgeleid:

Syntaxis:



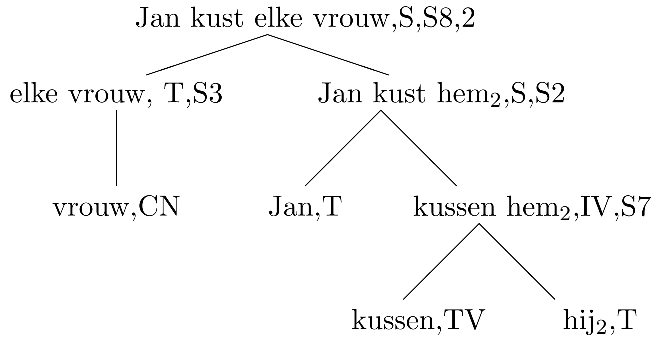
Figuur 3.8: *Jan kust Marie*

Afleiding:

$hij_0 \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}_0)$	T1
$kussen \rightsquigarrow \lambda \mathcal{P} \lambda \mathrm{x} \mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}, \mathrm{y}))$	T1
$F_6(kussen, hij_0) \rightsquigarrow \lambda \mathcal{P} \lambda \mathrm{x} \mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}, \mathrm{y}))(\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_0))$	T7
$= \lambda \mathrm{x}[\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_0)(\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}, \mathrm{y}))]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}[\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}, \mathrm{y})(\mathrm{x}_0)]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}, \mathrm{x}_0)$	λ-conv
$Jan \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j})$	T1
$F_1(Jan, kussen\ hem_0) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j})(\lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}, \mathrm{x}_0))$	T2
$= \lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}, \mathrm{x}_0)(\mathrm{j})$	λ-conv
$= \textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{x}_0)$	λ-conv
$Marie \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{m})$	T1
$F_{7,0}(Marie, Jan\ kust\ hem_0) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{m})(\lambda \mathrm{x}_0.\textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{x}_0))$	T8,0
$= \lambda \mathrm{x}_0.\textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{x}_0)(\mathrm{m})$	λ-conv
$= \textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{m})$	λ-conv

In zekere zin is in-kwantificatie hier een omweg: dezelfde eindregel onstaat met *Marie* in situ, zoals in Figuur 3.5. Dat komt doordat eigennamen niet in elkaars bereik staan. Dat geldt ook voor een zin waarin één eigennaam en één kwantor voorkomen, zoals (1.7) *Jan kust elke vrouw*, die kan worden afgeleid op de wijze getoond in Figuur 3.9. De NP *Elke vrouw* vervangt hij_2 in de propositie *Jan kust* hem_2. De keuze van het subscript in willekeurig. Terwille van de afwisseling wordt de kwantoruitdrukking syncategorematisch ingevoerd.

Syntaxis:



Figuur 3.9: In-kwantificeren met de kwantor *elke vrouw*

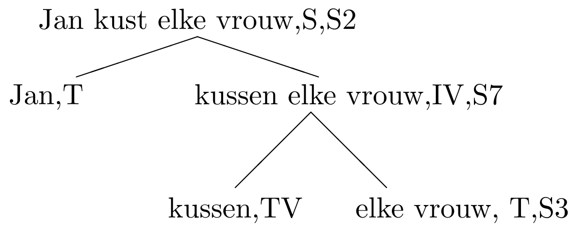
Afleiding:

$hij_2 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_2)$ T1
$kussen \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y))$ T1
$F_6(kussen,\ hij_2) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y))(\lambda X.X(x_2))$ T7
$= \lambda z[\lambda X.X(x_2)(\lambda y\textsc{kussen}_*(z,y))]$ λ-conv
$= \lambda z[\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y)(x_2)]$ λ-conv
$= \lambda z.\textsc{kussen}_*(z,x_2)$ λ-conv
$Jan \rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)$ T1
$F_1(Jan,\ kussen\ hem_2) \rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)(\lambda z.\textsc{kussen}_*(z,x_2))$ T2
$= \lambda z.\textsc{kussen}_*(z,x_2)(j)$ λ-conv
$= \textsc{kussen}_*(j,x_2)$ λ-conv
$elke\ vrouw \rightsquigarrow \lambda X\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to X(x)]$ T3
$F_{7,2}(elke\ vrouw,\ Jan\ kussen\ hem_2) \rightsquigarrow$
$\lambda X\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to X(x)](\lambda x_2.\textsc{kussen}_*(j,x_2))$ T8,2
$= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \lambda x_2.\textsc{kussen}_*(j,x_2)(x)]$ λ-conv
$= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \textsc{kussen}_*(j,x)]$ λ-conv

Directe vertaling door kwantificatie in situ langs de lijnen van Figuur 3.10 geeft de volgende afleiding.

Afleiding:

$elke\ vrouw \rightsquigarrow \lambda X\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to X(x)]$ T3
$kussen \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y\textsc{kussen}_*(z,y)$ T1
$F_6(kussen,\ elke\ vrouw) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y))(\lambda X\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to X(x)])$ T7
$= \lambda z[\lambda X.\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to X(x)](\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y))]$ λ-conv
$= \lambda z\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y(x)]$ λ-conv
$= \lambda z\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \textsc{kussen}_*(z,x)]$ λ-conv
$Jan \rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)$ T1



Figuur 3.10: De kwantor *elke vrouw* in situ

F_1(*Jan, kussen elke vrouw*) $\rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)(\lambda z \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(z,x)])$ T2
$= \lambda z.\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(z,x)](j)$ λ-conv
$= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(j,x)]$ λ-conv

Syntactisch wordt op verschillende maar equivalente wijze dezelfde betekenisrepresentatie afgeleid. Dit heet: *derivationele equivalentie*. Merk op dat $\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(j,x)]$ ook kan worden afgeleid op basis van:

$[_S[_T$elke vrouw $][_S[_T$ Jan$]$ $[_S$ hij$_1$ $[_{VP}$ kust hem$_0]]]$
$[_S[_T$elke vrouw $][_S[_T$ hij$_3][_S[_T$ Jan$]$ $[_S$ hij$_1$ $[_{VP}$ kust hem$_0]]]]$,
etc.

Kortom, er kan een oneindige hoeveelheid afleidingen worden geproduceerd. Dit moge esthetisch een nadeel lijken, voor de praktijk maakt het niet uit. Men vermijdt onnodige introductie van variabelen.

3.6.3 Bereiksambiguïteit

De kwantificatieregels S/T8 worden pas spannend bij zinnen als (3.1a). In de eerste orde predikatenlogica wordt (3.1a) steevast geanalyseerd als dubbelzinnig tussen (3.1b) of (3.1c):

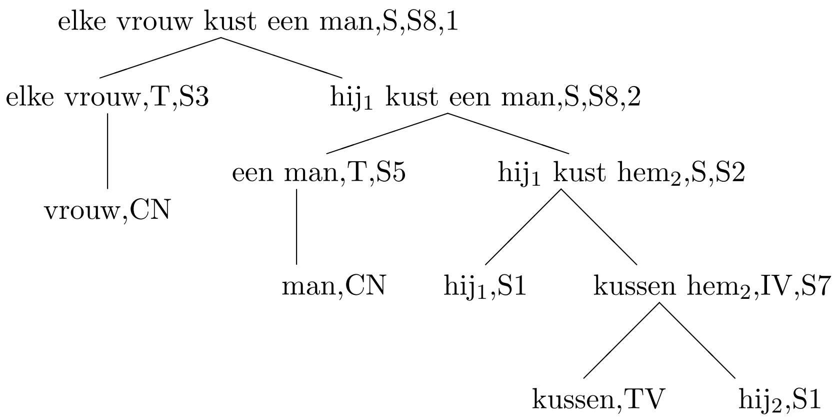
(3.1) a. Elke vrouw kust een man
b. $\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \textsc{kussen}_*(x,y)]]$
c. $\exists y[\textsc{man}(y) \wedge \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(x,y)]]$

Wat men ook moge denken van de houdbaarheid van de stelling dat zinnen als (3.1a) op deze wijze ambigu zijn, een feit is dat Montague dit aannam en ook in zijn systeem wilde onderbrengen, als output van afleidingen. Bereiksambiguïteit correspondeert met positieverschillen van de kwantoruitdrukkingen:

a. [Elke vrouw[hij$_1$kussen een man]]	WS voor *elke vrouw*
b. [Elke vrouw[Een man[hij$_1$ kussen hem$_2$]]]	Idem
c. [Een man[Elke vrouw[$_{VP}$ kussen hem$_2$]]]	WS voor *een man*
d. [Een man[Elke vrouw[hij$_1$ kussen hem$_2$]]]	Idem
e. [Elke vrouw[Een man[hij$_1$ kussen hem$_2$]]]]	WS voor *elke vrouw*
etc.	

Op basis van een van deze syntactische configuraties, gegeven in Figuur 3.11, kan (3.1b) worden afgeleid, met wederom de syncategorematische introductie van de kwantor NPs.

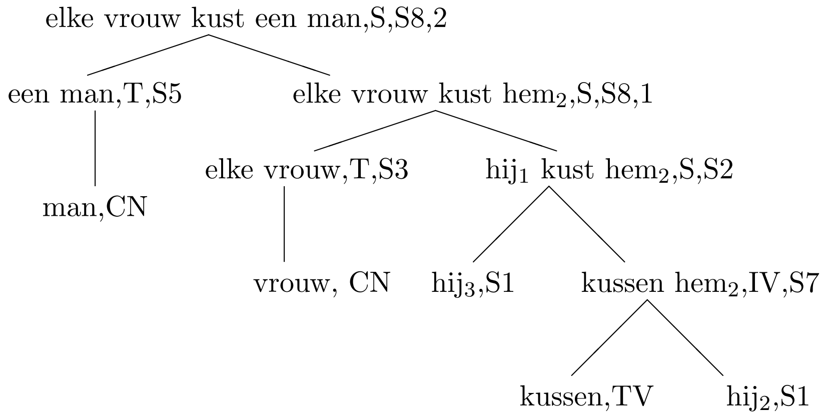
Syntaxis:



Figuur 3.11: Wijd bereik voor *Elke vrouw*

$\mathit{hij}_2 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_2)$	T1
$\mathit{kussen} \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y))$	T1
$F_6(\mathit{kussen}, \mathit{hij}_2) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y))(\lambda X.X(x_2))$	T7
$= \lambda z\lambda X.X(x_2)(\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y))$	λ-conv
$= \lambda z\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y)(x_2)$	λ-conv
$= \lambda z.\textsc{kussen}_*(z,x_2)$	λ-conv
$\mathit{hij}_1 \rightsquigarrow \lambda Y.Y(x_1)$	T1
$F_1(\mathit{hij}_1,\ \mathit{kussen\ hem}_2) \rightsquigarrow \lambda Y.Y(x_1)(\lambda z.\textsc{kussen}_*(z,x_2))$	T2
$= \lambda z.\textsc{kussen}_*(z,x_2)(x_1)$	λ-conv
$= \textsc{kussen}_*(x_1,x_2)$	λ-conv
$\mathit{een\ man} \rightsquigarrow \lambda X\exists y[\textsc{man}(y) \wedge X(y)]$	T5
$F_{7,2}(\mathit{een\ man}, \mathit{hij}_1\ \mathit{kust\ hem}_2) \rightsquigarrow$	
$\lambda X\exists y[\textsc{man}(y) \wedge X(y)](\lambda x_2.\textsc{kussen}_*(x_1,x_2)$	T8,2
$= \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \lambda x_2.\textsc{kussen}_*(x_1,x_2)(y)]$	λ-conv
$= \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \textsc{kussen}_*(x_1,y)]$	λ-conv
$\mathit{elke\ vrouw} \rightsquigarrow \lambda X\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow X(x)]$	T3
$F_{7,1}(\mathit{elke\ vrouw}, \mathit{hij}_1\ \mathit{kust\ een\ man}) \rightsquigarrow$	
$= \lambda X\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow X(x)](\lambda x_1.\exists y[\textsc{man}(y) \wedge \textsc{kussen}_*(x_1,y)])$	T8,1
$= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \lambda x_1.\exists y[\textsc{man}(y) \wedge \textsc{kussen}_*(x_1,y)](x)]$	λ-conv
$= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \textsc{kussen}_*(x,y)]]$	λ-conv

Hiermee is wijd bereik van *elke vrouw* over *een man* verantwoord. Vergelijk hiermee de afleiding op basis van een boom waarin *elke vrouw* in situ is gegeneerd, en waarin *een man* wordt in-gekwantificeerd.



Figuur 3.12: Wijd bereik voor *een man*

$$
\begin{array}{ll}
\ldots & \\
= \textsc{kussen}_*(x_1, x_2) & \lambda\text{-conv} \\
\textit{elke vrouw} \rightsquigarrow \lambda X \forall x[\textsc{vrouw}(x) \to X(x)] & \text{T3} \\
F_{7,2}(\textit{elke vrouw}, \textit{hij}_1 \textit{ kussen hem}_2) \rightsquigarrow & \\
= \lambda X \forall x[\textsc{vrouw}(x) \to X(x)](\lambda x_2.\textsc{kussen}_*(x_1, x_2)) & \text{T8,2} \\
= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \lambda x_2.\textsc{kussen}_*(x_1, x_2)(x)] & \lambda\text{-conv} \\
= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \textsc{kussen}_*(x_3, x)] & \lambda\text{-conv} \\
\textit{een man} \rightsquigarrow \lambda X \exists y[\textsc{man}(y) \wedge X(y)] & \text{T5} \\
F_{7,1}(\textit{een man}, \textit{hij}_1 \textit{kust elke vrouw}) \rightsquigarrow & \\
\lambda X \exists y[\textsc{man}(y) \wedge X(y)](\lambda x_1.\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \textsc{kussen}_*(x_1, x)]) & \text{T8,1} \\
= \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \lambda x_1.\forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \textsc{kussen}_*(x_1, x)](y)] & \lambda\text{-conv} \\
= \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \forall x[\textsc{vrouw}(x) \to \textsc{kussen}_*(y, x)]] & \lambda\text{-conv}
\end{array}
$$

Hiermee haalde Montague de buit binnen. Hij is in staat de reguliere bereiksambiguïteit van de standaardlogica te verantwoorden in zijn hogere orde systeem.

3.6.4 In-kwantificatie in een CN

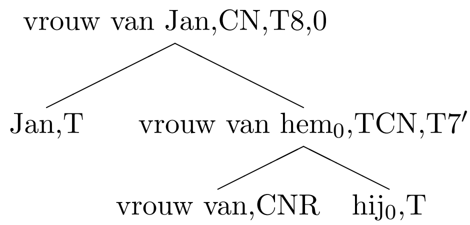
In-kwantificatie vereist, syntactisch gesproken, niet een zin waarin de kwantor wordt ingebed, maar de semantische vertaling zorgt er, door toepassing van λ-abstractie, wel voor dat er een propositionele omgeving ontstaat:

$\mathbf{S8_{CN},n}$ Als $\alpha \in P_T, \zeta \in P_{CN}$, dan $F_{7,n}(\alpha, \zeta) \in P_{CN}$

$\mathbf{T8_{CN},n}$ Als $\alpha \in P_T, \zeta \in P_{CN}, \alpha \rightsquigarrow \alpha', \zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_{7,n}(\alpha, \zeta) \rightsquigarrow \lambda y.\alpha'(\lambda x_n \zeta'(y))$

In een complexe CN, zoals *vrouw van Jan*, kan een kwantoruitdrukking in situ worden gegenereerd of worden ingekwantificeerd. In het laatste geval ontstaat een afleiding als de volgende, waarin CNR een CN is die een relatie uitdrukt.

Syntaxis:



Figuur 3.13: *Vrouw van Jan* met in-kwantificatie

Afleiding:

$hij_0 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_0)$	T1
$vrouw\ van \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\text{VROUW\_VAN}_*(x,y))$	T1
$F_{6'}(vrouw\ van, hij_0) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\text{VROUW\_VAN}_*(x,y))(\lambda X.X(x_0))$	T7′
$= \lambda x[\lambda X.X(x_0)(\lambda y.\text{VROUW\_VAN}_*(x,y))]$	λ-conv
$= \lambda x[\lambda y.\text{VROUW\_VAN}_*(x,y)(x_0)]$	λ-conv
$= \lambda x.\text{VROUW\_VAN}_*(x,x_0)$	λ-conv
$Jan \rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)$	T1
$F_{7,0}(Jan, vrouw\ van\ hem_0) \rightsquigarrow \lambda y[\lambda Y.Y(j)(\lambda x_0(\lambda x.\text{VROUW\_VAN}_*(x,x_0))(y))]$	$T8_{CN,0}$
$= \lambda y[\lambda x_0(\lambda x.\text{VROUW\_VAN}_*(x,x_0)(y))(j)]$	λ-conv
$= \lambda y[\lambda x.\text{VROUW\_VAN}_*(x,j)(y)]$	λ-conv
$= \lambda y.\text{VROUW\_VAN}_*(y,j)$	λ-conv

De syntactische instructie in $S8_{CN}, n$ ontbreekt. Ook al zijn er verschillen tussen de structuur van een S en die van een CN, men mag aannemen dat de vervangingsinstructie in $S8_{CN}, n$ (min of meer) hetzelfde werkt als in S8,n. Merk op dat $S8_{CN}, n$ ook geldt voor vrij complexe CNs als *vrouw van degene die Jan wil spreken en die hem nu zoekt*. Dat wil zeggen, de kwantor moet van buiten de CN komen en wordt dan toch in een S ingebracht. Met andere woorden, de kwantor is meer gevoelig voor indexen dan voor omgevingen.

3.6.5 In-kwantificatie in een VP

Bij in-kwantificatie in VPs is hetzelfde stramien zichtbaar: de VP bevat een genummerde variabele. Een individuele constante of gebonden variabele binnen een van buiten komende kwantoruitdrukking vervangt deze, ook via "dubbele" lambda-abstractie.

$S8_{VP}$,n Als $\alpha \in P_T$ en $\delta \in P_{IV}$, dan $F_{7,n}(\alpha,\delta) \in P_{IV}$

$T8_{VP}$,n Als $\alpha \in P_T, \delta \in P_{IV}, \alpha \rightsquigarrow \alpha', \delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{7,n}(\alpha,\delta) \rightsquigarrow \lambda y.\alpha'(\lambda x_n.\delta'(y))$

De x_n-variabele in het λx_n-gedeelte heeft betrekking op de T die wordt in-gekwantificeerd, het λy-gedeelte op het externe argument.
De regel wordt eerst in zijn meest simpele vorm gedemonstreerd. De syntaxis maakt het namelijk mogelijk om een simpele VP te genereren met een variabele erin. Bijvoorbeeld:
Syntaxis: $[[_T$ een vrouw$][_{IV}$ vinden hem$_0]]$

Afleiding

$hij_1 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_1)$ T1

$vinden \rightsquigarrow \textsc{vinden}$ T1

$F_6(vinden, hij_1) \rightsquigarrow \textsc{vinden}(\lambda X.X(x_1))$ T7

$een\ vrouw \rightsquigarrow \lambda Y \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge Y(x)]$ T5

$F_{vp,1}(een\ vrouw, vinden\ hem_1) \rightsquigarrow$

$\lambda y\, \underbrace{\lambda Y \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge Y(x)]}_{\alpha'}(\lambda x_1.\, \underbrace{\textsc{vinden}(\lambda X.X(x_1))}_{\delta'}(y))$ T8vp,1

$= \lambda y.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda x_1.\textsc{vinden}[(\lambda X.X(x_1))(y)(x)]$ λ-conv

$= \lambda y.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{vinden}(\lambda X.X(x))(y)]$ λ-conv

$= \lambda y.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{vinden}(y, \lambda X.X(x))]$ NC1

$= \lambda y.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda X.X(x)(\lambda z.\textsc{vinden}_*(y, z)]$ MP4

$= \lambda y.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda z.\textsc{vinden}_*(y, z)(x)]$ λ-conv

$= \lambda y.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{vinden}_*(y, x)]$ λ-conv

De resulterende uitdrukking is dezelfde als wanneer *een vrouw* in situ zou zijn gegenereerd. Veel heb je er dus niet aan in dit soort gevallen, maar in-kwantificatie in een VP is van belang voor een juiste behandeling van conjunctie en disjunctie, zoals in § 3.7 zal blijken.

Oefeningen

11. Maak een boom en een afleiding van *Geen vrouw kust een man* met wijd bereik voor *een man.*

12. Maak een volledige afleiding van *De vrouw van Jan kust hem* met de iota-operator in de interpretatie waarin *hem* verwijst naar Jan. NB. Denk goed na over de relatie tussen *Jan* en *hem* voordat je gaat afleiden!

13. Maak een afleiding van *Elke man kust elke vrouw.*

14. Probeer een afleiding te maken van *Elke man vindt zijn vrouw*, waarin *zijn* anaforisch wordt gebruikt (Jan vindt Marie, Bert vindt Dirkje, etc.). Tip: maak een S-regel waarin de introductie van *zijn* wordt beregeld.

15. Doe hetzelfde maar nu met *zijn* verwijzend naar één persoon die in de context al bekend is.

3.6.6 Betekenispostulaat 4

Het verschil tussen *kussen* en *zoeken* wordt ook in termen van bereik beregeld. In feite treden de werkwoorden op als operatoren en in het verschil tussen de eisen die ze opleggen aan de operandi, kan het verschil tussen de werkwoorden worden verantwoord. Het basisidee bij Montague is: geef beide werkwoorden tijdens de afleiding een simpele vertaling en voer ze op een bepaald punt langs een soort filter. *Zoeken* komt er dan niet doorheen, *kussen* wel.
Neem *Jan zoekt een vrouw* met *een vrouw* in situ. De afleiding gaat dan als volgt:

Afleiding:

F_4(*een, vrouw*) $\leadsto \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)]$ T5

zoeken $\leadsto$ ZOEKEN T1

F_6(*zoeken, een vrouw*) $\leadsto \textsc{zoeken}(\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ T7

Jan $\leadsto \lambda Y.Y(j)$ T1

F_1(*Jan, zoeken een vrouw*) $\leadsto \lambda Y.Y(j)(\textsc{zoeken}(\lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)]))$ T2

$= \textsc{zoeken}(\lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])(j)$ λ-conv

$= \textsc{zoeken}(j, \lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ NC1

Een afleiding vanuit eenzelfde boom met *Jan kust een vrouw* zou op dezelfde wijze leiden tot $\textsc{kussen}(j, \lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$. Montague gebruikt daarvoor een betekenispostulaat, d.w.z. een regel die een eigenaardigheid van een bepaald woord (of liever: van een bepaalde klasse van woorden) vastlegt. De regel die de verhouding tussen *zoeken* en *kussen* vastlegt, heet MP4.

MP4 $\forall x \forall \mathcal{P} \Box[\delta(x, \mathcal{P}) \Leftrightarrow \mathcal{P}(\lambda y.\delta_*(x,y))]$, waar $\delta =$ *beminnen, kussen, vinden*, etc.

Hier wordt bijvoorbeeld voor *kussen* vastgelegd dat de relatie KUSSEN tussen een individu x en een kwantor (eigenschap) $\mathcal{P}$ ervoor garant staat dat de verzameling van individuen y die door x ge-$\textsc{kust}_*$ worden, een element is van de kwantor $\mathcal{P}$. Aangezien de kwantor $\mathcal{P}$, afkomstig van het tweede argument van KUSSEN een individu (individuen) bevat, wordt λy geconverteerd. Voor *kussen* werkt MP4 als volgt:

...

$= \textsc{kussen}(j, \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$ NC1

$\Leftrightarrow \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)](\lambda y.\textsc{kussen}_*(j, y))$ MP4

$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda y.\textsc{kussen}_*(j, y)(x)]$ λ-conv

$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}_*(j, x)]$ λ-conv

MP4 brengt de kwantoruitdrukking in frontpositie en past haar als predikaat toe op de verzameling door Jan gekusten. De door $\exists x$ gebonden variabele neemt onder λ-conversie de plaats van de y in. En daarmee wordt een relatie tussen individuen uitgedrukt.

De opsomming van de werkwoorden in het postulaat MP4 scheidt een groep transitieve werkwoorden van andere transitieve werkwoorden af: *kussen* heeft net als *beminnen* en *vinden* de eigenschap dat als je iemand kust, bemint of vindt die iemand er ook is als individu. Voor hen geldt het postulaat.

Voor werkwoorden als *zoeken* geldt het niet. Daarom eindigt de afleiding aan het begin van deze paragraaf met een zoek-relatie tussen Jan en een existentiële kwantor. Extensioneel gezien houdt dit in een relatie tussen een entiteit en een karakteristieke functie. Dat lijkt overigens niet de essentie van de zoek-relatie, maar omdat dit hoofdstuk de extensionele versie van de Montaguegrammatica geeft, valt er niet meer uit te drukken. Er is intensionele apparatuur nodig om het typische zogeheten **de dicto**-karakter van *zoeken* tot uitdrukking te brengen. Technisch gesproken echter is MP4 in dit stadium al een behoorlijke oplossing: bij *zoeken* krijgt men geen toegang tot een individu want de afleiding stopt bij: $\textsc{zoeken}(j, \lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)])$.

Een soortgelijk onderscheid als tussen *kussen* en *zoeken* treedt ook op bij werkwoorden die een lijdend voorwerpszin nemen, zoals *betreuren* en *hopen*. Als *Jan betreurt dat Marie elke vrouw kust* waar is, dan wordt als feit meegegeven de informatie dat Marie elke vrouw kust. In *Jan hoopt dat Marie elke vrouw kust* hoeft het helemaal niet zo te zijn dat Marie dat doet. De behandeling van het verschil wordt uitgesteld tot § 5.9 omdat er meer intensionele apparatuur voor nodig is om bij de essentie ervan te komen, maar wel volgt terwille van de techniek nog een afleiding.

Afleiding: *Jan hoopt dat Marie elke vrouw kust*

...

$\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(m,x)])$	λ-conv
hopen dat $\rightsquigarrow$ HOPEN	T1
F_6(*hopen dat, Marie kust elke vrouw*) $\rightsquigarrow$	
$\textsc{hopen}(\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(m,x)])$	T7
$= \lambda z.\textsc{hopen}(\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(m,x)])(z)$	λ-notatie
Jan $\rightsquigarrow \lambda X.X(j)$	T1
$F_1(Jan,$ *hopen dat Marie elke vrouw kust*$)$ $\rightsquigarrow$	
$\lambda X.X(j)(\lambda z.\textsc{hopen}(\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(m,x)])(z))$	T2
$= \lambda z.\textsc{hopen}(\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(m,x)])(z)(j)$	λ-conv
$= \textsc{hopen}(\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(m,x)])(j)$	λ-conv
$= \textsc{hopen}(j, \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}_*(m,x)])$	NC1

Twee opmerkingen over deze afleiding: (a) bij de regel waar 'λ-notatie' staat, is simpelweg een $\langle e,t\rangle$-predikaat α omgeschreven tot $\lambda z.\alpha(z)$. In de voorlaatste regel wordt dit weer ongedaan gemaakt door λ-conversie. De omschrijving heeft geen andere betekenis dan te laten zien dat men in voorkomende gevallen een $\langle e,t\rangle$-predikaat in λ-vorm kan schrijven; (b) *kussen* staat hier in onderster. Met andere woorden, de extensionaliteit van het werkwoord *kussen* wordt door de inbedding in een bijzin niet aangetast.

3.7 Conjunctie en disjunctie

3.7.1 Conjunctie en disjunctie van S

Syntactisch gezien is de minst interessante vorm die waarin tussen beide te con- of disjungeren zinnen geen enkel anaforisch verband bestaat. De regel werkt dan simpelweg op twee proposities.

Conjunctie van S

S9 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_8(\varphi, \psi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_8(\varphi, \psi) = \varphi$ *en* ψ

T9 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$ en $\psi \rightsquigarrow \psi'$, dan $F_8(\varphi, \psi) \rightsquigarrow (\varphi' \wedge \psi')$

Disjunctie van S

S10 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_8(\varphi, \psi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_9(\varphi, \psi) = \varphi$ *of* ψ

T10 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$ en $\psi \rightsquigarrow \psi'$, dan $F_9(\varphi, \psi) \rightsquigarrow (\varphi' \vee \psi')$

Als voorbeeld een zin als *Marie wandelt en Bert kust Dirkje*. De afleiding ziet er als volgt uit:

. . .
$= \textsc{wandelen}(\mathrm{m})$ — λ-conv
. . .
$= \textsc{kussen}_*(\mathrm{b}, \mathrm{d})$ — λconv
$F_8(\textit{Marie wandelt}, \textit{Bert kust Dirkje}) \rightsquigarrow$
$= \textsc{wandelen}(\mathrm{m}) \wedge \textsc{kussen}_*(\mathrm{b}, \mathrm{d})$ — T9

Iets interessanter is een zin als *Marie wandelt of zij kust Dirkje*. Hier moeten enkele voorzieningen worden getroffen om *zij* anaforisch te verbinden met *Marie*. De oplossing voor dit probleem is bekend: men kan gebruik maken van S/T8,n. Eerst worden de twee samenstellende zinnen gevormd met in elk van de zinnen zij_1 als onderwerp, daarna wordt *Marie* in-gekwantificeerd.

[Marie [$_\mathrm{S}$ [$_\mathrm{S}$zij$_1$ wandelt] of [$_\mathrm{S}$zij$_1$ kust Dirkje]]

Door de in-kwantificatie wordt de anaforische binding tot stand gebracht. Ongeveer op dezelfde wijze kan worden afgeleid *Marie wandelt of Dirkje kust haar*.

3.7.2 Conjunctie en disjunctie van VPs

Bij conjunctie en disjunctie van VPs is altijd sprake van een afhankelijkheid die moet worden beregeld. Het gaat om zinnen als *Marie wandelt of loopt hard* of *Jan wandelt en kust Marie*. Het onderwerp is in beide gevallen gelijk en dat kan worden beregeld door eerst de VPs te nevenschikken op grond van hun propositionele vorm (via lambda-abstractie) en vervolgens het onderwerp in beide VPs in te brengen door lambda-conversie.

Conjunctie van VPs

S11 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_8(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_8(\gamma, \delta) = \gamma$ *en* δ

T11 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_8(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}(\gamma'(\mathrm{x}) \wedge \delta'(\mathrm{x}))$

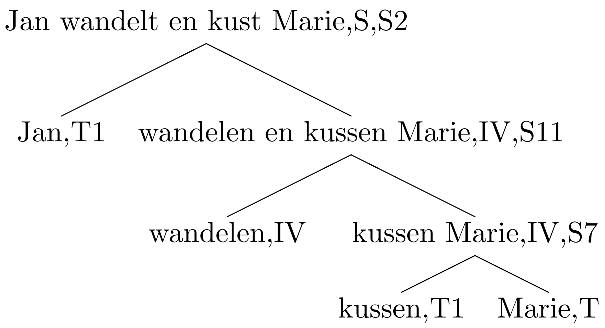
Disjunctie van VPs

S12 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_9(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_9(\gamma, \delta) = \gamma$ *of* δ

T12 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_9(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}(\gamma'(\mathrm{x}) \vee \delta'(\mathrm{x}))$

Syntaxis

Afleiding: *Jan wandelt en kust Marie*
wandelen $\rightsquigarrow \textsc{wandelen}$ — T1
kussen $\rightsquigarrow \lambda \mathcal{P} \lambda \mathrm{z} \mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{z}, \mathrm{y}))$ — T1



Figuur 3.14: *Jan wandelt en kust Marie*

F_6(*kussen,Marie*) $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda z\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{kussen}_*(z,y))(\lambda X.X(m))$ T7
...
$= \lambda z.\textsc{kussen}_*(z,m)$ $\lambda-$conv
F_8(*wandelen, kussen Marie*) $\rightsquigarrow \lambda x[\textsc{wandelen}(x) \wedge \lambda z.\textsc{kussen}_*(z,m)(x)]$ T11
$= \lambda x[\textsc{wandelen}(x) \wedge \textsc{kussen}_*(z,m)]$ $\lambda-$conv
Jan $\rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)$ T1
F_1(*Jan, wandelen en kussen Marie*) $\rightsquigarrow$
$\lambda Y.Y(j)(\lambda x[\textsc{wandelen}(x) \wedge \textsc{kussen}(z,m)])$ T2
$= \lambda x[\textsc{wandelen}(x) \wedge \textsc{kussen}_*(z,m)](j)$ λ-conv
$= \textsc{wandelen}(j) \wedge \textsc{kussen}_*(j,m)$ λ-conv

De S2-regel spreekt over het hoofdwerkwoord, maar hier zijn er twee. Ze zou dus moeten worden aangepast om **Jan wandelt en kussen Marie* te vermijden. Die aanpassing wordt hier niet uitgewerkt.

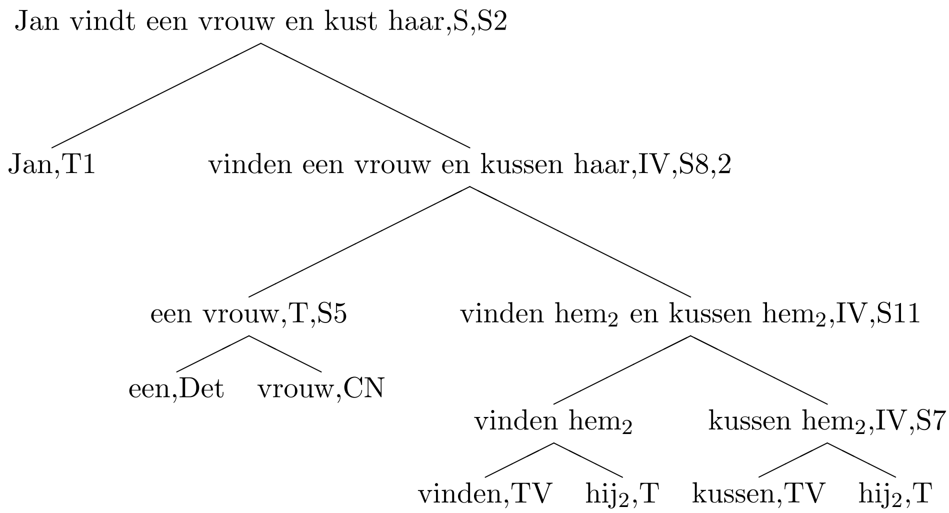
Afleiding: *Marie wandelt of loopt hard*
...
F_9(*wandelen, hardlopen*) $\rightsquigarrow \lambda x(\textsc{wandelen}(x) \vee \textsc{hardlopen}(x))$ T12
...
$= \textsc{wandelen}(m) \vee \textsc{hardlopen}(m))$ λ-conv

Ook hier moeten aanpassingen worden verricht die niet mogelijk zijn op grond van de regels van PTQ: Montague bekommerde zich niet om de precieze beregeling van scheidbaar samengestelde werkwoorden. In tegenwoordige versies van de categoriale grammatica met daaraan gekoppeld de Montague-semantiek levert die beregeling in principe geen problemen op.

Via **in-kwantificatie** in VPs kunnen ook afhankelijkheden in het interne argument van een werkwoord worden behandeld, zoals in *Jan vindt een vrouw en kust haar*:

Syntaxis: Figuur 3.15

Afleiding:
hij$_2 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_2)$ T1
vinden $\rightsquigarrow \textsc{vinden}$ T1
F_6(*vinden, hij*$_2$) $\rightsquigarrow \textsc{vinden}(\lambda X.X(x_2))$ T7



Figuur 3.15: *Jan vindt een vrouw en kust haar*

$hij_2 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_2)$ T1
$kussen \rightsquigarrow$ KUSSEN T1
$F_6(kussen,\ hij_2) \rightsquigarrow \text{KUSSEN}(\lambda X.X(x_2))$ T7
$F_8(vinden\ hem_2, kussen\ hem_2) \rightsquigarrow$
$\lambda z[\text{VINDEN}(\lambda X.X(x_2))(z) \wedge \text{KUSSEN}(\lambda X.X(x_2))(z)]$ T11
$\lambda z[\text{VINDEN}(z, \lambda X.X(x_2) \wedge \text{KUSSEN}(z, \lambda X.X(x_2)]$ NC1
$een \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists y[Y(y) \wedge X(y)]$ T1
$vrouw \rightsquigarrow$ VROUW T1
$F_4(een, vrouw) \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists y[Y(y) \wedge X(y)](\text{VROUW})$ T5
$= \lambda X\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge X(y)]$ λ-conv
$F_{8',2}(een\ vrouw, vinden\ hem_2\ en\ kussen\ hem_2) \rightsquigarrow \lambda x(\underbrace{\lambda X\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge X(y)]}_{\alpha'}$
$(\lambda x_2.\underbrace{\lambda z[\text{VINDEN}(z, \lambda X.X(x_2)) \wedge \text{KUSSEN}(z, \lambda X.X(x_2))]}_{\delta'}(x)))$ T8',2
$= \lambda x(\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \lambda x_2.\lambda z[\text{VINDEN}(z, \lambda X.X(x_2)) \wedge \text{KUSSEN}(z, \lambda X.X(x_2))](x)(y)])$
λ-conv
$= \lambda x.\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \lambda z[\text{VINDEN}(z, \lambda X.X(y)) \wedge \text{KUSSEN}(z, \lambda X.X(y))](x)]$ λ-conv
$= \lambda x.\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{VINDEN}(x, \lambda X.X(y)) \wedge \text{KUSSEN}(x, \lambda X.X(y))]$ λ-conv
$Jan \rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)$ T1
$F_1(Jan,\ kussen\ een\ vrouw\ en\ vinden\ haar) \rightsquigarrow$
$\lambda Y.Y(j)(\lambda x.\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{VINDEN}(x, \lambda X.X(y)) \wedge \text{KUSSEN}(x, \lambda X.X(y))])$ T2
$= \lambda x.\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{VINDEN}(x, \lambda X.X(y)) \wedge \text{KUSSEN}(x, \lambda X.X(y))](j)$ λ-conv
$= \exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{VINDEN}(j, \lambda X.X(y)) \wedge \text{KUSSEN}(j, \lambda X.X(y))]$ λ-conv
$\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{VINDEN}_*(j, y) \wedge \text{KUSSEN}_*(j, y)]$ NC2/Theor.1

De in-kwantificatie zorgt er voor dat de kwantoruitdrukking *een vrouw* wijd bereik krijgt. Let op de volgorde bij lambda-conversie! De regel die in-kwantificatie teweegbrengt, zorgt voor twee lambda's: de λx en de λx_2. $T8_{VP}, 2$ zorgt ook voor een gebonden x-variable achteraan de formule. Door $\lambda x \ldots (x)$ wordt de positie van het eerste argument verantwoord op grond van de regel W = λxWx. Het gedeelte $\lambda x_2.\delta'(x)$ is van type $\langle e,t\rangle$ en gaat dus in α' de variable X vervangen door conversie. Dat betekent dat de door $\exists$y gebonden variabele y de x_2-gaat converteren. Daarmee komt de weg vrij voor een "loze" conversie: de door λx gebonden variabele x vervangt de z.

3.7.3 Conjunctie en disjunctie van CNs

Op CN-niveau komen conjunctie en disjunctie voor. Te denken is aan *zijn partner en geliefde*, *mijn steun en toeverlaat*, *onze vaders en schoonvaders*, etc. Deze zijn in PTQ niet afleidbaar omdat Montague geen bezittelijke voornaamwoorden behandelt, maar het is toch goed om er hier even naar te kijken, mede in verband met de wel door hem behandelde disjunctie van NPs, die hieronder volgt. Bovendien kan natuurlijk wel binnen wat hierboven tot dusver binnen het kader van PTQ afgeleid worden *de partner en geliefde van Jan*, of *Marie's kind en kleinkind*.

Conjunctie van CNs

S11′ Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_8'(\gamma,\delta) \in \mathrm{P_{CN}}$ en F_8'$(\gamma,\delta) = \gamma$ *en* δ

T11′ Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_8'(\gamma,\delta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}(\gamma'(\mathrm{x}) \wedge \delta'(\mathrm{x}))$

Voorbeeld: *partner en geliefde*
F_9(*partner, geliefde*) $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}(\textsc{partner}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{geliefde}(\mathrm{x}))$. Merk de relationele adder onder het gras op! Ga eens na hoe je die zou willen aanpakken.

Voor zinnen als *Ik zag een man of vrouw, ik weet niet precies wat het was* is het mogelijk om disjunctie op CN-niveau te hebben. De volgende regel brengt dat voor elkaar.

Disjunctie van CNs

S12′ Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_9'(\gamma,\delta) \in \mathrm{P_{CN}}$ en F_9'$(\gamma,\delta) = \gamma$ *of* δ

T12′ Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_9'(\gamma,\delta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}(\gamma'(\mathrm{x}) \vee \delta'(\mathrm{x}))$

Voorbeeld: *vrouw of man*
F_9(*vrouw, man*) $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \vee \textsc{man}(\mathrm{x}))$

3.7.4 Disjunctie van NPs

S13 Als $\alpha, \beta \in \mathrm{P_T}$, dan $F_9(\alpha,\beta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_9(\alpha,\beta) = \alpha$ *of* β

T13 Als $\alpha, \beta \in \mathrm{P_T}$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\beta \rightsquigarrow \beta'$, dan $F_9(\alpha,\beta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}[\alpha'(\mathrm{X}) \vee \beta'(\mathrm{X})]$

Voorbeeld: *Jan of Marie wandelt*
...
F_9(*Jan, Marie*) $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}[\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{j})(\mathrm{X}) \vee \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{m})(\mathrm{X})]$ T13

$= \lambda X[X(j) \vee X(m)]$ λ-conv

...

$= \lambda X[X(j) \vee X(m)](\textsc{wandelen})$ λ-conv

$= \textsc{wandelen}(j) \vee \textsc{wandelen}(m)$ λ-conv

Hier vervangt WANDELEN twee voorkomens van de variabele X, terwijl de persoonsvorm maar één keer voorkomt. De grammatica levert nu—via CN-disjunctie—zowel de zin *De man of vrouw wandelt* op als—via NP-disjunctie—de zin *De man of de vrouw wandelt*.
De opvallende afwezige in dit rijtje van conjuncties en disjuncties is *conjunctie van NP*s. Met de tot dusver gegeven regels is het niet mogelijk zinnen om als *Jan en Marie wandelen* af te leiden. Dat komt door Montague's nogal beperkte tempusregel.

Oefeningen

16. Maak een afleiding van *Marie of Dirkje is de echtgenote van Jan*.

17. Leid de zin *Jan wandelt en hij kust Marie* af.

18. Maak een volledige afleiding van *Elke man vindt een vrouw en kust haar* met eng bereik van *een vrouw*.

19. Maak een volledige afleiding van *Elke man zoekt een vrouw en kust haar* met wijd bereik van *een vrouw*.

20. Maak een volledige afleiding van *Een man of vrouw wandelt en kust Marie* met behulp van VP-conjunctie en CN-disjunctie.

3.8 Tempus+negatie

S14 Als $\alpha \in P_T$ en $\delta \in P_{IV}$, dan $F_{10}(\alpha, \delta) \in P_S$ en $F_{10}(\alpha, \delta) = \alpha\delta'$, waar δ' ontstaat door het eerste werkwoord te vervangen door zijn ontkennende derde persoon enkelvoudsvorm.

T14 Als $\alpha \in P_T$ en $\delta \in P_{IV}$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{10}(\alpha, \delta) \rightsquigarrow \alpha'(\delta')$ of $F_{10}(\alpha, \delta) \rightsquigarrow \neg\alpha'(\delta')$

Deze regel is in PTQ wat uitgebreider. Niet alleen wordt negatie ingevoerd, maar ook de verleden tijdsvorm (*did*) en het futurum (*will*), al of niet met negatie. In het algemeen zijn regels als S14 en S2 te primitief om serieus te kunnen worden genomen. Daarbij moet bedacht worden dat voor het Engels de regel de persoonsvorm *does* introduceert gevolgd door *not*, waardoor de infinitiefvorm van het hoofdwerkwoord onaangetast blijft. In het Nederlands verandert de werkwoordvorm. S14 is daardoor in feite S2 met een extraatje. Montague doet niet aan morfologie. Die kan natuurlijk wel Montagoviaans worden aangeleverd, maar dat gebeurt hier niet. Linguïstisch gesproken gaan regels als S14 en S2 al snel fout. Bijvoorbeeld in

Afleiding:

...
F_8(*wandelen, kussen Marie*) $\rightsquigarrow$
...
$= \lambda x[\textsc{wandelen}(x) \wedge \textsc{kussen}_*(x, m)]$ T11
Jan $\rightsquigarrow \lambda Y.Y(j)$ T1
F_{10}(*Jan, wandelen en kussen Marie*) $\rightsquigarrow$
$\neg(\lambda Y.Y(j)(\lambda x[\textsc{wandelen}(x) \wedge \textsc{kussen}_*(x, m)]))$ T14
$= \neg(\lambda x[\textsc{wandelen}(x) \wedge \textsc{kussen}_*(x, m)](j))$ λ-conv
$= \neg(\textsc{wandelen}(j) \wedge \textsc{kussen}_*(j, m))$ λ-conv

Dit is niet de afleiding van *Jan wandelt niet en kust Marie.* Wat het dichtstbij komt is iets als *Het is niet zo dat Jan wandelt en Marie kust*. Het probleem is dat S14/T14 niet werkt bij VP-conjunctie.
Taalkundigen zijn gewend om te werken met Tempus als een aparte syntactische categorie die samen met het hoofdwerkwoord buiten de syntaxis (in de morfologie) wordt uitgespeld tot een finiete vorm. Dus iets als: *wandelen*+ 3sg $\Rightarrow$ *wandelt* in *Zij wandelt*. In dat geval zijn er twee tradities: (a) Tempus werkt op S en maakt van een tempusloze S een S met een finiete tijdsvorm; (b) Tempus werkt op de VP or zelfs direct op V. Afhankelijk van een keuze tussen (a) en (b) zal S14 kunnen worden geherformuleerd.
Merk overigens op dat het dan nog steeds niet gaat over verleden of toekomende tijdsvormen en hun semantiek. Daar is na Montague wel het een en ander over geschreven: Dowty (1979), Dowty, Wall & Peters (1981), Oversteegen (1988). Wij komen er in de Hoofdstukken 4 en 5 nog nader op terug.

Oefeningen

21. Maak een afleiding van *Bert hoopt niet dat Marie wandelt*.

22. Maak een afleiding van *Bert hoopt dat Marie niet wandelt*.

23. Geef commentaar op het verschil in de afleidingen mede met het oog op het verschil tussen en met zinnen als *Bert betreurt dat Marie niet wandelt* en *Bert betreurt niet dat Marie wandelt.*

24. Breid het fragment uit zodat je de zin *Zij beweert dat hij alle boeken steelt en doorverkoopt* aankunt.

25. Maak een afleiding van zin (i).

(i) Een onnozele denkt dat elke vis wandelt

Aanwijzingen

a. Uitbreiding van S1/T1:

$\alpha =$ *onnozele* en $\alpha \rightsquigarrow$ ONNOZELE; CN
$\alpha =$ *vis* en $\alpha \rightsquigarrow$ VIS; CN
$\alpha =$ *denken* en $\alpha \rightsquigarrow$ DENKEN; IV/S (ofwel IV/t)

$\alpha = dat$ en $\alpha \rightsquigarrow \lambda$p.p ; S//S (ofwel t//t)

b. Het onderschikkend voegwoord *dat* wordt ingevoerd door de volgende regel:

S220 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{S//S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$, dan $F_{110}(\delta, \varphi) \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$ en $F_{110}(\delta, \varphi) = \delta\varphi$

T220 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{S//S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{110}(\delta, \varphi) \rightsquigarrow \delta'(\varphi')$

c. Genereer *een onnozele* op de meest prominente plaats zodat de $\forall$-kwantor in het bereik komt te liggen van de $\exists$-kwantor, maar genereer *elke vis* niet in situ (d.w.z. je moet van S8,n gebruik maken).

d. Maak een afleiding die perfect in elkaar zit, dus van de kwaliteit van het dictaat met de juiste informatie aan de rechter kant, met de goede regelaanduidingen, de juiste symbolen, subscripten, etc.

e. Geef aan waarom de afleiding stopt waar zij stopt en waar het verschil zou zitten met (i') *Een onnozele ziet dat elke vis wandelt.* Doe dit niet door een afleiding van (i') te maken, maar geef in een of twee zinnen aan hoe je verder moet gaan met de afleiding van (i') daar waar je moet stoppen met de afleiding van (ı). Het gaat er om even kort laten zien dat je weet waar het hier om gaat.

26. Maak een S/T-afleiding van de NP *elke vrouw die rookt en een man kust*, waarbij je *een man* via S8/T8 (dus niet via S/T8_{CN} of S/T8_{IV}) in-kwantificeert.

Geef:
a. een boom met daarin alle S-aanduidingen.
b. een T-afleiding met de aanduidingen van de operaties.

27. Leid de zin *Jan wandelt niet en hij kust Marie niet* af met behulp van S/T14

28. Leid de zin *Geen computer is betrouwbaar of geluidloos* af met behulp van $g(geen)$ in de oefeningen aan het eind van §3.2.

29. Leid de zin *Een vrouw wandelt en zij kust Jan niet* af met behulp van $g(niet)$ in de oefeningen aan het eind van §3.2.

3.9 Modificatie

Onder modificatie vallen constructies die worden afgeleid met regels van de vorm: $\alpha/\alpha(\alpha) \Rightarrow \alpha$. De input heeft dus hetzelfde type als de output. Dit is het geval bij werkwoorden die een VP nemen om een VP te vormen, bij bijwoordelijke bepalingen, bij bijvoeglijke bepalingen en bij zinsbepalingen. Door deze volgorde raken de regelnummers van Gamut enigszins in de war, maar dat is niet erg.

3.9.1 VP-modificatie

S16 Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV/IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$, dan $F_{11}(\gamma, \delta) \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$ en $F_{11}(\gamma, \delta) = \gamma\delta$

T16 Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV/IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{11}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(\delta')$

Voorbeeld: *proberen Marie te kussen* met als syntactische structuur $[_{\text{IV/IV}}$ proberen te $[_{\text{IV}}$ Marie kussen$]]$

Afleiding:
proberen $\rightsquigarrow$ PROBEREN T1
F_6(*kussen, Marie*) $\rightsquigarrow$
...
= KUSSEN(λX.X(m)) T7
F_{11}(*proberen te, Marie kussen*) $\rightsquigarrow$ PROBEREN(KUSSEN(λX.X(m))) T16

3.9.2 Adverbiale modificatie

Er zijn twee vormen: bijwoorden en bijwoordelijke PPs. Beide kunnen als bijwoordelijke bepaling dienst doen.

Bijwoordelijke bepalingen

S19 Als $\gamma \in P_{\text{IV//IV}}$ en $\delta \in P_{\text{IV}}$, dan $F_{11}(\gamma, \delta) \in P_{\text{IV}}$ en $F_{11}(\gamma, \delta) = \gamma\delta$

T19 Als $\gamma \in P_{\text{IV//IV}}$ en $\delta \in P_{\text{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{11}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(\delta')$

Voorbeeld: *hard rijden* met als syntaxis: $[[_{\text{IV//IV}}$ hard$][_{\text{IV}}$ rijden$]]$

Afleiding:
rijden $\rightsquigarrow$ RIJDEN T1
hard $\rightsquigarrow$ HARD T1
F_{11}(*hard, rijden*) $\rightsquigarrow$ HARD(RIJDEN) T19

Ook hier is bij de betekenispostulaten een regel, die de vorm $\gamma'(\delta')$ herkent.

PP als bijwoordelijke bepaling

PPs worden gevormd door S19′/T19′. De aldus ontstane PPs worden vervolgens door S19/T19 als bijwoordelijke bepaling behandeld.

S19′ Als $\gamma \in P_{(\text{IV//IV})/\text{T}}$ en $\delta \in P_{\text{T}}$, dan $F_{13}(\gamma, \delta) \in P_{\text{IV//IV}}$.

T19′ Als $\gamma \in P_{(\text{IV//IV})/\text{T}}$ en $\delta \in P_{\text{T}}, \gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{13}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(\delta')$

Het voorzetsel *op* is van het type (IV//IV)/T. Dat wil zeggen, in EL is het van het type $\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$. Het vraagt dus om een NP om een bijwoordelijke bepaling te vormen. Dit heeft zo zijn beperkingen want de zin *Kees werkt op de Trans* is nu wel af te leiden, maar*Het instituut op de Trans is een onderzoeksinstituut van de UU* niet.
De syntactische opbouw van de zin die wel met S19′/T19′ wordt afgeleid, is als volgt: *op*: (IV//IV)/T; *de Trans*: T; *op de Trans*: IV//IV; *werken*: IV; *op de Trans werken*: IV.

Afleiding:

de Trans $\rightsquigarrow \lambda$X.X(de_Trans) T1
op $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda Y\lambda x[\mathcal{P}(\lambda y[\textsc{op}_*(y)(Y)(x)])]$ T1
F_{13}(*op*, *de Trans*) $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda Y\lambda x[\mathcal{P}(\lambda y[\textsc{op}_*(y)(Y)(x)])](\lambda X.X(\text{de\_Trans})$ T19′
$= \lambda Y\lambda x[\lambda X.X(\text{de\_Trans})(\lambda y[\textsc{op}_*(y)(Y)(x)])]$ λ-conv
$= \lambda Y\lambda x[\lambda y[\textsc{op}_*(y)(Y)(x)](\text{de\_Trans})]$ λ-conv
$= \lambda Y\lambda x[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(Y)(x)]$ λ-conv
werken $\rightsquigarrow$ WERKEN T1
F_{11}(*op de Trans*, *werken*) $\rightsquigarrow \lambda Y\lambda x[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(Y)(x)](\textsc{werken})$ T19
$= \lambda x[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(\textsc{werken})(x)]$ λ-conv
Kees $\rightsquigarrow \lambda$Z.Z(k) T1
F_1(*Kees*, *werken op de Trans*) $\rightsquigarrow \lambda Z.Z(k)(\lambda x[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(\textsc{werken})(x)])$ T2
$= \lambda x[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(\textsc{werken})(x)](k)$ λ-conv
$= \textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(\textsc{werken})(k)$ λ-conv

Merk op dat OP verschilt van $\textsc{op}_*$ op een wijze vergelijkbaar met het verschil tussen KUSSEN en $\textsc{kussen}_*$. Dit verschil wordt in deze afleiding niet duidelijk maar in *Kees werkt op een fabriek* eindigt de derivatie op $\exists$x[FABRIEK(x)... (**de re**), terwijl in *Kees werkt aan een boek* met *aan* $\rightsquigarrow$ AAN het ontbreken van de onderster het mogelijk maakt om *een boek* in het bereik van AAN te houden (**de dicto**).

3.9.3 Bijvoeglijke bepalingen

Bijvoeglijke bepalingen zijn er in verschillende soorten zoals adjectieven, bijzinnen en voorzetselgroepen. Ze modificeren een substantief, dus ze maken van een CN een CN.

S17 Als $\gamma \in P_{CN/CN}$ en $\zeta \in P_{CN}$, dan $F_{13}(\gamma,\zeta) \in P_{CN}$ en $F_{13}(\gamma,\zeta) = \gamma\zeta$

T17 Als $\gamma \in P_{CN/CN}$ en $\zeta \in P_{CN}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_{13}(\gamma,\zeta) \rightsquigarrow \gamma'(\zeta')$

Voorbeeld: *Rode mantel* met als syntaxis: $[[_{CN/CN}$ rode$][_{CN}$ mantel$]]$

Afleiding:
mantel $\rightsquigarrow$ MANTEL T1
rood $\rightsquigarrow$ ROOD T1
F_{13}(*rood, mantel)* $\rightsquigarrow$ ROOD(MANTEL) T17

Bij de betekenispostulaten staat een regel die de vorm $\gamma'(\zeta')$ herkent. Bijvoeglijke bepalingen laten een zekere mate van recursiviteit toe: *mooie rode mantel* wordt op dezelfde manier gevormd uit *rode mante*l als *rode mantel* uit *mantel*. Dit wordt correct uitgedrukt door S/T17.

Voor bijvoeglijke bepalingen bij eigennamen is de zaak iets ingewikkelder. Als we *Marie* analyseren als een NP komen we in de problemen: *mooi* is net als *rood* van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ en verlangt derhalve een N. Fixeren we het type van Marie, dan ligt de gedachte aan (abstracte) operaties zoals met $\Uparrow$ in Figuur 3.7 voor de hand als aannemelijk is dat *-e* in *mooie* een vergelijkbare verandering van het type van *mooi* teweeg brengt.

Afleiding: *mooi Marie*

$mooi \rightsquigarrow \textsc{mooi}_{\langle e,t\rangle}$	T1
$\text{-}e \rightsquigarrow \lambda Y.\lambda\mathcal{P}\lambda X\exists x[Y(x) \wedge X(x) \wedge \mathcal{P}(\lambda y.x = y)]$	T1
$F_{40}(mooi, \text{-}e) \rightsquigarrow \lambda Y\lambda\mathcal{P}\lambda X\exists x[Y(x) \wedge X(x) \wedge \mathcal{P}(\lambda y.x = y)](\textsc{mooi})$	T50
$= \lambda\mathcal{P}\lambda X\exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge X(x) \wedge \mathcal{P}(\lambda y.x = y)]$	λ-conv
$Marie \rightsquigarrow \lambda Y.Y(m)$	T1
$F_{41}(mooie, Marie) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda X\exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge X(x) \wedge \mathcal{P}(\lambda y.x = y)](\lambda Y.Y(m))$	T51
$= \lambda X\exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge X(x) \wedge \lambda Y.Y(m)(\lambda y.x = y)]$	λ-conv
$= \lambda X\exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge X(x) \wedge \lambda y(x = y)(m)]$	λ-conv
$= \lambda X\exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge X(x) \wedge x = m]$	λ-conv

De $\text{-}e_{\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle\rangle}$ neemt hier een $\mathrm{Adj}_{\langle e,t\rangle}$ om een $\mathrm{ModAdj}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle}$ te vormen. Deze neemt een NP om een NP *mooie Marie* te vormen. In *Mooie Marie wandelt* eindigt de derivatie dan op $\textsc{mooi}(m) \wedge \textsc{wandelen}(m)$.
Het is ook mogelijk om *Marie* niet direct in te voeren als T maar als een CN, zodat *mooie* wordt gedefinieerd, zoals in Hoofdstuk 2, nl. als $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$, waarmee men gedwongen wordt om aan te nemen dat in de NP *Marie* in feite determinatorinformatie ligt opgesloten. Deze lijn wordt o.a. gevolgd in Barwise & Cooper 1981. Blijft over het probleem van *mooi* en *rood* als adjectieven die verwijzen naar verzamelingen van individuen. Ze zouden van het type $\langle e,t\rangle$ moeten zijn. Aan S17 zou dus (misschien wel bij de overgang van lexicon naar syntaxis een operatie vooraf moeten gaan die van een $\langle e,t\rangle$-Adjectief een CN/CN maakt.

Voor bijvoeglijke bijzinnen is een kwantificatieregel van toepassing.

S18,n Als $\zeta \in P_{\mathrm{CN}}$ en $\varphi \in P_{\mathrm{S}}$, dan $F_{14,n}(\zeta,\varphi) \in P_{\mathrm{CN}}$

T18,n Als $\zeta \in P_{\mathrm{CN}}, \varphi \in P_{\mathrm{S}}, \zeta \rightsquigarrow \zeta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{12,n}(\zeta,\varphi) \rightsquigarrow \lambda x_n(\zeta'(x_n) \wedge \varphi')$

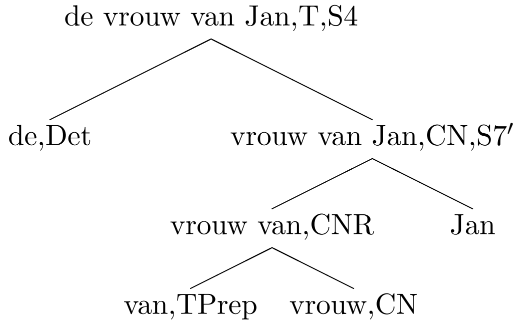
In S18 wordt syntactisch gesproken een CN gemodificeerd, net als in S17. Het zou daarom “natuurlijker” zijn om een categorie $P_{\mathrm{CN//CN}}$ te onderscheiden naast $P_{\mathrm{CN/CN}}$. Montague roept echter een kwantificatieregel aan omdat er een variabele moet worden gebonden.
Voorbeeld: *vrouw die rookt* met als syntaxis $[[_{\mathrm{CN}}\ \text{vrouw}][_{\mathrm{S}}\ \text{die rookt}]]$

Afleiding:

$vrouw \rightsquigarrow \textsc{vrouw}$	T1
$roken \rightsquigarrow \textsc{roken}$	T1
$F_1(hij_1, roken) \rightsquigarrow \lambda Y.Y(x_1)(\textsc{roken})$	T2
$= \textsc{roken}(x_1)$	λ-conv
$F_{14,1}(vrouw, hij_1\ rookt) \rightsquigarrow \lambda x_1(\textsc{vrouw}(x_1) \wedge \textsc{roken}(x_1))$	T18

PP als bijvoeglijke bepaling

Tot dusver is *vrouw van* telkens behandeld als een CNR, een substantief dat een relatie uitdrukt. Het gedraagt zich in feite als een transitief werkwoord door een argument te nemen om een tweeplaatsrelatie uit te drukken. Toch komt dat niet mooi uit de verf. In *Marie is de vrouw van Jan* van Figuur 3.6 op bladzij 64 is onder aan de boom een vertakking van *vrouw van Jan* in *vrouw van* en *Jan*. De gesignaleerde “transitiviteit” wordt in feite verwoord door het voorzetsel *van*. Met andere woorden, *vrouw van* kan verder worden geanalyseerd tot de configuratie in Figuur 3.16. In deze structuur legt *van* een tweeplaatsrelatie tussen *vrouw* en *Jan*.



Figuur 3.16: *Vrouw van* nader geanalyseerd

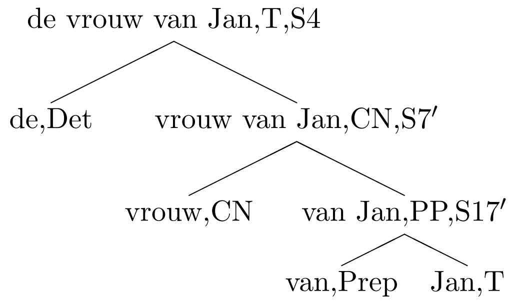
Typenlogisch houdt dit in dat *van* van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$ is.

Afleiding: *de vrouw van Jan*:

$\textit{vrouw} \rightsquigarrow \textsc{vrouw}$	T1
$\textit{van} \rightsquigarrow \lambda \mathrm{P}\lambda\mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}.\mathrm{P}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{y},\mathrm{x}))$	T1
$F_{13'}(\textit{van}, \textit{vrouw}) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{P}\lambda\mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}.\mathrm{P}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{y},\mathrm{x}))(\textsc{vrouw})$	T17′
$= \lambda\mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}.\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{y},\mathrm{x}))$	λ-conv
$F_{6'}(\textit{vrouw van}, \textit{Jan}) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}.\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{y},\mathrm{x}))(\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j}))$	T7′
$= \lambda \mathrm{x}\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j})(\lambda \mathrm{y}.\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{y},\mathrm{x}))$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}\lambda \mathrm{y}.\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{y},\mathrm{x})(\mathrm{j})$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{y}.\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{y},\mathrm{j})$	λ-conv
$\textit{de} \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}[\forall \mathrm{y}(\mathrm{Y}(\mathrm{y}) \leftrightarrow \mathrm{x}=\mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x})]$	T1
$= \lambda \mathrm{y}.\textsc{vrouw}(\mathrm{z}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{z},\mathrm{j})$	alf.var
$F_3(\textit{de, vrouw van Jan}) \rightsquigarrow$	
$\lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}[\forall \mathrm{y}(\mathrm{Y}(\mathrm{y}) \leftrightarrow \mathrm{x}=\mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x})](\lambda \mathrm{y}.\textsc{vrouw}(\mathrm{z}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{z},\mathrm{j}))$	T4
$= \lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}[\forall \mathrm{y}(\lambda \mathrm{y}.\textsc{vrouw}(\mathrm{z}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{z},\mathrm{j}) \leftrightarrow \mathrm{x}=\mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x})]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}[\forall \mathrm{y}(\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{van}_*(\mathrm{y},\mathrm{j}) \leftrightarrow \mathrm{x}=\mathrm{y}) \wedge \mathrm{X}(\mathrm{x})]$	λ-conv

Toch kan het ook anders, want een ernstige tekortkoming van een afleiding op basis van Figuur 3.16 is dat er geen verband is tussen het voorzetsel *van* en het voorzetsel *op* dat door S19′ op blz. 85 werd ingevoerd. Hierboven werd *van* behandeld als van type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$, terwijl *op* van het type $\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$ is. Het is op zijn minst verleidelijk om te proberen de voorzetsels op één lijn te krijgen en daarna het verschil tussen bijwoordelijke en bijvoeglijke bepaling tot uitdrukking te laten komen. Dat kan door de boom in Figuur 3.16 en de afleiding aan te passen. Hier legt *van* ook een tweeplaatsrelatie tussen *Jan* en *vrouw*, maar de argumentplaatsen zijn omgekeerd.

Afleiding: *de vrouw van Jan*:



Figuur 3.17: *Vrouw van* nog verder geanalyseerd

$\textit{van} \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda Y\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x,y))$	T1
$\textit{Jan} \rightsquigarrow \lambda X.X(j)$	T1
$F_{13'}(\textit{van}, \textit{Jan}) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda Y\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x,y))(\lambda X.X(j))$	T17′
$= \lambda Y\lambda x[\lambda X.X(j)(\lambda y.Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x,y))]$	λ-conv
$= \lambda Y\lambda x[\lambda y.Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x,y)](j)$	λ-conv
$= \lambda Y\lambda x.Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x,j)$	λ-conv
$\textit{vrouw} \rightsquigarrow \textsc{vrouw}$	T1
$F_{6'}(\textit{vrouw van}, \textit{Jan}) \rightsquigarrow \lambda Y\lambda x.Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x,j)(\textsc{vrouw})$	T7′
$= \lambda x.\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x,j)$	λ-conv
$\textit{de} \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists x[\forall y(Y(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$	T1
$= \lambda z.\textsc{vrouw}(z) \wedge \textsc{van}_*(z,j)$	alf.var
$F_3(\textit{de, vrouw van Jan}) \rightsquigarrow$	
$\lambda Y\lambda X\exists x[\forall y(\lambda x\lambda y.\textsc{vrouw}(y) \wedge \textsc{van}_*(y,j)(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$	
$(\lambda Y\lambda z.\textsc{vrouw}(z) \wedge \textsc{van}_*(z,j))$	T4
$= \lambda X\exists x[\forall y(\lambda z.\textsc{vrouw}(z) \wedge \textsc{van}_*(z,j)(y) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$	λ-conv
$= \lambda X\exists x[\forall y(\textsc{vrouw}(y) \wedge \textsc{van}_*(y,j) \leftrightarrow x = y) \wedge X(x)]$	λ-conv

Dit resultaat heeft enkele voordelen, waarvan het belangrijkste is dat van de parallellie tussen *vrouw van Jan* en *werken op de Trans* en van die tussen *vrouw van Jan* en de transitieve zin *Marie kust Jan*. Met andere woorden, het verschil tussen bijwoordelijke en bijvoeglijke bepaling wordt daarmee niet geanalyseerd als een verschil in vorm, maar als een verschil in de positie die de bepaling inneemt in een structuur. Dat lijkt een redelijke stellingname.
Het is overigens goed om ook de interne structuur van *van* en *op* nader te bekijken. In *op* zit meer structuur gecodeerd: *op* legt een drieplaatsrelatie tussen de locatie, de handeling en degene die de handeling uitvoert. De possessieve relatie *van* is als bijvoeglijke bepaling tweeplaatsig. De T1-definitie van *van* introduceert een x met de eigenschap Y en vervolgens wordt er door een tweeplaatpredikaat een 'van'-verband gelegd met een y. De genoemde parallellie wordt zichtbaar in de volgende regels:

S17′ Als $\gamma \in \mathrm{P}_{(\mathrm{CN}//\mathrm{CN})/\mathrm{T}}$ en $\delta \in \mathrm{P}_\mathrm{T}$, dan $F_{13}(\gamma, \delta) \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}//\mathrm{CN}}$.

T17′ Als $\gamma \in \mathrm{P}_{(\mathrm{CN}//\mathrm{CN})/\mathrm{T}}$ en $\delta \in \mathrm{P}_\mathrm{T}, \gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{13'}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(\delta')$

De bovenstaande afleidingen zijn beide gegeven om te laten zien dat men bij de analyse van woordgroepen vaak meer dan één optie ter beschikking heeft. Het is dan zaak om de opties uit te werken en daarna te evalueren. De eerste is niet bij voorbaat uitgesloten of onwaarschijnlijk. Pas door beide te vergelijken met bestaande structuren en generalisaties ligt een keuze voor de hand. In iota-notatie zou de laatste regel van de afleiding geëindigd zijn als: $\lambda X.X(\iota x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, j))$.

3.9.4 Zinsbepalingen

De laatste vorm van modificatie die behandeld wordt, is die waarbij een zin de input is èn de output. Zinsbepalingen zijn bijvoorbeeld: *noodzakelijk*, *mogelijk*, *waarschijnlijk*, *natuurlijk*, *uiteraard*, etc.

S20 Als $\delta \in P_{S/S}$ en $\varphi \in P_S$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \in P_S$ en $F_{11}(\delta, \varphi) = \delta\varphi$

T20 Als $\delta \in P_{S/S}$ en $\varphi \in P_S$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \rightsquigarrow \delta'(\varphi')$

De semantiek van de meeste van de zinsbepalingen is nog duister. De modale bepalingen komen in Hoofdstuk 4 aan de orde. In de meeste grammatica's wordt *niet* ook als een zinsbepaling gezien, maar in regel S14 van de MG krijgt deze bepaling een aparte niet adequate behandeling. De meest gebruikelijke is die waarbij *niet* vertaald wordt als $\lambda p.\neg p$ van het type $\langle t, t\rangle$. Daarmee is typenlogisch zichtbaar dat *niet* als een zinsbepaling wordt opgevat.

Oefeningen

30. Maak een complete afleiding van zin (i)—dus inclusief een boom—in de betekenis waarin Jan elke vrouw kust en zoekt.

(i) Jan kust elke vrouw die hij zoekt.

Enkele aanwijzingen:

- Begin met voor jezelf de syntactische boom te tekenen en verwerk daarin de hieronder volgende aanwijzingen.
- Genereer de NP *elke vrouw die hij zoekt* in situ.
- Denk eerst goed na over de vraag hoe je het probleem oplost van *die hij zoekt*. Als voorbeeld heb je *die rookt*. Je moet hier syntactisch gezien het betrekkelijk voornaamwoord *die* vooropplaatsen, maar die vooropplaatsing hoef je niet zelf te verantwoorden; neem aan dat dit gebeurt via regel S18,n (Neem voor mijn gemak n=2 voor de 'die-variabele' en voor de andere n=1). Semantisch kun je dus een beroep doen op de T18,n-regel, ook zonder dat een aanpassing nodig is.
- Maak voor jezelf duidelijk en meld ook waarom je *Jan* niet in situ mag genereren, maar moet in-kwantificeren.

- Tip: je moet één keer gebruik maken van Theorema 1 en één keer van NC2. Lees aandachtig Gamut blz. 319.

  Tenslotte: schrijf duidelijk, geef aanwijzingen over de types die je gebruikt, denk aan de kuiltjes en dakjes en aan de informatie over de afleidingsstappen.

31. Maak een afleiding van *Jan vindt een vrouw die hij kust.*

32. Leid *Kees werkt aan zijn boek* af met *een boek* in situ en met T1 *aan* $\leadsto$ AAN. Maak een T1-regel zodat *zijn* direct als determiner wordt ingevoerd en wel zodanig dat de representatie weergeeft 'het boek van hem'. Gebruik daarbij de iota-operator (tip: denk aan de oplossing van oefening 3 en 4 van Hoofdstuk 3). Beschouw *aan* als van type (IV//IV)/T, d.w.z. als iets dat een T pakt om een modifier te vormen! Maak dus een VP-vormende regel om de interpretatie van *aan zijn boek* toe te passen op de interpretatie van *werken*. Tip: hou voor de laatste regel van de afleiding MP 8 op pagina 69 in de gaten. *Aan* voldoet er weliswaar niet aan, maar moet toch worden herkend! Denk om de (vele) haakjes die nodig zijn.

33. Maak een afleiding van: *Kees werkt aan een boek* met en zonder in-kwantificatie van *een boek*. Maak ook een afleiding van *Kees werkt op een fabriek* met in-kwantificatie van *een fabriek*.

34. Leid *Kees werkt op de Trans* af met *op* $\leadsto$ OP + MP8.

35. Leid de zin *Niet alle computers staan bij Stafhorst* af met behulp van door jezelf te ontwerpen g(*niet alle*). Tref ook voorzieningen voor het meervoud.

3.10 Meewerkend voorwerp

Op dit punt gekomen is het raadzaam om enige aandacht te besteden aan zinnen met een meewerkend voorwerp. Immers, deze kunnen in twee vormen voorkomen:

(3.2) a. Jan gaf Marie een boek
b. Jan gaf een boek aan Marie

Hoofdstuk 1 gaf zin (1.4) als voorbeeld van een drieplaatspredikatie en constateerde dat de eerste orde predikatenlogica voor (3.2a) wel een redelijk uitziende logische vorm had, maar voor (3.2b) niet. Er ontstaat namelijk iets als (3.3:

(3.3) a. $\exists \mathrm{x}[\mathrm{B}(\mathrm{x} \wedge \mathrm{G}(\mathrm{j}, \mathrm{m}, \mathrm{x})$
b. $\exists \mathrm{x}[\mathrm{B}(\mathrm{x} \wedge \mathrm{G}_{aan}(\mathrm{j}, \mathrm{m}, \mathrm{x})$

Het probleem is dat er geen enkel logisch verband is tussen de twee representaties. G_{aan} (geven aan) heeft met G (geven) net zo veel te maken als O (ontvangen) met G.
In de EL-versie van de Montaguegrammatica keert dit probleem terug. De syntaktische analyse leidt tot structuren als die in (3.4).

(3.4) a. [Jan][[geven][een boek][Marie]]
b. [Jan][[geven][een boek][aan Marie]]

Zo'n analyse is al een verbetering ten opzichte van die in (3.3) want in elk geval wordt *geven* zichtbaar als werkwoord in beide zinnen. Men kan *geven* karakteriseren als een werkwoord dat een NP neemt om een transitieve werkwoord te vormen. Met andere woorden: TV/NP. Dit schept wel een probleem omdat TV staat voor IV/NP. En dit betekent dat *aan Marie* gezien moet gaan worden als een NP. Daarmee schiet men echt niet veel op.

Het kan ook anders. Men kan *geven* zien als van het type IV/NP, zodat *aan Marie* kan worden geanalyseerd als IV///IV. Dat wil zeggen, *een boek geven* is een IV die wordt genomen door het indirect object *aan Marie* om een IV te vormen. Maar daarmee ontstaat een nieuw probleem: wat te doen met (3.4a)? Pas als *Marie* in (3.4a) gemarkeerd zou worden als een verkapte PP kunnen (3.4a) en (3.4b) over dezelfde kam geschoren worden.

Deze korte beschouwing heeft niet tot doel een resultaat te presenteren. Veel meer is zij bedoeld om het type overwegingen te geven die een rol spelen in de analyse van een complex verschijnsel. Duidelijk wordt dat het altijd uit de lengte of uit de breedte moet.

3.11 Betekenispostulaten

Betekenispostulaten vervullen in de logica de rol van woordenboekdefinities in de lexicografische praktijk. In een woordenboek vind je bij *vrijgezel* bijv. 'ongetrouwd iemand': het woord *vrijgezel* wordt uitgelegd in termen van woorden als *ongetrouwd* en *mens*. De logische pendant is een betekenispostulaat waarin de relatie tussen de predikaten VRIJGEZEL, ONGETROUWD en MENS wordt vastgelegd. Dus iets als: (i) $\forall x[\textsc{vrijgezel}(x) \rightarrow \neg\textsc{getrouwd}(x)]$ en (ii) $\forall x[\textsc{vrijgezel}(x) \rightarrow \textsc{mens}(x)]$. Postuleren houdt inderdaad in: vastleggen of stipuleren. Stel dat je het woord *vrijgezel* ook wil gebruiken voor vogels, dan moet het postulaat worden aangepast, hetzij voor dat ene domein van interpretatie waarin de betekenisverandering optreedt hetzij voor alle domeinen. In dat laatste geval wordt de noodzakelijkheidsoperator $\Box$ toegevoegd: $\forall x\Box[\textsc{vrijgezel}(x) \rightarrow \neg\textsc{getrouwd}(x)]$, waar $\Box$ een operator is op modellen (noodzakelijk waar i.e. in elk model). In het andere geval moet uiteraard worden bijgehouden voor welk model de betekenis wel geldt en voor welk dat niet het geval is. Merk op dat op die wijze fictieve werelden kunnen worden onderscheiden van niet-fictieve: rotsen kunnen praten of zich openen, stripfiguren kunnen meer dan mensen, etc.

Uitspraken als (i) worden onderscheiden van beweringen waarbij de waarheid niet afhankelijk is van de inhoud van de individuele constanten en van de predikaatsconstanten, zoals in *Fido is zwart of Fido is niet zwart*. Ongeacht de interpretatie van *zwart* en *Fido* is deze zin altijd waar. Hij heeft de vorm: $P(a) \vee \neg P(a)$, die een logische wet uitdrukt. Het is Rudolf Carnap geweest die dit onderscheid tussen logische (analytische) waarheden enerzijds en door postulaten gereguleerde waarheden anderzijds heeft verduidelijkt, in Carnap (1947).

Betekenispostulaten vormen een belangrijk onderdeel van de MG. Ten eerste omdat de MG de lexicale relaties tussen woorden wil verantwoorden. Ten tweede omdat ze het mogelijk maken om in de afleidingen de T1-regel eenvoudig te houden.

Dus *kussen* $\rightsquigarrow$ KUSSEN is mogelijk omdat er een betekenispostulaat is dat de complexe structuur van transitieve structuur aanreikt. Op die wijze gebruikt MG de structurele overeenkomst tussen klassen van woorden om de vertaling zo eenvoudig mogelijk te houden. De nummering van PTQ wordt zoveel mogelijk aangehouden. Uiteraard zijn de postulaten extensioneel geformuleerd. In Hoofdstuk 5 zal hun formulering intensioneel aangepast worden.
MPs 1, 2 en 3 kunnen pas besproken worden bij de intensionele versie van de MG.

MP4 $\forall x \forall \mathcal{P} \Box[\delta(x, \mathcal{P}) \Leftrightarrow \mathcal{P}(\lambda y.\delta_*(x,y))]$, waar $\delta =$ *beminnen, kussen, vinden*, etc.

Ook de MPs 5 – 7 kunnen pas worden behandeld in intensionele beweringen. Voor het verschil tussen *op* en *aan* in de behandelde betekenis wordt MP 8 aangeroepen.

MP8 $\forall \mathcal{P} \forall Y \forall x \Box[\delta(\mathcal{P})(Y)(x) \Leftrightarrow \mathcal{P}(\lambda y[\delta_*(y)(Y)(x)])]$, waar $\delta =$ *op, in, te*, etc.

Postulaat MP10 heeft een duidelijk ander karakter dan de voorgaande. Het verantwoordt relaties tussen enkelvoudige lexikale items en complexe items.

MP10 $\forall x \forall \mathcal{P} \Box[\text{ZOEKEN}(x, \mathcal{P}) \Leftrightarrow \text{PROBEREN}(x, \text{VINDEN}(\mathcal{P}))]$,

---

Oefeningen

36. Maak een afleiding van *Jan zoekt Marie* die eindigt met een regel waarin—parafraserenderwijs—staat dat Jan Marie probeert te vinden.

In een ander verband hebben deze relaties aan het eind van de jaren zestig een soort linguïstische oorlog veroorzaakt binnen het Chomskyaanse paradigma:

$\forall x \forall \mathcal{P} \Box[\text{DODEN}_*(x, \mathcal{P}) \Leftrightarrow \mathcal{P}(\lambda y.\text{VEROORZAKEN}_*((x), \text{WORDEN}_*(\neg\text{LEVEND}_*(y))))]$

Sommigen wilden *doden* niet meer als item in een boom opnemen, maar in plaats daarvan het rechter deel van de formule. Dit veroorzaakte echter een probleem dat een einde maakte aan deze decompositie: men kan in elke propositie tijdsbepalingen tussen plaatsen. M.a.w. de tijd gekoppeld aan *veroorzaken* kan verschillen met die van *worden*. Echter: 'Jan veroorzaakte dat Marie op woensdag niet-levend werd' betekent niet hetzelfde als *Jan doodde Marie op woensdag*. Montague gaf MP10 als pesterijtje (zie ook zijn opmerking in het begin van PTQ).

Tenslotte: Gamut II: 199 geeft nog een MP dat als zodanig niet voorkomt bij Montague, maar dat wel onmiddellijk volgt.

MP$_{\mathbf{Adj}}$ $\forall X \forall x \Box[(\gamma(X))(x) \rightarrow X(x)]$, waar γ is PAARS, GROOT, VIERKANT

Dit postulaat scheidt adjectieven als *rood*, *groot*, *vierkant*, etc. te onderscheiden van adjectieven als *denkbeeldig*, *toekomstig*, *verondersteld.* Een soorgelijk postulaat is nodig voor bijwoordelijke bepalingen als: *hard*, *langzaam*, *100 km per uur*, etc.

$\mathbf{MP_{Adv}}$ $\forall \mathrm{X} \forall \mathrm{x} \Box[(\gamma(\mathrm{X}))(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{X}(\mathrm{x})]$, waar γ is HARD, LANGZAAM, 100 KM P/U

De genoemde adverbia kunnen zo worden onderscheiden van *vaak*, *vermoedelijk*. Overigens doen zich in de categorie die wordt gedekt door MP_{Adv} toch ook weer complicaties voor. Zo is er een inferentierelatie tussen *lopen* en *voortbewegen*: iemand die loopt, beweegt zich voort. Iemand die 10 km per uur loopt, beweegt zich 10km per uur voort. Maar iemand die hard loopt, beweegt zich niet noodzakelijkerwijs hard voort. Dat hangt af van een impliciet gehanteerde snelheidsnorm.

Hoofdstuk 4

Intensionele typenlogica

4.1 Inleiding

De standaard propositionele en predikatenlogica, zoals ondergebracht in EL, is extensioneel. Hoofdstuk 2 heeft laten zien wat dit inhoudt. Het semantische correlaat van een uitdrukking α is een 1 of een 0 als α een propositie is, een verzameling als α een eenplaatspredikaat, een n-aire relatie als α een n-plaatspredikaat is voor $n \geq 2$, en een individu als α van type e is. Een consequentie van die aanpak is dat gegeven $\alpha = \beta$ een propositie ψ zijn waarheidswaarde behoudt als α in ψ voorkomend wordt vervangen door β. Dit zogeheten principe van Leibniz gaat niet in alle omstandigheden op. Het gaat wel op in *Zij verdedigde haar proefschrift* met *haar proefschrift* als α en *haar dissertatie* als β, want men kan met behoud van waarheidswaarde zeggen *Zij verdedigde haar dissertatie*. Maar er zijn ook contexten waarin deze substitutie niet kan: *Dissertatie rijmt op speculatie* is waar, maar voor *proefschrift rijmt op speculatie* geldt dat niet. Intensionele logica begint waar problemen ontstaan met het principe van Leibniz.
De noodzaak van een intensionele logica werd door Montague bepleit vanwege o.a. het volgende logische probleem, opgeworpen door Barbara Partee.

(4.1)	The temperature is ninety	$\exists y(\forall x(\textsc{temperature}(x) \leftrightarrow x = y) \wedge y = 90)$
	The temperature rises	$\exists y(\forall x(\textsc{temperature}(x) \leftrightarrow x = y) \wedge \textsc{rise}(y))$
	Ninety rises	$\textsc{rise}(90)$

De conclusie volgt niet uit de premissen. Het probleem is dat een werkwoord als *rise* een verandering uitdrukt, of beter, in de tweede premisse als subject een veranderlijke grootheid verlangt, met name een functie. Het getal 90 (Fahrenheit) is echter geen functie, maar een functiewaarde. De NP *the temperature* verwijst dus de ene keer naar een bepaalde functiewaarde, de andere keer naar de functie zelf. Ook hier is substitutie van $\alpha =$ *de temperatuur* door $\beta =$ *de temperatuur* niet goed mogelijk. Er speelt een verborgen typeverschil mee.
Een soortgelijke probleem ontstaat in:

(4.2) De burgemeester van Breukelen is een D66-er
De burgemeester van Breukelen is de echtgenoot van Helga
―――
De echtgenoot van Helga is een D66-er

De conclusie volgt hier ook niet uit de premissen. Er is iets mis met de substitutie van β voor α in $\alpha = \beta$. Regel d van de El-definitie 4 werkt dus niet meer zoals het moet. Intuïtief is wel duidelijk wat er aan de hand is: niet elke burgemeester van Breukelen en niet elke echtgenoot van Helga is een D66-er. In de natuurlijke taal komt dit soort dubbelgebruik van NPs veel voor.

(4.3) *a.* De trainer wisselt; of moet je zeggen: hij heeft een onzeker bestaan?
b. Nu is de premier van de PvdA maar hij is het niet altijd.
c Wie nam het besluit over de kruisraketten.
Antwoord: (i) de premier; (ii) Lubbers.
d Wie geeft de leiding aan het kabinet? De premier toch!
e. De koningin houdt de troonrede.
f. My home was first in Maryland, now it's in LA.
g. Mijn huis stond vroeger veertig meter hier vandaan.
h. Nu heerst de wereldkampioen nog, maar binnenkort wint de computer.
i. We praten straks met de nationale ombudsman, die tien jaar bestaat (NOS-journaal 29/1/92).

De meeste gevallen in (4.3) zijn afkomstig uit Janssen (1984). § 4.5 komt er uitvoeriger op terug: Janssen's analyses worden daar besproken.
In zinnen als (4.4) voldoet EL ook niet.

(4.4) *a.* Geen non *gelooft* dat een priester uit Roermond paus wordt
b. *Misschien* heeft iedereen steeds iets achtergehouden
c De speler die nu wint *moet* straks weer verliezen
d. *Het is niet mogelijk* dat de Bing Bang niet is geweest
e. 8 is *toch* de wortel uit 64?
f. De sleutel *moet* wel op het tafeltje liggen
g. Ik *heb nooit* van boerenkool gehouden
h. De firma *zoekt* een geschikte kandidaat voor deze functie

Zin (4.4a) moet kunnen uitdrukken dat geen enkele priester uit Roermond ooit paus zal worden (volgens de nonnen); (4.4b) bespreekt een mogelijke stand van zaken die niet waar hoeft te zijn, (4.4c) rapporteert over een noodzakelijkheid. Om te bepalen of dit soort zinnen (hier en nu) waar zijn volstaat het niet om naar de denotatie van de termen te kijken in de wereld om ons heen (of, formeler, naar de denotatie in een vast model). Het gebruik van het perfectum in (4.4g) geeft aan dat ik niet alleen nu niet van boerenkool houd, maar er op geen enkel moment in het verleden van gehouden heb. Ook in de andere zinnen is een indicatie aanwezig waardoor taalgebruikers weten dat voor de evaluatie van de zin meer nodig zal zijn dan informatie over de denotatie van de termen hier en nu. Van zulke indicaties zegt men dat ze intensionele contexten creëren.
Bij de interpretatie van intensionele zinnen speelt dus de denotatie van de uitdrukkingen in andere dan de huidige context een rol. De denotatie van een uitdrukking kan natuurlijk van situatie tot situatie verschillen. Denk aan uitdrukkingen als *de premier van Nederland*, *mijn beste pak*, etc. Dit heeft overigens niet alleen gevolgen voor intensionele zinnen: het zorgt er ook voor dat 'gewone' extensionele zinnen niet altijd dezelfde waarheidswaarde hebben.

Montague behandelde intensionaliteit technisch door de bestaande typen afhankelijk te maken van een index. Dus als e, t en $\langle e, t\rangle$ typen zijn, dan ook $\langle s, e\rangle, \langle s, t\rangle$ en $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$, etc. De afhankelijkheid wordt uitgedrukt door het functieformaat: $\langle s, e\rangle$ is een functie van semantische objecten van het type s (het type van indices) naar semantische objecten van het type e, $\langle s, t\rangle$ is het type van de functie die objecten van het type s afbeeldt op waarheidswaarden, en $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$ is een functie van indices verzamelingen individuen, etc. De uitbreiding met semantische objecten van het type $\langle s, \ldots\rangle$ betekent een aanpassing van EL (strikt genomen, alle formele talen op basis van EL).

4.2 Typenconstructie

4.2.1 De verzameling van typen T

Montague's intensionele typenlogica IL, een uitbreiding en aanpassing van EL, wordt algemeen als nogal idiosyncratisch ervaren. Het probleem schuilt in verschillende keuzes die hij gemaakt heeft. Hij koos voor een "worst case" strategie: intensionele contexten worden niet apart behandeld als uitzonderingen, maar elke uitdrukking wordt intensioneel behandeld en, indien nodig, ontdaan van intensionaliteit. Het probleem in (4.1) loste hij op door alle substantieven de eigenschap te geven die *the temperature* nodig heeft om met *rise* op te treden. Bovendien had hij ook een "nette" uitbreiding van EL kunnen maken zoals het systeem Ty2 van Gallin (1975). Deze stelde voor om s niet per regel in te voeren, zoals Montague deed, maar als een zelfstandig type:

a. $e, s, t \in \mathbf{T}$
b. als a,b $\in \mathbf{T}$, dan $\langle$a,b$\rangle \in \mathbf{T}$

Er wordt een derde basistype toegevoegd aan EL: s (voor werelden, of algemener: indexen). Montague introduceert s syncategorematisch:

Definitie 1:

$\mathbf{T}$, de verzameling van typen, is de kleinste verzameling zodanig dat:

a. $e, t \in \mathbf{T}$
b. als a,b $\in \mathbf{T}$, dan $\langle$a,b$\rangle \in \mathbf{T}$
c. als a $\in \mathbf{T}$, dan $\langle s$,a$\rangle \in \mathbf{T}$

Toepassing van regel c maakt elk door a en b gegenereerd type index-afhankelijk.

4.2.2 Domeinen van interpretatie

Een domein van interpretatie van uitdrukkingen van type a, gegeven een domein D, wordt (hier) geschreven als $\mathbf{D}_{\mathrm{a}}$ en is als volgt gedefinieerd:

Definitie 2:

a.	$\mathbf{D}_e = \mathrm{D}$	*b.*	$\mathbf{D}_t = \{1, 0\}$
c.	$\mathbf{D}_{\langle \mathrm{a},\mathrm{b}\rangle} = \mathbf{D}_{\mathrm{b}}^{\mathbf{D}_{\mathrm{a}}}$	*d.*	$\mathbf{D}_{\langle s,\mathrm{a}\rangle} = \mathbf{D}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{W}}$

Hieronder volgen enkele voorbeelden:

	Type	*Functie*
a.	$\langle s, e\rangle$	$\mathrm{W} \longrightarrow \mathbf{D}_e$
b.	$\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$	$(\mathrm{W} \longrightarrow \mathbf{D}_e) \longrightarrow \mathbf{D}_t$
c.	$\langle s, t\rangle$	$\mathrm{W} \longrightarrow \mathbf{D}_t$
d.	$\langle\langle s, t\rangle, t\rangle$	$(\mathrm{W} \longrightarrow \mathbf{D}_t) \longrightarrow \mathbf{D}_t$
e.	$\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$	$\mathrm{W} \longrightarrow (\mathbf{D}_e \longrightarrow \mathbf{D}_t)$
f.	$\langle s, \langle e, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$	$\mathrm{W} \longrightarrow (\mathbf{D}_e \longrightarrow (\mathbf{D}_e \longrightarrow \mathbf{D}_t))$
g.	$\langle s, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle$	$\mathrm{W} \longrightarrow ((\mathrm{W} \longrightarrow (\mathbf{D}_e \longrightarrow \mathbf{D}_t)) \longrightarrow \mathbf{D}_t)$

Het type in a staat bekend als individueel concept; dat in b staat voor de verzameling daarvan. Het type in c heet propositie; dat in d geeft de verzameling daarvan aan. Het type in e staat voor een eigenschap. Het type in f staat voor een zogeheten relatie-in-intensie. Het type in g is dat van de intensie van verzamelingen eigenschappen.

4.3 IL

4.3.1 Inleiding

In deze paragraaf behandelen staat IL centraal, de intensionele typenlogica, die aan Montague's PTQ ten grondslag ligt. In Gamut II wordt zij behandeld in Ch.5, maar de voorbereiding daarvan is te vinden in Ch 2 en 3. In velerlei opzichten in IL een uitbreiding van EL, maar Montague koos voor een wat idiosyncratische versie in Definitie 1. In de jaren '70 en daarna zijn ettelijke verbeteringen aangebracht, maar nog steeds is het wel nodig om de dakjes en kuiltjes uit e in Definitie 3 hieronder goed in de vingers te hebben.

4.3.2 Vocabulaire

Definitie 3:

a. voor elk type a, een (mogelijk lege) set $\textsc{con}_{\mathrm{a}}$ van constanten van type a
b. voor elk type a, een oneindige set $\textsc{var}_{\mathrm{a}}$ van variabelen van type a
c. de standaardlogische connectieven: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
d. de kwantoren $\exists, \exists!$ en $\forall$, en de operator λ
e. de operatoren $\Box, \Diamond, {}^{\vee}, {}^{\wedge}$
f. het identiteitssymbool $=$
g. de haakjes (en)

Dit is dus het Vocabulaire van § 2.3.2 in regel e uitgebreid met vier operatoren. De tabel hieronder is aangepast voor transitieve werkwoorden zoals *kussen* en *zoeken*, dit als gevolg van het feit dat ze een intensioneel argument hebben. De lijst met afspraken over de aanduiding van typen wordt nu:

Variabele	Voorbeelden	Type
u,v,x,y,z	j, m, ${}^\vee x$, ${}^\vee y$	e
x, y, z	${}^\wedge$j, ${}^\wedge$m	$\langle s, e\rangle$
X,Y,Z	VROUW, MAN, WANDELEN	$\langle e, t\rangle$
–	λX.X(m)	$\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$
X, Y, Z	${}^\wedge$VROUW, ${}^\wedge$WANDELEN	$\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$
–	$\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{j})$	$\langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle$
X,**Y**,**P**,**Q**	${}^\wedge\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{j})$	$\langle s, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle$
p, q	${}^\wedge$WANDELEN(m)	$\langle s, t\rangle$
–	KUSSEN, ZOEKEN	$\langle\langle s, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$

Niet elk van de gegeven types komt ook voor in de Gamut-versie van PTQ en in PTQ zelf. Voor PTQ zijn er ook aanpassingen nodig omdat een aantal e in de typen zullen worden veranderd in $\langle s, e\rangle$. Dus in PTQ is ${}^\wedge$WANDELEN van type $\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$ en niet van type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$.

De tabel hier dient uitsluitend voor de voorbeelden en de betekenispostulaten. En om wat vertrouwd te raken met IL. Belangrijk is vast te stellen dat VROUW en WANDELEN hun $\langle e, t\rangle$-karakter behouden. Ze "krijgen een dakje" als prefix en samen daarmee vormen ze iets van het type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$. Dit type komt als variabele veel voor in de afleidingen. Een uitdrukking verwijzend naar een extensionele NP zoals $\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{j})$ bevat een $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$-variabele. Een variabele voor de intensie van een NP wordt vet genoteerd; een voorbeeld ervan is ${}^\wedge\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{j})$. Deze komt veel voor in afleidingen en postulaten, met name als transitieve werkwoorden een geïntensionaliseerd object vragen. Transitieve werkwoorden leggen een relatie tussen een individu en een ${}^\wedge$NP. In de type-aanduiding geeft de binnenste s van het argument aan dat de verzameling $\langle e, t\rangle$ geïntensionaliseerd is tot een eigenschap van het type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$. De t rechts ervan geeft aan dat er sprake is van een verzameling eigenschappen, een extensioneel semantisch object. De buitenste s intensionaliseert vervolgens deze verzameling van eigenschappen tot een eigenschap van eigenschappen (${}^\wedge$NP). Met andere woorden, een transitief werkwoord legt een relatie tussen een individu en een eigenschap van (eerste orde) eigenschappen. Zie Gamut II, tabel 5.2 op pagina 126, maar let op: Gamut gebruikt iets andere typografische conventies.

Merk tenslotte op dat het voorbeeld gegeven achter p, q moet worden ontleed als ${}^\wedge$[WANDELEN(m)]. Het intensionele teken ${}^\wedge$ komt dan ook "van buiten", d.w.z. wordt via een regel ingevoerd. De scope ervan is de waarheidswaarde.

4.3.3 Syntaxis

De syntaxis van IL wordt vastgelegd door Definitie 4.

Definitie 4:

a. als $\alpha \in \text{CON}_a$, dan $\alpha \in \text{ME}_a$
als $\alpha \in \text{VAR}_a$, dan $\alpha \in \text{ME}_a$
b. als $\alpha \in \text{ME}_{\langle a,b\rangle}$ en $\beta \in \text{ME}_a$, dan $\alpha(\beta) \in \text{ME}_b$
c. als $\varphi, \psi \in \text{ME}_t$, dan $\neg\varphi, \varphi \wedge \psi, \varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \psi, \varphi \leftrightarrow \psi \in \text{ME}_t$
d. als $\alpha, \beta \in \text{ME}_a$, dan $(\alpha = \beta) \in \text{ME}_t$
e. als $\varphi \in \text{ME}_t$ en $v \in \text{VAR}_a$, dan $\exists v\varphi, \exists! v\varphi, \forall v\varphi \in \text{ME}_t$

f. als $\alpha \in \text{ME}_a$ en $v \in \text{VAR}_b$, dan $\lambda v\alpha \in \text{ME}_{\langle b,a\rangle}$
g. als $\varphi \in \text{ME}_t$, dan $\Box\varphi, \Diamond\varphi \in \text{ME}_t$
h. als $\alpha \in \text{ME}_a$, dan ${}^\wedge\alpha \in \text{ME}_{\langle s,a\rangle}$
i. als $\alpha \in \text{ME}_{\langle s,a\rangle}$, dan ${}^\vee\alpha \in \text{ME}_a$
j. Elke ME in EL wordt voortgebracht door (a) – (i) in een eindig aantal stappen.

De regels g, h en i maken EL intensioneel: IL is een uitbreiding ervan. Regel g introduceert de modale operatoren $\Box$ (noodzakelijk) en $\Diamond$ (mogelijk). Gamut II: 1–74 besteedt heel veel aandacht aan modaliteit. Het is daarom aan te bevelen om de daar gegeven introductie tot de modale logica goed tot je te nemen. Syntactisch gezien resulteert de toevoeging van de beide operatoren aan een propositie in een propositie. Beide operatoren zijn niet waarheidsfunctioneel, zoals $\neg$ dat wel is. Met andere woorden, uit de waarheid van φ kan die van $\Box\varphi$ en $\Diamond\varphi$ niet worden afgeleid. Regel h introduceert "dakje α" (of: cap alfa, up alfa), regel i "kuiltje α" (of: cup α, down α). Bijvoorbeeld: WANDELEN is type $\langle e,t\rangle$, dus ${}^\wedge$WANDELEN is van type $\langle s,\langle e,t\rangle\rangle$ zodat ${}^{\vee\wedge}$WANDELEN van type $\langle e,t\rangle$ is. Zo ook: λX.X(m) is van type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$, dus ${}^\wedge\lambda$X.X(m) is van type $\langle s,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$. Merk op dat dit type verschilt van het type van ${}^\wedge\lambda X.{}^\vee X$(m). Ga dit na. Merk ook de "sprong" op by m*. Regel i bewerkstelligt dat ${}^\vee x$ van type e is. Immers, x is van type $\langle s,e\rangle$ en ${}^\vee$ haalt de s weg. Binnen onze conventies betekent dit dat ${}^\vee x$ = x. Zo ook: ${}^\vee X$ = X.
Voor de goede orde: ${}^\vee$ZOEKEN kan dus niet, net zo min als ${}^\vee$WANDELEN. Het eerste kan niet omdat geen enkele uitdrukking met de typestructuur $\langle\langle s, \ldots$ toegankelijk is voor de ${}^\vee$-operatie; het tweede kan niet omdat WANDELEN al extensioneel is. Dus ${}^\vee$ toegepast op een α kan alleen bij $\langle s, \ldots$ plaatsvinden. Wel kan ${}^\wedge x$.

4.3.4 Semantiek

Definitie 5:

Een model **M** = ⟨D, W, R, I⟩ voor IL bestaat uit:

a. een domeinverzameling D
b. een niet-lege verzameling van mogelijke werelden W
c. een toegankelijkheidsrelatie R op W
b. een interpretatiefunctie I.

Basisuitdrukkingen:

- I een functie die aan elke constante $\alpha \in \textsc{con}_{\mathrm{a}}$ van IL een element I(α) toekent, zodanig dat geldt $\mathrm{I}(\alpha) \in \mathbf{D}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{W}}$;
- variabelen van IL (standaard) geïnterpreteerd door bedelingsfunctie g.

Zij α een uitdrukking, dan is $[\![\alpha]\!]_{M,w,g}$ de denotatie van α in w, gegeven **M** en g en gedefinieerd als :

Definitie 6:

a. als $\alpha \in \textsc{con}_{\mathrm{a}}$, dan $[\![\alpha]\!]_{M,w,g} = \mathrm{I}(\alpha)(\mathrm{w})$
als $\alpha \in \textsc{var}_{\mathrm{a}}$, dan $[\![\alpha]\!]_{M,w,g} = g(\alpha)$
b. als $\alpha \in \textsc{me}_{\langle \mathrm{a,b}\rangle}$ en $\beta \in \textsc{me}_{\mathrm{a}}$, dan $[\![\alpha(\beta)]\!]_{M,w,g} = [\![\alpha]\!]_{M,w,g}([\![\beta]\!]_{M,w,g})$
c. als $\varphi, \psi \in \textsc{me}_t$, dan:
$[\![\neg\varphi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,w,g} = 0$
$[\![\varphi \wedge \psi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,w,g} = 1$ en $[\![\psi]\!]_{M,w,g} = 1$
$[\![\varphi \vee \psi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,w,g} = 1$ of $[\![\psi]\!]_{M,w,g} = 1$
$[\![\varphi \rightarrow \psi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,w,g} = 0$ of $[\![\psi]\!]_{M,w,g} = 1$
$[\![\varphi \leftrightarrow \psi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda $[\![\varphi]\!]_{M,w,g} = [\![\psi]\!]_{M,w,g}$
d. als $\alpha, \beta \in \textsc{me}_{\mathrm{a}}$, dan $[\![\alpha = \beta]\!]_{M,w,g} = 1$ desda $[\![\alpha]\!]_{M,w,g} = [\![\beta]\!]_{M,w,g}$
e. als $\varphi \in \textsc{me}_t$ en $v \in \textsc{var}_{\mathrm{a}}$, dan
$[\![\exists v\varphi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda er is minstens een $d \in \mathbf{D}_{\mathrm{a}} : [\![\varphi]\!]_{M,w,g[v/d]} = 1$
$[\![\forall v\varphi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda voor alle $d \in \mathbf{D}_{\mathrm{a}} : [\![\varphi]\!]_{M,w,g[v/d]} = 1$
f. als $\alpha \in \textsc{me}_{\mathrm{a}}, v \in \textsc{var}_{\mathrm{b}}$, dan $[\![\lambda v\alpha]\!]_{M,w,g} =$ die functie $h \in \mathbf{D}_{\mathrm{a}}^{\mathbf{D}_{\mathrm{b}}}$,
zodat $\forall d \in \mathbf{D}_{\mathrm{b}} : h(d) = [\![\alpha]\!]_{M,w,g[v/d]}$
g. als $\varphi \in \textsc{me}_t$, dan
$[\![\Box\varphi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda voor alle $\mathrm{w}' \in \mathrm{W} : [\![\varphi]\!]_{M,w',g} = 1$
$[\![\Diamond\varphi]\!]_{M,w,g} = 1$ desda er is een $\mathrm{w}' \in \mathrm{W} : [\![\varphi]\!]_{M,w',g} = 1$
h. als $\alpha \in \textsc{me}_{\mathrm{a}}$, dan is $[\![{}^\wedge\alpha]\!]_{M,w,g}$ die functie $h \in \mathbf{D}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{W}}$,
zodat $\forall \mathrm{w}' \in \mathrm{W} : h(\mathrm{w}') = [\![\alpha]\!]_{M,w',g}$
i. als $\alpha \in \textsc{me}_{\langle s,\mathrm{a}\rangle}$, dan $[\![{}^\vee\alpha]\!]_{M,w,g} = [\![\alpha]\!]_{M,w,g}(\mathrm{w})$.

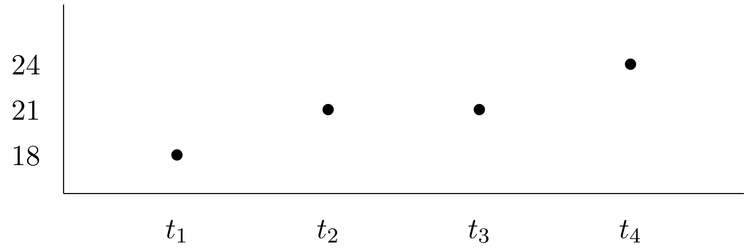
Het is belangrijk in te zien dat $[\![.]\!]$ in alle gevallen een extensie blijft opleveren. De intensie van een uitdrukking is niet direct zichtbaar in de regels zelf. De regels worden nu een voor een behandeld. Lees ook zeer zorgvuldig Gamut II: 122-133 mee. Wat hieronder volgt, is een toelichting op de tekst daar, met belichting van enkele punten die erg moeilijk blijken te zijn, met name de relatie tussen regel a en h.

Net als in EL komt men bij de interpretatie van uitdrukkingen onherroepelijk altijd terecht bij regel a. De extensie $[\![\alpha]\!]_{M,w,g} = \mathrm{I}(\alpha)(\mathrm{w})$. Met andere woorden, de interpretatie van α in wereld w wordt gelijk gesteld met de toepassing van de functie I(α) op w. Anders gezegd, I(α) is niet zoals in EL de extensie van α maar I(α) is een functie die opererend op een mogelijke wereld w de extensie van α in w, d.w.z. I(α)(w) oplevert. Dit houdt in dat de extensie van constanten van alle typen per wereld kan verschillen. In EL van Hoofdstuk 2 gold I(m) = a en I(W) = $\{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$. Neem nu voor IL aan dat I(m)(w)= a en dat I(W)(w) = $\{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$. Dan laat regel a

toe dat in w′ zou gelden: I(m)(w′)= d en dat I(W)(w′) = {b, c, d}. *Marie* zou dan een andere naam zijn voor d en degenen die wandelen in w′ zijn niet dezelfden als zij die wandelen in w.
De intensie van α zelf zit "verborgen" in de regel a van Def 6. Gamut II: 125 geeft de definitie van een intensie en die kan hier als volgt worden toegelicht. De definitie zegt: voor alle uitdrukkingen $\alpha \in \mathrm{ME_a}$ is $\mathrm{Int}_{M,g}(\alpha)$, d.w.z. de intensie van α in **M** gegeven een bedeling g, die functie $h \in (\mathrm{W} \rightarrow \mathbf{D}_{\mathrm{a}})$ zodanig dat voor alle werelden $\mathrm{w}' \in \mathrm{W}$: $h(\mathrm{w}') = [\![\alpha]\!]_{M,w',g}$. Maar volgens regel a in Def. 6 is I(α) precies die functie want toegepast op w′, levert zij: $[\![\alpha]\!]_{M,w',g}$. Dit houdt in dat $\mathrm{Int}_{M,g}$ het I(α)-deel is van I(α)(w) in regel a. De bedelingsfunctie g is niet afhankelijk van w. Daardoor hebben variabelen altijd een vaste waarde als die eenmaal is vastgelegd.
De regels b – f geven niet direct aanleiding tot commentaar. In het algemeen geldt t.o.v. EL extra dat de α in $[\![\alpha]\!]_{M,w,g}$ wordt geïnterpreteerd m.b.t. een wereld w die als uitgangspunt voor interpretatie wordt gekozen. Alternatieve standen van zaken worden niet in beschouwing genomen. Dit verandert vanaf regel g.
Regel g definieert de waarheidswaarde van $\Box\varphi$ als waar in w dan en slechts dan als φ waar is in alle mogelijke werelden w′ in W, terwijl $[\![\Diamond\varphi]\!]_{M,w,g} = 1$ uitsluitend waar is in w als er een mogelijke wereld w′ is, zodat $[\![\varphi]\!]_{M,w',g} = 1$. Hier gaat de relatie R een rol spelen. In Gamut is deze relatie bij de uitleg van IL wat terzijde geschoven, maar voor alle zekerheid volgen hier nog even de voornaamste gegevens van het modale systeem dat gehanteerd wordt, nl. S5. Er geldt:

- voor alle w: wRw: elke wereld ziet zichzelf (reflexief).
- voor alle w, w′ als wRw′, dan ook w′Rw(symmetrisch).
- voor alle w,w′,w″: als wRw′ en w′Rw″, dan ook wRw″ (transitief).

Het systeem S5 levert optimale toegankelijkheid op. Dit betekent bijvoorbeeld dat voor $\Diamond\varphi$ kan gelden: w = w′. Zie voor details: Gamut II: 18–28. Zodra er tijd wordt toegevoegd, moet aan de modelspecificatie een tijdsrelatie worden toegevoegd, bijv. $<$ of $\leq$.
Het algemene formaat van de intensionele uitbreiding is een functie van $\mathbf{I} \rightarrow \mathbf{D}_{\mathrm{a}}$, waarbij **I** verschillende soorten van complexiteit kan hebben. Er zijn verschillende invullingen van **I** in omloop: **I** kan worden opgevat als de verzameling W van mogelijke werelden, zoals in IL hierboven, maar bijv. ook als de verzameling T van tijdsmomenten, of een verzameling $\Im$ van intervallen, etc., of combinaties. De semantische aard van de NP *de temperatuur* krijgen we o.a. in beeld in de rubriek Weerberichten in de kranten. Zij geven dagelijks de temperatuur aan in de voornaamste steden in Europa (in graden Celsius), bijv. voor Parijs $\{\langle t_1, 18\rangle, \langle t_2, 21\rangle, \langle t_3, 21\rangle, \langle t_4, 24\rangle\}$, etc. over een reeks van vier dagen. De zin *De temperatuur stijgt* kan betrekking hebben op een situatie als in Figuur 4.1, d.w.z. op de reeks van extensies die aan de vier indices zijn toegekend, terwijl *De temperatuur is 24 graden* betrekking heeft op de functiewaarde berekend vanuit t_4.
Montague zelf maakte **I** complex door haar te zien als $\mathbf{I} = \mathrm{I}{\times}\mathrm{J}$, waarbij I de verzameling mogelijke werelden is en J de verzameling tijdstippen. In Montague's versie van IL lees je dus niet: $[\![\alpha]\!]_{M,w,g} = \mathrm{I}(\alpha)(\mathrm{w})$, maar $[\![\alpha]\!]_{M,i,j,g} = \mathrm{I}(\alpha)(\langle i, j\rangle)$. Dat wil



Figuur 4.1: *Stijgende temperatuur*

zeggen, de interpretatie van α vindt plaats met betrekking tot het model, tot een wereld-tijdpaar en tot de bedeling g. In onze notatie zou dan bijv. gelden $\mathbf{I} = \mathrm{W} \times \mathrm{T}$. In de Gamutversie van IL hierboven wordt gekozen voor uitsluitend een mogelijke wereldensemantiek. De tijdsparameter wordt dus onderdrukt (vgl. Gamut II: 40–44 voor de nauwe correspondentie tussen mogelijke werelden en tijden).

Er zit een uiterst lastig element in Definitie 6, dat zorgvuldige uitleg vereist. Regel a levert een per wereld wisselende extensie van een uitdrukking α af. Regel h in Def. 4 zegt syntactisch dat $^\wedge\alpha$ van type $\langle s, a\rangle$ is en de semantische regel h in Def 6 interpreteert voor elke type a, $^\wedge\alpha$ dus als een functie van mogelijke werelden naar $\mathbf{D}_{\mathrm{a}}$. Maar daarbij geldt dat elke wereld diezelfde functie oplevert. Voor een goed begrip hiervan is een concreet model handig. Daarmee kan de werking van $^\wedge$ worden verduidelijkt, maar ook die van I(α) in regel a en van $^\vee$ in regel i. Regel i dwingt de toepassing van een $^\wedge$-functie op een wereld w af.

4.4 Een concreet model

4.4.1 Inleiding

Het in te voeren model omvat het EL-model $\mathbf{M}$ in Hoofdstuk 2.3.5 met het eenvoudig domein $\mathbf{D}_e = \{\mathsf{a},\mathsf{b},\mathsf{c},\mathsf{d}\}$.Dit model wordt nu uitgebreid tot een model $\mathbf{M}'$ met een verzameling W van drie werelden: $W = \{w_1, w_2, w_3\}$.

4.4.2 Enkele nieuwe feiten

De feiten in het uitgebreide model zijn weergegeven in Tabel 4.1. Voor elk van de drie werelden liggen de feiten verschillend. Onder α staan afkortingen voor sommige van de Montagoviaanse predikaatsconstanten: W = WANDELEN$_*$, O = OPGEWEKT$_*$, G = GEZOND$_*$, R = RUMOERIGSTE$_*$, V = VROUW$_*$, M = MAN$_*$, Z = ZINGEN$_*$ en J = GRAPPENMAKEN$_*$.

De feiten uit Hoofdstuk 2.3.5 zijn te vinden in wereld w_3. Uit Tabel 4.1 blijkt dat er veel meer aan de hand is geweest: w_3 heeft een verleden. Dirk uit w_1 en w_2 is Dirkje geworden. Merk op hoe natuurlijk het klinkt om werelden als tijden op te vatten, maar strikt genomen mag dat natuurlijk niet: werelden kunnen denkbeeldig zijn. Om toch iets makkelijker over het model te praten, wordt aangenomen dat de drie werelden in de tijd geordend zijn op de indices. De drie werelden representeren drie “prikpunten” op een tijdslijn.

	α	$\mathrm{I}(\alpha)(w_1)$	$\mathrm{I}(\alpha)(w_2)$	$\mathrm{I}(\alpha)(w_3)$
Marie	m	a	a	a
Bert	b	b	b	b
Dirkje	d	$\bullet$	$\bullet$	d
Jan	j	c	c	c
Dirk	$\underline{\mathrm{d}}$	d	d	$\bullet$
wandelen	W	{a,b,c}	$\emptyset$	{a,b}
gezond (zijn)	G	{b,c,d}	{a,b,c}	{a,c,d}
opgewekt (zijn)	O	{a,c}	{a,c}	{a,c}
rumoerigste (zijn)	R	{d}	{a}	{a}
vrouw (zijn)	V	{a}	{a}	{a,d}
man (zijn)	M	{b,c,d}	{b,c,d}	{b,c}
zingen, zanger	Z	$\emptyset$	$\emptyset$	{a,b,c}
grappenmaken	J	{a,b,c,d}	{a,c,d}	{b,c,d}

Tabel 4.1: Enkele feiten

Talig gesproken, blijken de namen *Jan* en *Marie* net als *Bert* rigide te verwijzen: de I-functie wijst in alle gevallen dezelfde waarde aan in alle werelden. Voor *Dirk* en *Dirkje* geldt dat niet. Het ontbreken van een persoon in een wereld is aangegeven met een $\bullet$. Dit is een leeg object; in w_2 bijvoorbeeld is $\bullet$ de lege extensie van de naam *Dirk*. Opmerkelijk daarbij is dat bepaalde eigenschappen van Dirk ook aan Dirkje toekomen. Zo maakt het individu d in alle drie werelden grappen. Bij de overgang van Dirk naar Dirkje gaat deze eigenschap gewoon mee. Met andere woorden, de overgang van man naar vrouw heeft weinig invloed op de mogelijkheid tot grappenmaken. Empirisch is dit een sterk punt van de intensionele analyse.
Er zijn geen wandelaars in w_2; in w_1 en w_2 ontbreken zingenden. Dit is aangegeven door de lege verzameling. Tweeplaatspredikaten krijgen de interpretaties op de wijze van Tabel 4.2, waar B = BEWONDEREN$_*$, L = LEUKER_DAN$_*$, K = KUSSEN$_*$ en Zo = ZOEKEN$_*$. In het echtelijke vlak is er ook het een en ander veranderd: de verandering

α	$\mathrm{I}(\alpha)(w_1)$	$\mathrm{I}(\alpha)(w_2)$	$\mathrm{I}(\alpha)(w_3)$
B	$\{\langle$a,b$\rangle$,$\langle$b,a$\rangle\}$	$\{\langle$a,b$\rangle$,$\langle$b,c$\rangle$, $\langle$c,d$\rangle$, $\langle$d,a$\rangle\}$	$\{\langle$b,a$\rangle$,$\langle$c,b$\rangle$, $\langle$a,a$\rangle$, $\langle$c,a$\rangle\}$
L	$\{\langle$b,a$\rangle$,$\langle$c,b$\rangle$, $\langle$c,a$\rangle\}$	$\{\langle$b,a$\rangle$,$\langle$c,b$\rangle$, $\langle$a,a$\rangle$, $\langle$c,a$\rangle\}$	$\{\langle$c,a$\rangle$,$\langle$d,a$\rangle$, $\langle$b,a$\rangle$, $\langle$c,d$\rangle\}$
E	$\{\langle$a,b$\rangle\}$	$\{\langle$a,b$\rangle\}$	$\{\langle$a,c$\rangle$,$\langle$d,b$\rangle\}$
K	$\emptyset$	$\{\langle$b,a$\rangle$,$\langle$a,b$\rangle\}$	$\{\langle$a,c$\rangle$,$\langle$b,d$\rangle$, $\langle$c,a$\rangle$, $\langle$d,b$\rangle\}$
Zo	$\{\langle$c,a$\rangle$,$\langle$c,d$\rangle$, $\langle$b,a$\rangle\}$	$\{\langle$c,a$\rangle$,$\langle$c,b$\rangle$, $\langle$c,d$\rangle\}$	$\{\langle$b,a$\rangle$,$\langle$c,b$\rangle$, $\langle$a,a$\rangle$, $\langle$c,a$\rangle\}$

Tabel 4.2: De relaties

van Dirk naar Dirkje gaat gepaard met veranderingen in het predikaat E(chtgenote van).
Met deze kennis gewapend, kun je nu afleidingen maken waarbij je de instructies van Definitie 6 volgt. Bijvoorbeeld: $[\![\underline{\mathrm{d}}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g}$ is krachtens regel a $\mathrm{I}(\underline{\mathrm{d}})(w_1)$ en dit is volgens tabel 4.1 d. Dit wordt voortaan als volgt genoteerd: $[\![\underline{\mathrm{d}}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g} =_a \mathrm{I}(\underline{\mathrm{d}})(w_1)$

$= \mathsf{d}$. Analoog: $[\![\mathrm{Z}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g} =_a \mathrm{I(Z)}(w_1) = \emptyset$. Men kan nu ook zien waarom *Dirk zingt* onwaar is in w_2:

$$\begin{array}{ll}
[\![\mathrm{Z}(\underset{\sim}{\mathrm{d}})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![\mathrm{Z}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}([\![\underset{\sim}{\mathrm{d}}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
\mathrm{I(Z)}(w_2)(I(\underset{\sim}{\mathrm{d}})(w_2)) = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\
\mathsf{d} \in \emptyset &
\end{array}$$

Test: de zin *Dirk zingt* is onwaar in w_2, want d is niet een element van de lege verzameling. In w_3 is de zin *Dirk zingt* ook onwaar want $\bullet \notin \{\mathsf{a,b,c}\}$. Merk op dat de zin *Dirkje zingt* om een andere reden niet waar kan zijn in w_2, want hier is de uitkomst $\bullet \in \emptyset$. Deze uitspraak is net als de vorige onwelgevormd doordat de syntaxis een uitspraak van het type $\bullet \in \alpha$ verbiedt, of omdat de syntaxis haar wel toelaat, maar de semantiek altijd voor een 0 als waarheidswaarde zorgt. Het is dus zelfs de vraag of *Dirkje zingt* (waar of) onwaar kan zijn in w_2. Hier worddt iets zichtbaar van de discussie tussen Russell en Strawson over definitie descripties (vgl. Gamut I:158-ff.). In w_3 is de zin (contingent) onwaar omdat Dirkje niet in de verzameling zingenden zit. Op dit punt is het wel goed te constateren hoe krachtig de semantiek is geworden: ze kan dit soort voor iedereen herkenbare gegevens adequaat hanteren.

4.4.3 Kwantoren

Met de interpretatie van $[\![\exists\mathrm{x}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{W(x)}]]\!]_{\mathbf{M}',w1,g}$ als logische vorm van de zin *Een vrouw wandelt* onstaat de vraag hoe Montague's EL-afleidingen moeten worden aangepast. In hoofdstuk 3 zou er staan: $[\![\exists\mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{x})]]\!]_{\mathbf{M},g}$. Die formule past in EL. In IL wordt het een slag gecompliceerder:

$$\begin{array}{ll}
[\![\exists\mathrm{x}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{W(x)}]]\!]_{\mathbf{M}',w1,g} = 1 & \Leftrightarrow_e \\
\text{er is minstens een } d \in \mathbf{D}_e : & \\
[\![\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{W(x)}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]} = 1 & \Leftrightarrow_c \\
[\![\mathrm{V(x)}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 \text{ en } [\![\mathrm{W(x)}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![\mathrm{V}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 \text{ en} & \\
[\![\mathrm{W}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\
\mathrm{I(V)}(w_1)(g(\mathrm{x})) = 1 \text{ en } \mathrm{I(W)}(w_1)(g(\mathrm{x})) = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\
d \in \{\mathsf{a}\} \text{ en } d \in \{\mathsf{a,b,c}\} &
\end{array}$$

Test: in w_1 is er zo'n d te vinden die aan beide waarheidsvoorwaarden voldoet, nl. a. In w_2 is de zin onwaar omdat de afleiding daar eindigt in $d \in \{\mathsf{a}\}$ en $d \in \emptyset$.
De zin *Alle vrouwen wandelen* is waar in w_1, maar niet in w_3. Daar moet je voor alle d nagaan of $d \in \mathrm{I(V)}(w_3)$ en $d \in \mathrm{I(W)}(w_3)$ het geval is en dat gaat niet op voor b, die wel wandelt maar geen vrouw is, en voor d die wel vrouw is maar niet wandelt.

De interpretatie $[\![\lambda\mathrm{X}\exists\mathrm{x}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{X(x)}](\mathrm{W})]\!]_{\mathbf{M}',w1,g}$ verloopt met een oog op regel f in Definitie 6. Het is gemakkelijk te zien dat het deel $\lambda\mathrm{X}\exists\mathrm{x}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{X(x)}]$ de functie h is en dat W de d is, in dit geval van type $\langle e, t\rangle$. Met andere woorden, voor w_1 geldt: $h(d) = [\![\lambda\mathrm{X}\exists\mathrm{x}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{X(x)}](\mathrm{W})]\!]_{\mathbf{M}',w1,g} = [\![\exists\mathrm{x}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{X(x)}]]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{X}/\mathrm{I(W)}]} = 1$.

Merk hier op dat regel f zelf geen waarheidswaarde geeft, maar omdat α in $\lambda v\alpha$ in dit geval van type t is, is het uiteraard nodig om $[\![\alpha]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[v/d]}$ te interpreteren als een waarheidswaarde.

4.4.4 Modale operatoren

Stel dat (het modale) *kunnen* wordt vertaald als λXλu$\Diamond$X(u). Dan wordt *kunnen wandelen* in de zin van 'mogelijk wandelen': λu$\Diamond$W(u). Dus: *Marie kan wandelen* in $\mathbf{M}'$ gegeven w_2 zou—zonder afleiding—vertaald worden als: $\Diamond$W(m). Interpretatie:

$$
\begin{array}{ll}
[\![\Diamond \mathrm{W(m)}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} = 1 & \Leftrightarrow_g \\
\exists w' \in I : [\![\mathrm{W(m)}]\!]_{\mathbf{M}',w',g} = 1 & \Leftrightarrow_a \\
[\![\mathrm{W}]\!]_{\mathbf{M}',w',g}([\![\mathrm{m}]\!]_{\mathbf{M}',w',g}) = 1 & \Leftrightarrow_b \\
\mathrm{I(W)}(w')(\mathrm{I(m)}(w')) = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\
\mathrm{I(m)}(w') \in \mathrm{I(W)}(w') &
\end{array}
$$

Test: voor w_2 geldt $\mathsf{a} \in \emptyset$, dus 0. In w_1 een 1, want $\mathsf{a} \in \{\mathsf{a,b,c}\}$. Hiermee wordt voldaan aan de eis vastgelegd in $\exists w'$, dus er hoeft niet verder naar andere werelden te worden gekeken.
Bij $\Box$ moet je alle werelden in beschouwing nemen net zo lang tot je een tegenvoorbeeld tegenkomt als dat er is. Voor $[\![\Box \mathrm{W(m)}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$ levert w_2 dat tegenvoorbeeld al en dat is voldoende om de inspectie te staken.

4.4.5 Het dakje in regel h

De interpretatie $[\![{}^\wedge\mathrm{d}]\!]_{\mathbf{M}',w3,g}$ is een functie van het type $\langle s, e\rangle$. Met andere woorden, $[\![{}^\wedge\mathrm{d}]\!]_{\mathbf{M}',w3,g}$ is die functie $h : W \longrightarrow \mathrm{D}_e$ met voor alle $w' \in W : h(w') = [\![\mathrm{d}]\!]_{\mathbf{M}',w',g}$.
Hier volgt onmiddellijk een test:

$$
\begin{array}{l}
h(w_1) = [\![\mathrm{d}]\!]_{\mathbf{M}',w_1,g} = \mathrm{I(d)}(w_1) = \bullet \\
h(w_2) = [\![\mathrm{d}]\!]_{\mathbf{M}',w_2,g} = \mathrm{I(d)}(w_2) = \bullet \\
h(w_3) = [\![\mathrm{d}]\!]_{\mathbf{M}',w_3,g} = \mathrm{I(d)}(w_3) = \mathsf{d}
\end{array}
$$

De wereld w_3 is het "ankerpunt" van waaruit de functie wordt berekend. Men krijgt exact hetzelfde resultaat voor $[\![{}^\wedge\mathrm{d}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$ en dat geldt ook voor w_1. Uit het feit dat bij de tests voor alle w' geldt dat $h(w') = \mathrm{I(d)}(w')$, volgt onmiddellijk dat voor alle w' geldt: $h = \mathrm{I(d)}$. Dat de functiewaarden per wereld verschillen is uiteraard een andere zaak.

Neem nu K als Montague's KUSSEN$_*$. Met andere woorden, K is van het type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$. Beschouw: $[\![{}^\wedge\mathrm{K}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g}$ = de functie $h : W \longrightarrow \mathrm{D}_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$ met voor alle $w' \in W : h(w') = [\![\mathrm{K}]\!]_{\mathbf{M}',w',g}$. Uitgespeld:

$$
\begin{array}{l}
h(w_1) = [\![\mathrm{K}]\!]_{\mathbf{M}',w_1,g} = \mathrm{I(K)}(w_1) = \emptyset \\
h(w_2) = [\![\mathrm{K}]\!]_{\mathbf{M}',w_2,g} = \mathrm{I(K)}(w_2) = \{\langle \mathsf{b,a}\rangle, \langle \mathsf{a,b}\rangle\} \\
h(w_3) = [\![\mathrm{K}]\!]_{\mathbf{M}',w_3,g} = \mathrm{I(K)}(w_3) = \{\langle \mathsf{a,c}\rangle, \langle \mathsf{b,d}\rangle, \langle \mathsf{c,a}\rangle, \langle \mathsf{d,b}\rangle\}
\end{array}
$$

Hier is $h = \mathrm{I(K)}$ en h toegepast op een wereld w brengt je in de situatie van regel a, want $h(w) = \mathrm{I(K)}(w)$. De functie $^\wedge$K heet een relatie-in-intensie. Het is de intensionalisering van een tweeplaatsrelatie tussen individuen. Montague maakt er gebruik van bij een betekenispostulaat waarin hij *kussen*, *weten* en *vinden* onderscheidt van *zoeken*. Om dat te bereiken wordt bijvoorbeeld *Jan zoekt Marie* met aan het eind van de afleiding $[\![\textsc{zoeken}(^\wedge\lambda X.^\vee X(\mathrm{m})(\mathrm{j})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$ doorvertaald naar: $[\![\textsc{zoeken}(\mathrm{j},^\wedge \lambda X.^\vee X(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$. Dit zegt dat er in w_2 een zoekrelatie bestaat tussen Jan en een functie $h : W \longrightarrow \mathbf{D}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$ die wordt gedefinieerd als: voor alle $w' \in W : h(w') = [\![\lambda X.^\vee X(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w',g}$. Nu is $h(w')$ krachtens regel f die functie $k : \mathbf{D}_{\langle e,t\rangle} \longrightarrow \mathbf{D}_t$ waarvoor in w' geldt dat voor alle $d \in \mathbf{D}_{\langle e,t\rangle}$:

$$\begin{array}{ll}
k(d) = [\![^\vee X(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w',g[X/d]} = 1 & \Leftrightarrow_b \\
[\![^\vee X]\!]_{\mathbf{M}',w',g[X/d]}([\![\mathrm{m}]\!]_{\mathbf{M}',w',g[X/d]}) = 1 & \Leftrightarrow_i \\
[\![X]\!]_{\mathbf{M}',w',g[X/d]}(w')([\![\mathrm{m}]\!]_{\mathbf{M}',w',g[X/d]}) = 1 & \Leftrightarrow_h \\
[\![X]\!]_{\mathbf{M}',w',g[X/d]}([\![\mathrm{m}]\!]_{\mathbf{M}',w',g[X/d]}) = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\
\mathrm{I(m)}(w') \in d & \Leftrightarrow_{\mathrm{I}} \\
\mathsf{a}(w') \in d &
\end{array}$$

De overgang via $\Leftrightarrow_h$ is te begrijpen als men weet dat $X =^\wedge$ X. De functie k levert voor elke w' de verzameling van alle verzamelingen d af waarin a zit. In ons model: $h(w_1) = \{\mathsf{W,O,V,J}\}$; $h(w_2) = \{\mathsf{G,O,R,V,J}\}$; $h(w_3) = \{\mathsf{W,G,O,R,V,Z}\}$. Elk van deze verzamelingen is een extensioneel semantisch object van type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. De zoekrelatie bestaat zoals gezegd tussen Jan en de functie h, maar door de toepassing van deze functie worden voor elke wereld precies die collecties verzamelingen opgeleverd waarvan Marie een element is. Dit is een logisch gevolg van de opvatting van Montague dat Marie kan worden gekarakteriseerd door de verzamelingen waartoe ze behoort. De intensionele uitwerking van dat idee is dat de eigenschappen van Marie kunnen worden gezien als verkregen in de “looptijd” van al haar extensies. De drie hierboven uitgespelde collecties $h(w_1)$, $h(w_2)$ en $h(w_3)$ vertonen persistentie en afwisseling. Dat lijkt behoorlijk op het volle leven. Ook hier geldt overigens dat de drie collecties vanuit elk van de werelden worden verkregen.

4.4.6 Het kuiltje in regel i

De interpretatie $[\![\lambda \mathrm{X}\exists \mathrm{x}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{X(x)}](\mathrm{W})]\!]_{\mathbf{M}',w1,g}$ kan nu opnieuw ter hand worden genomen. Het gaat om regel f van Definitie 6. Het predikaat W en de variabele X zijn van type $\langle e,t\rangle$. Als zodanig is er geen bezwaar tegen de formule zelf, maar de Montaguegrammaticaversie van Hoofdstuk 5 werkt, gegeven het dakje in regel h, met de intensionele variant waarin $\lambda X\exists \mathrm{x}[\mathrm{V(x)}\wedge\, ^\vee X(\mathrm{x})]$ de functie h is. Het voordeel van die werkwijze is dat vanaf een bepaald prikpunt, zeg w_1, of w_2 of w_3 de “periscoop” kan worden uitgestoken om te zien hoe een bepaald predikaat er in alle werelden uitziet. Dat verzekert correctie informatie als dat predikaat in een van die werelden wordt toegepast. In de extensionele benadering van Hoofdstuk 2 bracht W ons (in wat later w_3 bleek te zijn) naar de verzameling W in die wereld. Intensioneel levert $^\wedge$W voor elke wereld waarop zij wordt toegepast de verzameling van wandelaars in die wereld. Dit is nu de route die Montague kiest. Vandaar dat W niet direct als argument kan voorkomen van $\lambda X \exists \mathrm{x}[\mathrm{V}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$, want X is van het verkeerde type. Vandaar dat het regelsysteem er voor moet zorgen dat de toepassing van deze λ-uitdrukking plaatsvindt op $^{\wedge}\mathrm{W}$. Dus er ontstaat: $\lambda X \exists \mathrm{x}[\mathrm{V}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})](^{\wedge}\mathrm{W} \Leftrightarrow \lambda X \exists \mathrm{x}[\mathrm{V}(\mathrm{x}) \wedge^{\vee\wedge} \mathrm{W}(\mathrm{x})]$. Het relevante deel van de formule is ook te noteren als $^{\vee}[^{\wedge}\mathrm{W}](\mathrm{x})$ terwijl $[^{\wedge}\mathrm{W}]$ van type $\langle s, \langle e, t, \rangle\rangle$ is. Regel i forceert in feite de toepassing van de functie $[^{\wedge}\mathrm{W}]$: zij wordt toegepast op een bepaalde wereld en levert daar de W van die wereld op. De technische kant van de toepassing van regel i komt uitvoerig in het volgende hoofdstuk aan de orde. Hier kan verder volstaan worden met de opmerking dat de regels h en i samenspelen: via h wordt als het ware eerst het hele repertoire geopend, waarna i ervoor zorgt dat een bepaalde wereld ter beschikking komt waarover gesproken wordt.

4.4.7 Enkele slotopmerkingen

Gamut bespreekt twee mogelijkheden voor de behandeling van het interpretatiedomein D. D kan per wereld wisselen: je moet D dan per wereld opnieuw inrichten. D kan ook voor alle werelden worden ingericht. Beide opties hebben voor- en nadelen. Bij een wisselende domeinspecificatie moet je de permanentie van benoemingen “dwars door werelden heen” (trans world identity lines) in de gaten houden. Lees hierover Gamut II, § 3.3, met name § 3.3.4, waarin het existentiepredikaat E wordt behandeld. In dit hoofdstuk leverde de overgang van *Dirk* naar *Dirkje* trans-wereldproblemen op.
Montague rekende in PTQ eigennamen als m en d tot het type $\langle s, e\rangle$. Dit betekent dat de extensie van een eigennaam kan verschillen per wereld, zoals met *Dirk* $\rightsquigarrow$ *Dirkje* en *Marijke* $\rightsquigarrow$ *Christine* alsmede de Portcullis/Whitherspoon-gevallen hieronder in § 4.5.2. Montague wordt gedwongen om vast te leggen dat de constanten in elke wereld rigide naar het zelfde object in D verwijzen. Eigennamen worden zo opgevat als starre verwijzers (“rigid designators”). In de Montaguegrammatica is dit vastgelegd door een betekenispostulaat. Zie ook: Gamut II, § 3.2.

4.5 Intensionele contexten

4.5.1 Inleiding

Intensionele contexten worden vaak gecreëerd door intensionele indicatoren, die aangeven dat het ons niet alleen om de situatie hier en nu te doen is. Gevolg is dat men er goed op moet letten welke uitdrukkingen in de intensionele context voorkomen en welke erbuiten. Als een term namelijk buiten een intensionele context voorkomt, gaat het ons (meestal) gewoon om de denotatie ervan in onze situatie. De term is dan rustig te vervangen door een uitdrukking met dezelfde denotatie: dat zal de betekenis, in het bijzonder de waarheidswaarde, van de zin niet veranderen. Dus als geldt dat *Freek is laat* en *Freek is de echtgenoot van Helga*, dan volgt *De echtgenoot van Helga is laat*. Maar in intensionele contexten zoals (4.2) gaat dat niet op: daar gaat het immers niet of niet steeds om de huidige denotatie van de termen. Kijk bijvoorbeeld naar de zin *Kok zal altijd een man zijn.* Als *Kok* wordt vervangen door een term met dezelfde denotatie gaat er iets mis: *De premier zal altijd een man*

zijn. Van deze laatste zin staat helemaal nog niet vast of hij waar is, maar de kans op een vrouwelijke premier is groter dan de kans op de transformatie van Kok tot vrouw, ook al heeft men de overgang van Dirk naar Dirkje op de achterhand om die mogelijkheid niet geheel uit te sluiten. Het voorbeeld laat zien dat substitutie in intensionele contexten niet zomaar toegelaten is. Het laat ook zien dat al heel snel de noodzakelijkheidsoperator wordt ingebed in contekstueel bepaald bereik ervan. In ons voorbeeldmodel waren $\Box$ en $\Diamond$ al beperkt tot slechts drie werelden, in het Kok-geval zal de werking van $\Box$ worden ingeperkt door clausules als 'naar menselijke berekening', 'voor zover ik kan nagaan'. Met andere woorden, $\Box$ dwingt geen absolute waarheid af, maar kan worden ingeperkt door overwegingen buiten het formele systeem.
Het domein van de intensionele context speelt ook een cruciale rol als een intensionele context optreedt samen met iets anders dat ook een vast bereik heeft, bijvoorbeeld een kwantor. De vraag doet zich dan voor of het bereik van de kwantor de intensionele context bevat of dat juist de kwantor binnen de intensionele context voorkomt. Denk aan een zin als *Iemand moet de afwas doen.* Het woord *moet* creëert hier een intensionele context. Als de kwantor buiten het bereik van de intensionele operator valt, zegt de zin dat er een vaste afwasser is aangewezen: er is iemand die altijd de afwas moet doen. Men spreekt dan van een 'de re' ($\exists$x$\Box\varphi$) lezing van de zin. Als men er daarentegen van uitgaat dat de kwantor binnen deze intensionele context voorkomt, dan is de zin een aansporing tot properheid: in iedere situatie moet een van ons de afwas doen. Dit is de zogeheten 'de dicto'-lezing ($\Box\exists$xφ), die in dit geval meer voor de hand ligt. Voor een uitgebreide discussie over het genoemde verschil in interpretatie, zij verwezen naar Gamut II, § 3.1.

4.5.2 De gevallen van Theo Janssen

Er is enige tijd strijd geweest over de vraag of een Montaguegrammatica moest worden ingericht met $\langle s, e\rangle$ dan wel met e voor alle individuen. Deze paragraaf besteedt aandacht aan enkele van de in (4.3) behandelde gevallen. Daarbij zij opgemerkt dat Janssen uitgaat van het PTQ-model, waarin *wandelen* niet van het type $\langle e, t\rangle$ is, maar van het type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$. M.a.w. een eenplaatspredikaat neemt een individueel concept om een waarheidswaarde op te leveren. Montague extensionaliseert het subject door een postulaat. Voordat de gevallen uit (4.3) worden besproken volgt er eerst een (deel van de) afleiding waarin deze gang van zaken wordt getoond. Op een bepaald moment ontstaat:

...
$\textsc{wandelen}_{\langle\langle s,e\rangle,t\rangle}(^\wedge\mathrm{m})$

met $^\wedge$m van het type $\langle s, e\rangle$. Dit wordt door het volgende postulaat (met $\delta =$ *wandelen* van het type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$) en $\delta_* =$ *wandelen* van het type $\langle e, t\rangle$):

$\forall x\Box[\delta(x) \Leftrightarrow \delta_*(^\vee x)]$

omgezet in:

$\textsc{wandelen}_*(^{\vee\wedge}\mathrm{m})$
$\textsc{wandelen}_*(\mathrm{m})$

Het predikaat $wandelen_*$ van het type $\langle e, t\rangle$ wordt nu toegepast op een argument van het individutype e. Op die manier komt alles extensioneel weer "op zijn pootjes terecht". In het laatste hoofdstuk zal deze afleiding in iets uitgebreidere vorm worden besproken en de schijnbare willekeur van conventies komt daar in een iets ander daglicht te staan. Hier moet je er alleen technisch naar kijken om de nu volgende gevallen te begrijpen. De crux is dat Montague werkte met individuele concepten van het type $\langle s, e\rangle$ als basiseenheden en dat hij de s moest zien kwijt te raken voor alle NPs uitgezonderd *de temperatuur*, *de premier*, *de trainer*, etc. Geen wonder dat geprobeerd werd die categorie anders te behandelen, maar Janssen (1984) wijst met nadruk op het veelvuldig voorkomen van intensionele contexten en uitdrukkingen, zodat je toch niet zonder uitdrukkingen van het type $\langle s, e\rangle$ kunt.

1. Het temperatuurprobleem Dit probleem is besproken in de inleiding van dit hoofdstuk:

(4.5)	The temperature is ninety	$\exists y(\forall x(\text{TEMPERATURE}(x) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}y = 90)$
	The temperature rises	$\exists y(\forall x(\text{TEMPERATURE}(x) \leftrightarrow x = y) \wedge \text{RISE}(y))$
	Ninety rises	$\not\Rightarrow \text{RISE}({}^{\wedge}90)$

Er valt nu iets meer over te zeggen: TEMPERATURE en RISE zijn van het type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$. *Temperatuur* denoteert een functie van referentiepunten naar getallen. Getallen zijn op te vatten als entiteiten van het type e, dus $\mathrm{I}{\times}\mathrm{J} \to \mathbf{D}_e$. Dit verklaart de ongeldigheid van de redenering: substitutie van y door ${}^{\vee}y$ of andersom is niet mogelijk.

Een mogelijk bezwaar tegen deze analyse: een functie van $\mathrm{I}{\times}\mathrm{J} \to \mathbf{D}_e$ betreft niet getallen. Temperatuur is eerder een functie van referentiepunten naar waarden op een schaal en de vraag is of die waarden, ook al zijn het getallen, wel tot het type e moeten worden gerekend. Toch is Montague's analyse een zeer elegante oplossing, die nog niet echt verbeterd is.

2. Het trainersprobleem Dit probleem komt betrekkelijk veel voor in het gewone taalgebruik. Het probleem van (4.3a) *De trainer wisselt; of moet je zeggen: hij heeft een onzeker bestaan?* was—afgezien van het slechte Nederlands—dat de NP *de trainer* niet refereert aan een individu. Het gaat over trainers in het algemeen. Janssen acht een intensionele oplossing noodzakelijk:

(4.6) De trainer wisselt $\rightsquigarrow \exists y(\forall x[\text{TRAINER}(x) \leftrightarrow x = y] \wedge \text{WISSELEN}(y))$

In (4.6) kan het niet over een individu gaan omdat x en y van het type $\langle s, e\rangle$ zijn. Dit houdt in dat *trainer* en *wisselen*, net als *wandelen* hierboven, van het type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$ moeten zijn. Maar dat betekent ook dat een zin als *Daar loopt de trainer* niet goed kan worden verantwoord: een individueel concept kan niet lopen. Men loopt op tegen een probleem dat in (4.5) nog kon worden vermeden, nl. de onwelgevormdheid van $\text{RISE}({}^{\vee}y)$.

Een soortgelijk geval waarin individueel concept en actualisering daarvan door elkaar kunnen gaan lopen, is *Deze vogel zie ik hier elk jaar, als ik hier ben.* De meest waarschijnlijke interpretatie van deze zin is om een of andere reden—vgl. *Deze man* *zie ik hier elk jaar als ik hier ben*—dat ik praat over een type vogel waarvan ik elk jaar andere exemplaren tegenkom. Merk op dat wij heel snel van type naar token over kunnen springen: *Deze vogel zie ik hier elk jaar, als ik hier ben. Kijk daar heb je hem op die boomtak daar. En daar is er ook één*. Vergelijk: *Deze computer wordt tegenwoordig zeer goed verkocht. Ik heb hem sinds gisteren hier staan.* Dit schept het anaforieprobleem: *hem* heeft betrekking op een token, terwijl zijn antecedent verwijst naar een type.

3. Het anaforieprobleem Dit probleem is ook aangesneden in Janssen (1984). Hij bespreekt zinnen als

(4.7) Nu is de premier een PVDA-er. Binnenkort is hij van de VVD.

In de oplossing van dit probleem is voor dit geval **W** als toekomst-operator nodig om de twee tokens uit elkaar te houden. Toch werkt de volgende analyse niet, waarin de variabelen u en v van type e zijn en waarin PREMIER van type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$ is, terwijl PREMIER_* van type $\langle e, t\rangle$ is.

$$\exists \mathrm{u}(\forall \mathrm{v}[\text{PREMIER}_*(\mathrm{v}) \leftrightarrow \mathrm{u} = \mathrm{v}] \wedge \text{PVDA}_*(\mathrm{u}) \wedge \mathbf{W}_{\text{binnenkort}}[\text{VVD}_*(\mathrm{u})])$$

Hier staat dat er een uniek door de context bepaalde token-premier is die lid is van de PVDA, zeg Kok, en de formule zegt nu dat Kok binnenkort een VVD-er zal worden. Dit is niet wat (4.7) beoogt te zeggen. Met andere woorden, men mag (4.7) niet extensioneel weergeven. De oplossing van Janssen (1984)—intensioneel bij het ontbreken van een goede extensionele—is:

$$\exists y(\forall x[\text{PREMIER}(x) \leftrightarrow {}^{\vee}x = {}^{\vee}y] \wedge \text{PVDA}_*({}^{\vee}y) \wedge \mathbf{W}_{\text{binnenkort}}[\text{VVD}_*({}^{\vee}y)])$$

Deze formule zegt dat er een uniek door de context bepaald individueel concept is dat nu zijn extensie ${}^{\vee}y$ vindt in de verzameling van leden van de PVDA, maar binnenkort in de verzameling van leden van de VVD.

3. Het kruisrakettenprobleem Zin (4.3c) luidde: *Wie nam het besluit over de kruisraketten? Antwoord: (i) de premier; (ii) Lubbers.* Het eerste antwoord is dubbelzinnig. Het kan worden opgevat als verwijzend naar Lubbers, maar ook naar diens functie. Een van de mogelijke interpretaties is:

$$\lambda \mathrm{X}_{\langle\langle s,e\rangle,t\rangle}\exists \mathrm{u}(\forall \mathrm{v}[\text{PREMIER}_*(\mathrm{v}) \leftrightarrow \mathrm{u} = \mathrm{v}] \wedge \mathrm{X}({}^{\wedge}\mathrm{u}))$$

Hier wordt *de premier* opgevat als van het type $\langle\langle\langle s, e\rangle, t\rangle, t\rangle$. Met andere woorden, het antwoord *De premier nam het besluit over de kruisraketten* wordt als volgt afgeleid, met NHBODK een eenplaatspredikaat:

...
$\lambda \mathrm{X}_{\langle\langle s,e\rangle,t\rangle}\exists \mathrm{u}(\forall \mathrm{v}[\text{PREMIER}_*(\mathrm{v}) \leftrightarrow \mathrm{u} = \mathrm{v}] \wedge \mathrm{X}({}^{\wedge}\mathrm{u}))(\text{NHBODK})$
$\Leftrightarrow \exists \mathrm{u}(\forall \mathrm{v}[\text{PREMIER}_*(\mathrm{v}) \leftrightarrow \mathrm{u} = \mathrm{v}] \wedge \text{NHBODK}({}^{\wedge}\mathrm{u}))$
$\exists \mathrm{u}(\forall \mathrm{v}[\text{PREMIER}_*(\mathrm{v}) \leftrightarrow \mathrm{u} = \mathrm{v}] \wedge \text{NHBODK}_*(\mathrm{u}))$

De andere (zuiver intensionele) interpretatie die pregnanter tot uitdrukking komt in het antwoord op de vraag *Wie geeft (in Nederland) leiding aan het kabinet?* wordt verantwoord door

$$\lambda X \exists y(\forall x[\textsc{premier}(y) \leftrightarrow x = y] \wedge X(y))$$

Dit representeert een individueel concept (een functie) die (net als de temperatuurfunctie) op elke index w de unieke individuele actualisering op die index oplevert. Dit geldt ook voor het voor Amerika geldende equivalent: *De president beslist noodzakelijkerwijs over oorlog en* [hij beslist noodzakelijkerwijs] *over vrede.*

$$\exists y(\forall x[\textsc{president}(x) \leftrightarrow x = y] \wedge \Box\textsc{Beslissen\_over\_oorlog}(x) \wedge \\ \Box\textsc{Beslissen\_over\_vrede}(x))$$

4. Het herautenprobleem In Herald's college hebben leden een herautennaam: *Garter*, *Portcullis*, *Rouge-Dragon.* Zijn dit eigennamen? Brown bezoekt tweemaal het college, maar Whitherspoon die Portcullis was, is overleden en opgevolgd door Murgatroyd. Dus:

a. Brown called on some herald last week, and called on the same herald this week
b. Whatever is a herald, is a man
c. Brown called on some man last week, and called on the same man this week

Zin c volgt niet uit a en b. De oplossing van Theo Janssen is: *Whatever is a herald, is a man* $\rightsquigarrow \forall y[\textsc{herald}_{\langle\langle s,e\rangle,t\rangle}(y_{\langle s,e\rangle}) \rightarrow \textsc{man}_{*\langle e,t\rangle}({}^{\vee}y)]$. Rouge-Dragon and Portcullis zijn namen voor individuele concepten en *herald* is een predikaat daarover, terwijl *man* van het type $\langle e,t\rangle$ is.

4.6 Slotopmerking

De intensionele typenlogica IL legt de grondslag voor de moderne semantiek. Het is duidelijk dat EL ernstig tekort schiet doordat de semantische notie van eigenschap wordt geïdentificeerd met de verzamelingsnotie. In de praktijk gebeurt dat niet echt, maar toch is EL veel te weinig flexibel. IL voegt die flexibiliteit toe door de notie van mogelijke wereld, waaraan overigens op verschillende manieren inhoud kan worden gegeven. Voor taalkundig gebruik is de notie van index zeer nuttig, omdat ze aan extensionele objecten (individuen, verzamelingen, waarheidswaarden) een "looptijd" verschaffen. Extensionele waarden worden op die manier afhankelijk gemaakt. Maar er zijn allerlei andersoortige afhankelijkheden die met behulp van de IL-machinerie in kaart kunnen worden gebracht, waarvan er enkele zijn hierboven zijn behandeld. Er zijn, zoals aangegeven, verschillende opties voor de opzet van IL. Het volgende hoofdstuk geeft die van Gamut, het laatste hoofdstuk die van PTQ.

Hoofdstuk 5

Montague–Gamut intensioneel

5.1 Inleiding

Dit hoofdstuk heeft zoveel mogelijk de opbouw van Hoofdstuk 4, met voorafgaand de aanpassingen in de f-functie die syntactische categorieën vertaalt in typen van T. Gamut neemt als syntactische basistypen S, CN, IV. Als afgeleide typen: A/B, $A//B$, etc. De in Hoofdstuk 2 al gegeven vertaalregel luidt:

$$f(\mathrm{S}) = t$$
$$f(\mathrm{IV}) = f(\mathrm{CN}) = \langle e, t\rangle$$
$$f(A/B) = f(A//B) = \langle\langle s, f(B)\rangle, f(A)\rangle, \text{ voor alle } A, B \in \textsc{cat}$$

De volgende tabel bevat enkele afspraken over de toegekende typen:

Variabele	Type	Voorbeelden
x,y,z	e	j, m, k, b
–	$\langle e, t\rangle$	VROUW, WANDELEN,...
–	$\langle\langle s, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$	KUSSEN
–	$\langle\langle s, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$	BETREUREN DAT
S	$\langle s, \langle e, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$	–
D	$\langle e, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$	–
$X, Y, Z, \ldots$	$\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$	$^\wedge$VROUW, $^\wedge$ WANDELEN, ...
X, **Y**, **P**, **Q**, ...	$\langle s, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle$	$^\wedge\lambda X.^\vee X(\mathrm{j})$
p, q	$\langle s, t\rangle$	$^\wedge\exists$x[VROUW(x) $\wedge$ WANDELEN(x)]

Enkele voorbeelden van de toepassing van de functie f zijn:

$$f(\mathrm{T}) = \langle\langle s, f(\mathrm{IV})\rangle, f(\mathrm{S})\rangle = \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle$$
$$f(\mathrm{TV}) = f(\mathrm{IV/(S/IV)}) = \langle\langle s, f(\mathrm{S/IV})\rangle, f(\mathrm{IV})\rangle = \langle\langle s, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$$
$$f(\mathrm{Det}) = f(\mathrm{T/CN}) = \langle\langle s, f(\mathrm{CN})\rangle, f(\mathrm{S/IV})\rangle = \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle$$

Afleidingen bevatten drie soorten variabelen: die voor entiteiten, die voor eigenschappen van individuen (een eigenschap is een index-afhankelijke verzameling van

individuen), en voor eigenschappen van eigenschappen van individuen. Er zijn geen variabelen voor $\langle e,t\rangle$ en $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. Wel zijn er constanten van die typen.
De onderliggende strategie in de afleidingen wordt zichtbaar bij λ-conversie van bijvoorbeeld $\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{j})$. Een $\langle e,t\rangle$-predikaat ζ wordt met behulp van een regel ingebed in een intensioneel predikaat ${}^{\wedge}\zeta$ van het type $\langle s,\langle e,t\rangle\rangle$ dat de X mag vervangen. Er ontstaat dan ${}^{\vee\wedge}\zeta$ hetgeen equivalent is met ζ. Merk ook op dat ${}^{\vee}X(\mathrm{j})$ van hetzelfde type is als X(j). Dus $[{}^{\vee}X]$ is van het type $\langle e,t\rangle$.

5.2 De basisregels

S1 $B_{\mathrm{A}} \subseteq P_{\mathrm{A}}$, voor elke A
T1 Als $\alpha \in \mathrm{Dom}(g)$, dan $\alpha \rightsquigarrow g(\alpha)$

Enkele voorbeelden:

$\alpha = Jan$	$g(\alpha) = \lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{j})$
$\alpha = Marie$	$g(\alpha) = \lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{m})$
$\alpha = hij_n$	$g(\alpha) = \lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_n)$
$\alpha = elke$	$g(\alpha) = \lambda Y\lambda X\forall\mathrm{x}({}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \rightarrow {}^{\vee}X(\mathrm{x}))$
$\alpha = de$	$g(\alpha) = \lambda Y\lambda X\exists\mathrm{x}(\forall\mathrm{y}({}^{\vee}Y(\mathrm{y}) \leftrightarrow \mathrm{x}=\mathrm{y}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x}))$
$\alpha = een$	$g(\alpha) = \lambda Y\lambda X\exists\mathrm{x}({}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x}))$
$\alpha = één$	$g(\alpha) = \lambda Y\lambda X\exists\mathrm{x}\forall\mathrm{y}(({}^{\vee}Y(\mathrm{y}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{y})) \leftrightarrow \mathrm{x}=\mathrm{y})$
$\alpha = zijn$	$g(\alpha) = \lambda\mathbf{P}\lambda\mathrm{x}{}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda\mathrm{y}(\mathrm{x}=\mathrm{y}))$
$\alpha = wandelen$	$g(\alpha) = $ WANDELEN
$\alpha = mooi$	$g(\alpha) = $ MOOI
$\alpha = bewonderen$	$g(\alpha) = $ BEWONDEREN
$\alpha = kussen$	$g(\alpha) = $ KUSSEN
$\alpha = zoeken$	$g(\alpha) = $ ZOEKEN
$\alpha = vrouw\ van$	$g(\alpha) = $ VROUW_VAN
$\alpha = proberen$	$g(\alpha) = $ PROBEREN
$\alpha = \ldots$	

Het verschil tussen de functiewaarden van g hier en die in Hoofdstuk 3 is niet erg groot: de enige verschillen betreffen afspraken over de variabelen. Merk op dat *de* zich ook laat vertalen als: $\lambda Y\lambda X\exists!\mathrm{x}[{}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{x}))$, of met de iota-operator als: $\lambda Y\lambda X.{}^{\vee}X(\iota\mathrm{x}.{}^{\vee}Y(\mathrm{x}))$

5.3 De vorming van de subject-predikaatverbinding

S2 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P_T}$, dan $F_1(\alpha,\delta) \in P_{\mathrm{S}}$ en $F_1(\alpha,\delta) = \alpha\delta''$ waar $\delta'' = \delta$ met de infinitiefvorm v/h hoofdwerkwoord vervangen door de 3e persoon enkelvoud van de tegenwoordige tijd.

T2 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_1(\alpha,\delta) \rightsquigarrow \alpha'({}^{\wedge}\delta')$.

5.4 Determinatoren en termen

Het syncategorematische schema luidt: Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_k(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_k(\zeta) = \alpha\zeta$. Dit verschilt niet van § 3.4. Uitgesplitst voor de afzonderlijke determinatoren:

S3 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_3(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_2(\zeta) = \textit{elke}\ \zeta$

T3 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_2(\zeta) \rightsquigarrow \lambda X \forall \mathrm{x}(\zeta'(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee}X(\mathrm{x}))$

S4 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_3(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_3(\zeta) = \textit{de}\ \zeta$

T4 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_3(\zeta) \rightsquigarrow \lambda X \exists \mathrm{x}(\forall y(\zeta'(\mathrm{y}) \leftrightarrow \mathrm{x} = y)\ \wedge\ {}^{\vee}X(\mathrm{x}))$

S5 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_4(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_4(\zeta) = \textit{een}\ \zeta$

T5 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_4(\zeta) \rightsquigarrow \lambda X \exists \mathrm{x}(\zeta'(\mathrm{x})\ \wedge\ {}^{\vee}X(\mathrm{x}))$

S6 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_5(\zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_5(\zeta) = \textit{één}\ \zeta$

T6 Als $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_5(\zeta) \rightsquigarrow \lambda X \exists \mathrm{x} \forall \mathrm{y}((\zeta'(\mathrm{y})\ \wedge\ {}^{\vee}X(\mathrm{y})) \leftrightarrow \mathrm{x} = \mathrm{y})$

Hier is ζ van type $\langle e, t\rangle$, net als ${}^{\vee}Y$. De categorematische pendant is:

S3–6 Als $\sigma \in \mathrm{P_T}/_{\mathrm{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_k(\sigma, \zeta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_k(\sigma, \zeta) = \sigma\zeta$.

T3–6 Als $\sigma \in \mathrm{P_T}/_{\mathrm{CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P_{CN}}$, en $\sigma \rightsquigarrow \sigma'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_k(\sigma, \zeta) \rightsquigarrow \sigma'({}^{\wedge}\zeta')$.

Ook hier hetzelfde regelschema als in § 3.4, met als enig verschil: ${}^{\wedge}\zeta$. In T1 staan de intensionele definities van de vier determinatoren. Je ziet in de formules daar dat de vervanging van Y door ${}^{\wedge}\zeta$ leidt tot ${}^{\vee\wedge}\zeta = \zeta$. In de hieronder volgende afleiding is $\zeta = \textsc{vrouw}$. Via T3 wordt ${}^{\wedge}\zeta$ aangemaakt.

Afleiding: *Elke vrouw wandelt*

vrouw $\rightsquigarrow$ VROUW	T1
elke $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \forall \mathrm{x}[{}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$	T1
F_2(*elke, vrouw*) $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \forall \mathrm{x}[{}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee}X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\textsc{vrouw})$	T3
$= \lambda X \forall \mathrm{x}[{}^{\vee\wedge}\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$	λ-conversie
$= \lambda X \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
wandelen $\rightsquigarrow$ WANDELEN	T1
F_1(*elke vrouw, wandelen*) $\rightsquigarrow \lambda X \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee}X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\textsc{wandelen})$	T2
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee\wedge}\textsc{wandelen}(\mathrm{x})]$	λ-conversie
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow \textsc{wandelen}(\mathrm{x})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim

Ook hier eindigt de derivatie in een eerste-orde predikaatlogische uitdrukking, maar het verschil met EL is dat nu de waarheidswaarde van de resulterende formule per wereld (index) kan verschillen. De laatste regel van de derivatie moet geïnterpreteerd worden als uitdrukkend dat in een wereld w elke x die de eigenschap vrouw heeft ook de eigenschap wandelen heeft.

5.5 Transitieve werkwoorden: de vorming van de VP

5.5.1 Inleiding

Net als in Hoofdstuk (3) wordt eerst de vorming van de VP door een werkwoord dat een NP als intern argument neemt, besproken.

S7 Als $\delta \in \mathrm{P_{TV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P_T}$, dan $F_6(\delta, \alpha) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_6(\delta, \alpha) = \delta\alpha''$, waar α'' de accusatiefvorm van α is als α een syntactische variabele is, anders $\alpha'' = \alpha$.

T7 Als $\delta \in \mathrm{P_{TV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P_T}$, en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$, dan $F_6(\delta, \alpha) \rightsquigarrow \delta'({}^\wedge\alpha')$

Ter opfrissing van het geheugen: de NP *elke* ζ met als representatie $\lambda X.\forall \mathrm{x}(\zeta'(\mathrm{x}) \rightarrow {}^\vee X(\mathrm{x}))$ is van het type $\langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, t\rangle$ want X is van het $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$. M.a.w. de NP staat voor een *verzameling* eigenschappen, d.w.z. een extensioneel object. De variabele $\mathbf{P}$ kan bij lambda-conversie niet vervangen worden door $\lambda X.\forall \mathrm{x}(\zeta'(\mathrm{x}) \rightarrow {}^\vee X(\mathrm{x}))$, want er ontbreekt een s. Wel door ${}^\wedge\lambda X.\forall \mathrm{x}(\zeta'(\mathrm{x}) \rightarrow^\vee X(\mathrm{x}))$, want $\mathbf{P}$ is een eigenschapsvariabele.

Afleiding: *Jan kust Marie*

Marie $\rightsquigarrow \lambda X.{}^\vee X(\mathrm{m})$	T1
kussen $\rightsquigarrow \lambda \mathbf{P}\lambda \mathrm{x}{}^\vee\mathbf{P}({}^\wedge\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{x}))$	T1′
F_6(*kussen, Marie*) $\rightsquigarrow \lambda \mathbf{P}\lambda \mathrm{x}[{}^\vee\mathbf{P}({}^\wedge\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{x}))]({}^\wedge\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{m}))$	T7
$= \lambda \mathrm{x}[{}^{\vee\wedge}\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{m})({}^\wedge\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{x}))]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}[\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{m})({}^\wedge\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{x}))]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda \mathrm{x}[{}^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{x})(\mathrm{m})]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}[\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{x})(\mathrm{m})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{m})(\mathrm{x})$	λ-conv
F_1(*Jan, kussen Marie*) $\rightsquigarrow \lambda X.{}^\vee X(\mathrm{j})({}^\wedge\lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{m})(\mathrm{x}))$	T2
$= {}^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{m})(\mathrm{x})(\mathrm{j})$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{m})(\mathrm{x})(\mathrm{j})$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{kussen}_*(\mathrm{m})(\mathrm{j})$	λ-con
$= \textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{m})$	NC1

Er is een nu al karakteristieke afwisseling van λ-conv. en ${}^{\vee\wedge}$-elim, met als slot de terugvertaling vanuit de typenlogica naar de relationele notatie, via NC1.

5.5.2 Lijdend voorwerpzinnen

Lijdend voorwerpzinnen worden op vrijwel dezelfde wijze behandeld als in § 3.5.2). Het enige verschil is het dakje voor de vertaling van de complementzin.

S15 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \in P_{\mathrm{IV}}$ en $F_{11}(\delta, \varphi) = \delta\varphi$

T15 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \rightsquigarrow \delta'({}^\wedge\varphi')$

Syntaxis: $[_{\mathrm{TV}}$ hopen dat $[_\varphi$ Marie wandelt$]]$

Afleiding:

...

F_1(*Marie, wandelen*) $\rightsquigarrow$ WANDELEN(m) T2

hopen dat $\rightsquigarrow$ HOPEN T1

F_{11}(*hopen dat, Marie wandelt*) $\rightsquigarrow$ HOPEN($^\wedge$[WANDELEN(m)]) T15

Vergelijk: *Jan betreurt dat Marie alle vrouwen kust*

...

BETREUREN($^\wedge\forall$x[VROUW(x) $\to$ KUSSEN(m,x)])

...

$= \lambda X.^\vee X$(j)($^\wedge$BETREUREN($^\wedge\forall$x[VROUW(x) $\to$ KUSSEN(m,x)])) T2

$=$ $^{\vee\wedge}$BETREUREN($^\wedge\forall$x[VROUW(x) $\to$ KUSSEN(m,x)])(j) λ-conv

$=$ BETREUREN($^\wedge\forall$x[VROUW(x) $\to$ KUSSEN(m,x)])(j) $^{\vee\wedge}$-elim

$=$ BETREUREN(j, $^\wedge\forall$x[VROUW(x) $\to$ KUSSEN(m,x)]) NC1

Er doet zich een probleem voor: er is formeel geen verschil tussen factieve *betreuren* en non-factieve *hopen*, *hopen.* In PTQ en Gamut wordt dit probleem genegeerd. Een mogelijke oplossing is voorgesteld in Delacruz 1976 op basis van de observatie dat *Jan betreurt het feit dat Marie wandelt* wel acceptabel is en **Jan hoopt het feit dat Marie wandelt* niet. Dit komt tot uitdrukking in de analyse:

$\exists q(\forall p[\text{FEIT}(p) \leftrightarrow p =^\wedge \text{ WANDELEN(m)} \leftrightarrow p = q] \wedge \text{BETREUREN}_*(\text{j},^\vee q))$

Er is (in w) een uniek feit $^\vee q =^\vee$ [$^\wedge$WANDELEN(m), d.w.z. $^\vee q =$ WANDELEN(m)en Jan betreurt dat (feit).

5.5.3 *Zijn* als transitief werkwoord

Ook hier loopt alles langs dezelfde lijnen als in § 3.5.3, maar in de definitie van zijn zit een kuiltje en een dakje, terwijl het type van het lijdend voorwerp is aangepast.

$$[\![\text{ZIJN}(\mathbf{P})(\text{x})]\!]_{M,w,g} = 1 \Leftrightarrow [\![^\wedge\lambda\text{y}(\text{x} = \text{y})]\!]_{M,w,g} \in [\![^\vee\mathbf{P}]\!]_{M,w,g}$$

d.w.z. er is een ZIJN-relatie tussen x en $\mathbf{P}_{\langle s,\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,t\rangle\rangle}$ dan en slechts dan als de eigenschap identiek te zijn met x element is van de verzameling van eigenschappen van individuen.

Afleiding: *Beatrix is de koningin*

zijn $\rightsquigarrow \lambda\mathbf{P}\lambda$z$^\vee\mathbf{P}$($^\wedge\lambda$u(z = u)) T1

de $\rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists$x($\forall$y($^\vee Y$(y) $\leftrightarrow$ x = y) $\wedge$ $^\vee X$(x)) T1

koningin $\rightsquigarrow$ KONINGIN T1

F_3(*de, koningin*) $\rightsquigarrow$

$\lambda Y\lambda X\exists$x($\forall$y($^\vee Y$(y) $\leftrightarrow$ x = y) $\wedge$ $^\vee X$(x))($^\wedge$KONINGIN) T4

$= \lambda X\exists$x($\forall$y($^{\vee\wedge}$KONINGIN(y) $\leftrightarrow$ x = y) $\wedge$ $^\vee X$(x)) λ-conv

$\lambda X\exists$x($\forall$y(KONINGIN(y) $\leftrightarrow$ x = y) $\wedge$ $^\vee X$(x)) $^{\vee\wedge}$-elim

F_6(*zijn, de koningin*) $\rightsquigarrow$

$\lambda\mathbf{P}\lambda$z[$^\vee\mathbf{P}$($^\wedge\lambda$u(z = u))]($^\wedge\lambda X\exists$x($\forall$y(KONINGIN(y) $\leftrightarrow$ x = y) $\wedge$ $^\vee X$(x))) T7

$= \lambda$z[$^{\vee\wedge}\lambda X\exists$x($\forall$y(KONINGIN(y) $\leftrightarrow$ x = y) $\wedge$ $^\vee X$(x))($^\wedge\lambda$u(z = u))] λ-conv

$= \lambda$z[$\lambda X\exists$x($\forall$y(KONINGIN(y) $\leftrightarrow$ x = y) $\wedge$ $^\vee X$(x))($^\wedge\lambda$u(z = u))] $^{\vee\wedge}$-elim

$= \lambda z[\exists x(\forall y(\text{KONINGIN}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee\wedge}\lambda u(z = u)(x))]$ λ-conv
$= \lambda z[\exists x(\forall y(\text{KONINGIN}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge \lambda u(z = u)(x))]$ $^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z[\exists x(\forall y(\text{KONINGIN}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge z = x)]$ λ-conv
Beatrix $\rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(b)$ T1
$F_1(\mathit{Beatrix}, \mathit{zijn\ de\ koningin}) \rightsquigarrow$
$\lambda X.\ {}^{\vee}X(b)({}^{\wedge}\lambda z[\exists x(\forall y(\text{KONINGIN}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge z = x)]$ T2
$= {}^{\vee\wedge}\lambda z[\exists x(\forall y(\text{KONINGIN}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge z = x)](b)$ λ-conv
$= \lambda z[\exists x(\forall y(\text{KONINGIN}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge x = z)](b)$ $^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists x(\forall y(\text{KONINGIN}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge x = b)$ λ-conv

Net als in Hoofdstuk 3 is het mogelijk om een predikaat als *een vrouw zijn* of *ziek zijn* af te leiden via een identiteitsuitspraak.

Afleiding: *Beatrix is een vrouw*
. . .
$= \exists x(\text{VROUW}(x) \wedge x = b)$ λ-conv
$= \text{VROUW}(b)$ pred.log

Afleiding: *Beatrix is ziek*
zijn $\rightsquigarrow \lambda \mathbf{P}\lambda z{}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda u(z = u))$ T1
ziek $\rightsquigarrow$ ZIEK T1
$F_{\text{PN}}(\mathit{ziek}) \rightsquigarrow \lambda X\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge {}^{\vee}X(x))$ typelift
$F_6(\mathit{zijn,\ ziek}) \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P}\lambda z[{}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda u(z = u))]({}^{\wedge}\lambda X\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)))$ T7
$= \lambda z[{}^{\vee\wedge}\lambda X\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge {}^{\vee}X(x))({}^{\wedge}\lambda u(z = u))]$ λ-conv
$= \lambda z[\lambda X\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge {}^{\vee}X(x))({}^{\wedge}\lambda u(z = u))]$ $^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z[\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge {}^{\vee\wedge}\lambda u(z = u)(x))]$ λ-conv
$= \lambda z[\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge \lambda u(z = u)(x))]$ $^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z[\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge z = x)]$ λ-conv
Beatrix $\rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(b)$ T1
$F_1(\mathit{Beatrix,\ zijn\ ziek}) \rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(b)({}^{\wedge}\lambda z[\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge z = x)])$ T2
$= {}^{\vee\wedge}\lambda z[\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge z = x)](b)$ λ-conv
$= \lambda z[\exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge z = x)](b)$ $^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists x(\text{ZIEK}(x) \wedge b = x)$ λ-conv
$= \text{ZIEK}(b)$ pred.log

5.6 Kwantificatie

5.6.1 Inleiding

Net als in § 3.6.1 is het S-gedeelte van het kwantificatieschema:

$$\text{Als } \alpha \in \text{P}_{\text{A}} \text{ en } \beta \in \text{P}_{\text{B}}, \text{ dan } F_{i,n}(\alpha, \beta) \in \text{P}_{\text{B}}, \text{ en } F_{i,n}(\alpha, \beta) = \beta^{\#},$$

waar $\beta^{\#}$ het resultaat is van een vervangingsoperatie waarbij variabelen hij_n of hem_n in β vervangen worden door α (eerste voorkomen) of door geëigende voornaamwoorden (latere voorkomens).
De kwantoruitdrukking α is dus een 'zuster' van β en wordt daarin opgenomen op de meest linker hij_n-positie. Deze kwantificatieregel is een (oneindig) schema omdat er

pronomina in β kunnen zijn met indices die hun waarde vinden in **N**. Een soortgelijke operatie komt voor bij de vorming van betrekkelijke bijzinnen. Het semantische deel van het kwantificatieschema ziet er zo uit:

$$\text{Als } \alpha \in \mathrm{P_A} \text{ en } \beta \in \mathrm{P_B}, \text{ en } \alpha \rightsquigarrow \alpha' \text{ en } \beta \rightsquigarrow \beta', \text{ dan } F_{i,n}(\alpha,\beta) \rightsquigarrow \alpha'(\lambda x_n.\beta')$$

Het semantische T-deel van het kwantificatieschema bevat nu een dakje:

$$\text{Als } \alpha \in \mathrm{P_A} \text{ en } \beta \in \mathrm{P_B}, \text{ en } \alpha \rightsquigarrow \alpha' \text{ en } \beta \rightsquigarrow \beta', \text{ dan } F_{i,n}(\alpha,\beta) \rightsquigarrow \alpha'({}^\wedge\lambda x_n.\beta')$$

Voor de rest is alles gelijk.

5.6.2 In-kwantificatie in een S

De regel luidt als volgt:

S8,n Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_{7,n}(\alpha,\varphi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_{7,n}(\alpha,\varphi) = \varphi'$, waar φ' resulteert uit een van de volgende vervangingsoperaties:

1. als α niet een syntactische variabele *hij*$_k$ is, vervang dan het eerste optreden van *hij*$_n$ of *hem*$_n$ door α, en de andere optredens van *hij*$_n$ of *hem*$_n$ door geeïgende voornaamwoorden;
2. als $\alpha =$ *hij*$_k$, vervang dan elk optreden van *hij*$_n$ door *hij*$_k$ en elk optreden van *hem*$_n$ door *hem*$_k$.

T8,n Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{7,n}(\alpha,\varphi) \rightsquigarrow \alpha'({}^\wedge\lambda \mathrm{x}_n \varphi')$

De afleidingen worden er door de aanwezigheid van het dakje wel wat ingewikkelder door. Voor *Jan kust een vrouw* wordt op basis van de volgende syntaktische analyse de hieronder staande afleiding mogelijk

Syntaxis: $[_{\mathrm{S}}[_{\mathrm{T}}$ een vrouw $][_{\mathrm{S}}[_{\mathrm{T}}$ Jan$]$ $[_{\mathrm{VP}}$ kust hem$_0]]]$

Afleiding: *Jan kust een vrouw*

$hij_{24} \rightsquigarrow \lambda X.{}^\vee X(\mathrm{x}_{24})$	T1b
$kussen \rightsquigarrow \lambda\mathbf{P}\lambda\mathrm{z}{}^\vee\mathbf{P}({}^\wedge\lambda\mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{z}))$	T1
$F_6(kussen,\ hij_{24}) \rightsquigarrow \lambda\mathbf{P}\lambda\mathrm{z}{}^\vee\mathbf{P}({}^\wedge\lambda\mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{z}))({}^\wedge\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{x}_{24}))$	T7
$= \lambda\mathrm{z}[{}^{\vee\wedge}\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{x}_{24})({}^\wedge\lambda\mathrm{y}\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{z}))]$	λ-conv
$= \lambda\mathrm{z}[\lambda X.{}^\vee X(\mathrm{x}_{24})({}^\wedge\lambda\mathrm{y}\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{z}))]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda\mathrm{z}[{}^{\vee\wedge}\lambda\mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{z})(\mathrm{x}_{24})]$	λ-conv
$= \lambda\mathrm{z}\lambda\mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{y})(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{z})$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda\mathrm{z}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{z})$	λ-conv
$Jan \rightsquigarrow \lambda Y.{}^\vee Y(\mathrm{j})$	T1
$F_1(Jan,\ kussen\ hem_{24}) \rightsquigarrow \lambda Y.{}^\vee Y(\mathrm{j})({}^\wedge\lambda\mathrm{z}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{z}))$	T2
$= {}^{\vee\wedge}\lambda\mathrm{z}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{z})(\mathrm{j})$	λ-conv
$= \lambda\mathrm{z}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{z})(\mathrm{j})$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{kussen}_*(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{j})$	λ-conv
$een \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists\mathrm{x}({}^\vee Y(\mathrm{x})\ \wedge\ {}^\vee X(\mathrm{x}))$	T1

$\textit{vrouw} \rightsquigarrow \textsc{vrouw}$ T1
$F_4(\textit{een, vrouw}) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists \mathrm{x}[{}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\textsc{vrouw})$ T5
$= \lambda X \exists \mathrm{x}[{}^{\vee\wedge}\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$ λ-conv
$= \lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$F_{7,24}(\textit{een vrouw}, \textit{Jan kussen hem}_{24}) \rightsquigarrow$
$\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\lambda \mathrm{x}_{24}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{j}))$ T8,24
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{x}_{24}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{j})(\mathrm{x})]$ λ-conv
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \lambda \mathrm{x}_{24}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x}_{24})(\mathrm{j})(\mathrm{x})]$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{kussen}_*(\mathrm{x})(\mathrm{j})]$ λ-conv
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{x})]$ NC1

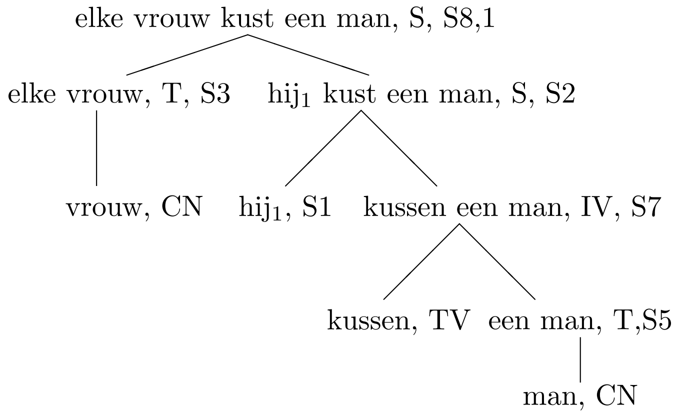
Afleiding met directe vertaling: *Jan kust een vrouw*

Syntaxis: $[_{\mathrm{S}}[_{\mathrm{T}}\ \text{Jan}]\ [_{\mathrm{VP}}[_{\mathrm{T}}\ \text{een vrouw}]]]$
...
$\textit{kussen} \rightsquigarrow \textsc{kussen}$ T1
$F_6(\textit{kussen, een vrouw}) \rightsquigarrow \textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})])$ T7
$\textit{Jan} \rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{b})$ T1
$F_1(\textit{Jan, kussen een vrouw}) \rightsquigarrow$
$\lambda Y.{}^{\vee}Y(\mathrm{j})({}^{\wedge}\textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})])$ T2
$= {}^{\vee\wedge}\textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})])(\mathrm{j})$ λ-conv
$= \textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})])(\mathrm{j})$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{kussen}(\mathrm{j}, {}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})])$ NC1
$= {}^{\vee\wedge}\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{y}))$ Theorema 1
$= \lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{y}))$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{y})(\mathrm{x})]$ λ-conv
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{y})(\mathrm{x})]$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{kussen}_*(\mathrm{j}, \mathrm{x})]$ λ-conv

5.6.3 Bereiksambiguïteit

In deze paragraaf worden opnieuw de zin (3.1) *Elke vrouw kust een man* vertaald en afgeleid en wel zodanig dat de logische vormen (3.1b) en (3.1c) worden verkregen. In zekere zin is dit een herhaling van de afleidingen in § 3.6.3, maar omdat deze paragraaf voorbereidt op het onderscheid tussen *de re* en *de dicto* in § 5.6.4, wordt *kussen* niet meer vertaald met onderster, maar simpelweg geíntroduceerd als KUSSEN. Verder zien de bomen er iets anders uit dan die in Figuur 3.11 en Figuur 3.12, terwijl er (afgezien van de intensionele informatie die ermee verbonden is) equivalente eindregels van de afleidingen ontstaan. Ook worden de termen syncategorematisch geíntroduceerd.

Afleiding: *Elke vrouw kust een man*
$\textit{man} \rightsquigarrow \textsc{man}$
$\textit{een man} \rightsquigarrow \lambda X \exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})]$ T5
$\textit{kussen} \rightsquigarrow \textsc{kussen}$ T1
$F_6(\textit{kussen, een man}) \rightsquigarrow \textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda \mathrm{X} \exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})])$ T7
$\textit{hij}_1 \rightsquigarrow \lambda Y.{}^{\vee}Y(\mathrm{x}_1)$ T1b

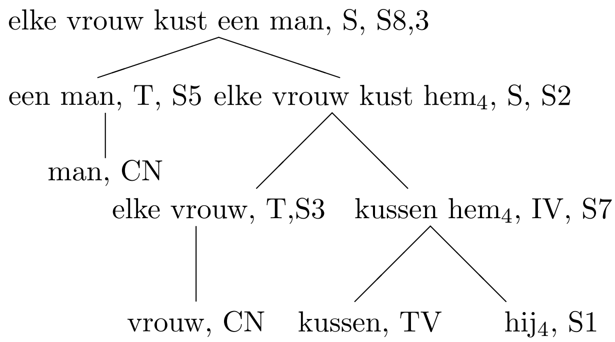


Figuur 5.1: *Wijd bereik voor elke vrouw*

$F_1(\mathit{hij}_1,\ \mathit{kussen\ een\ man}) \rightsquigarrow \lambda Y.{}^{\vee}Y(\mathrm{x}_1)({}^{\wedge}\textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge{}^{\vee} X(\mathrm{y})]))$ T2
$= {}^{\vee\wedge}\ \textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge{}^{\vee} X(\mathrm{y})])(\mathrm{x}_1)$ λ-conv
$= \textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge{}^{\vee} X(\mathrm{y})])(\mathrm{x}_1)$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{kussen}(\mathrm{x}_1,{}^{\wedge}\ \lambda X\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge{}^{\vee} X(\mathrm{y})])$ NC1
$\mathit{vrouw} \rightsquigarrow \textsc{vrouw}$ T1
$\mathit{elke\ vrouw} \rightsquigarrow \lambda Y\forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow{}^{\vee} Y(\mathrm{x})]$ T3
$F_{7,1}(\mathit{elke\ vrouw}, \mathit{hij}_1\ \mathit{kust\ een\ man}) \rightsquigarrow$
$\lambda Y\forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow{}^{\vee} Y(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\lambda \mathrm{x}_1.\textsc{kussen}(\mathrm{x}_1,{}^{\wedge}\ \lambda X\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge{}^{\vee} X(\mathrm{y})])$ T8,1
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow{}^{\vee\wedge}\ \lambda \mathrm{x}_1.\textsc{kussen}(\mathrm{x}_1,{}^{\wedge}\ \lambda X\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge{}^{\vee} X(\mathrm{y})]](\mathrm{x})$ λ-conv
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow \lambda \mathrm{x}_1.\textsc{kussen}(\mathrm{x}_1,{}^{\wedge}\ \lambda X\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge{}^{\vee} X(\mathrm{y})]](\mathrm{x})$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow \textsc{kussen}(\mathrm{x},{}^{\wedge}\ \lambda X\exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge{}^{\vee} X(\mathrm{y})]]$ λ-conv

Ook hiermee is net als in de afleiding behorende bij Figuur 3.11 wijd bereik van *elke vrouw* over *een man* verantwoord. Opmerkelijk is hier dat de in-kwantificatie van *een vrouw* in feite niet nodig is. Ook als *elke vrouw in situ* zou zijn ingevoerd, dus op de plaats van hij_1, zou deze NP wijd bereik hebben over *een man*. Voor de interpretatie maakt deze “omweg” niets uit, maar hij is hier gegeven om te laten zien dat het kan.
Vergelijk hiermee de afleiding op basis van een boom waarin *elke vrouw* in situ is gegegeneerd, en waarin *een man* wordt in-gekwantificeerd, terwijl de boom ook afwijkt van die in Figuur 3.12. Hier ontkomt *een man* door zijn hoge positie in de boom aan het bereik van *elke vrouw*. Daardoor wordt de interpretatie (3.1c) verkregen.

Afleiding: *Elke vrouw kust een man*
$\mathit{hij}_1 \rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1)$ T1b
$\mathit{kussen} \rightsquigarrow \textsc{kussen}$ T1
$F_6(\mathit{kussen},\ \mathit{hij}_1) \rightsquigarrow \textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1)])$ T7
$\mathit{vrouw} \rightsquigarrow \textsc{vrouw}$ T1
$\mathit{elke\ vrouw} \rightsquigarrow \lambda Y\forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow{}^{\vee} Y(\mathrm{x})]$ T3
$F_1(\mathit{elke\ vrouw},\ \mathit{kussen\ hem}_1) \rightsquigarrow$



Figuur 5.2: *Wijd bereik voor een man*

$\lambda Y \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow^{\vee} Y(x)](^{\wedge}\textsc{kussen}(^{\wedge}\lambda X.^{\vee}X(x_1)))$ T2
$= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow^{\vee\wedge} \textsc{kussen}(^{\wedge}\lambda X.^{\vee}X(x_1))(x)]$ λ-conv
$= \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(^{\wedge}\lambda X.^{\vee}X(x_1))(x)]$ $^{\vee\wedge}$-elim
man $\rightsquigarrow$ $\textsc{man}$
een man $\rightsquigarrow \lambda X \exists y[\textsc{man}(y) \wedge^{\vee} X(y)]$ T5
$F_{7,1}$(*een man, elke vrouw kust hem*$_1$) $\rightsquigarrow$
$\lambda X \exists y[\textsc{man}(y) \wedge^{\vee} X(y)](^{\wedge}\lambda x_1.\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(^{\wedge}\lambda X.^{\vee}X(x_1))(x)])$ T8,1
$= \exists y[\textsc{man}(y) \wedge^{\vee\wedge} \lambda x_1.\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(^{\wedge}\lambda X.^{\vee}X(x_1))(x)(y)]]$ λ-conv
$= \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \lambda x_1.\forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(^{\wedge}\lambda X.^{\vee}X(x_1))(x)(y)]]$ $^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(^{\wedge}\lambda X.^{\vee}X(x))(y)]]$ λ-conv
$= \exists y[\textsc{man}(y) \wedge \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(y,^{\wedge} \lambda X.^{\vee}X(x))]]$ NC1

In beide gevallen eindigt de afleiding niet bevredigend, en zeker niet zoals in (3.1). Dat komt doordat *kussen* is vertaald zonder de onderster, zodat de afleiding eindigt met $\textsc{kussen}(y,^{\wedge} \lambda X.^{\vee}X(x))$. Er moet dus nog iets gebeuren. Merk op dat in beide afleidingen de plaats van toepassing van NC1 verschilt. Dit is gebeurd om te laten zien dat deze toepassing vrij willekeurig mag zijn. De noodzaak ervoor ontstaat feitelijk pas als de formule de juiste vorm moet hebben voor de toepassing van het al behandelde postulaat dat $\textsc{kussen}$ gaat veranderen in $\textsc{kussen}_*$. Om te laten zien waarom dit postulaat nodig is, volgt eerst nog de afleiding van *Jan zoekt een vrouw*.

Afleiding: *Jan zoekt een vrouw*

zoeken $\rightsquigarrow$ $\textsc{zoeken}$ T1
F_6(*zoeken, een vrouw*) $\rightsquigarrow \textsc{zoeken}(^{\wedge}\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)])$ T7
Jan $\rightsquigarrow \lambda X.^{\vee}X(b)$ T1
F_1(*Jan, zoeken een vrouw*) $\rightsquigarrow$
$\lambda Y.^{\vee}Y(j)(^{\wedge}\textsc{zoeken}(^{\wedge}\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]))$ T2
$= {}^{\vee\wedge}\textsc{zoeken}(^{\wedge}\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)])(j)$ λ-conv
$= \textsc{zoeken}(^{\wedge}\lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)])(j)$ $^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{zoeken}(j,^{\wedge} \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)])$ NC1

Ook hier eindigt de afleiding met een predicatie van de vorm $\delta(x,\mathbf{P})$. Dat wil zeggen dat het tweede argument van het predikaat δ intensioneel wordt gezien als een eigenschap van eigenschappen, extensioneel als een kwantor.

5.6.4 De re vs. de dicto

Het betekenispostulaat MP4 dat reageert op vormen van het type $\delta(x,\mathbf{P})$ luidt:

[MP4:] $\exists S \forall \mathrm{x} \forall \mathbf{P} \Box(\delta(\mathrm{x},\mathbf{P}) \Leftrightarrow \ {}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.{}^{\vee}S(\mathrm{x},\mathrm{y})))$, waar δ = KUSSEN, KENNEN, VINDEN

Het is dus van toepassing op de twee afleidingen van *Elke vrouw kust een man* in de voorafgaande paragraaf, maar niet op de laatste regel van de afleiding van *Jan zoekt een vrouw*. Het postulaat wordt ondersteund door NC2, die een verbinding legt tussen KUSSEN en KUSSEN$_*$:

NC2: voor $\delta_{\langle\langle s,\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$ mag je δ_* schrijven voor $\lambda \mathrm{y}\lambda \mathrm{x}(\delta(\mathrm{x},{}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{y}))$.

Uit MP4 en NC2 volgt Theorema 1: $\delta(\mathrm{x},\mathbf{P}) \Leftrightarrow \ {}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}\delta_*(\mathrm{x},\mathrm{y}))$, dat als volgt bewezen wordt voor het kus-geval. Eerst blijkt dat KUSSEN$_*$ equivalent is aan de eigenschap ${}^{\vee}S$:

$$
\begin{array}{ll}
[\![\textsc{kussen}_*(\mathrm{j},\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} & \Leftrightarrow_{NC2} \\
\lambda \mathrm{y}\lambda \mathrm{x}(\delta(\mathrm{x},{}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{y}))(\mathrm{m})(\mathrm{j}) \Leftrightarrow_{\lambda} & \\
[\![\textsc{kussen}(\mathrm{j},{}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{m}))]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} & \Leftrightarrow_{MP4} \\
[\![{}^{\vee\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{m})({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.{}^{\vee}S(\mathrm{j},\mathrm{y}))]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} & \Leftrightarrow_{\lambda} \\
[\![{}^{\vee}S(\mathrm{j},\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} &
\end{array}
$$

Met dit èn met $[\![\textsc{kussen}(\mathrm{j},{}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{m}))]\!]$ uit MP4 volgt dat er een S is zodanig dat geldt:

$$
\begin{array}{ll}
[\![\textsc{kussen}(\mathrm{j},\ {}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} & \Leftrightarrow_{MP4} \\
[\![{}^{\vee\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{m})({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.{}^{\vee}S(\mathrm{j},\mathrm{y}))]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} & \Leftrightarrow_{=} \\
[\![\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{m})({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{j},\mathrm{y}))]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} & \Leftrightarrow_{\lambda} \\
[\![\lambda \mathrm{y}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{j},\mathrm{y})(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} & \Leftrightarrow_{\lambda} \\
[\![\textsc{kussen}_*(\mathrm{j},\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} &
\end{array}
$$

Door deze afspraken geldt dat op het punt van de (directe) afleiding van *Jan kust een vrouw* waarop NC1 is toegepast, de resulterende formule equivalent is met die waarin gezegd wordt dat er een vrouw is zodanig dat die de eigenschap heeft in de relatie S te staan tot j:

$$
\begin{array}{lr}
\textsc{kussen}(\mathrm{j},\ {}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x})\ \wedge\ {}^{\vee}X(\mathrm{x})] & \text{NC1} \\
= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x})\ \wedge\ {}^{\vee}S(\mathrm{j},\mathrm{x})] & \text{MP4} \\
= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x})\ \wedge\ \textsc{kussen}_*(\mathrm{j},\mathrm{x})] & \text{NC2/Theorema 1}
\end{array}
$$

Dit betekent dat

$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \rightarrow \textsc{kussen}(\mathrm{x},{}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{y}[\textsc{man}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})]]$

wordt omgezet tot

$= \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow \exists y[\text{MAN}(y) \wedge \text{KUSSEN}_*(x, y)]]$

en dat

$= \exists y[\text{MAN}(y) \wedge \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow \text{KUSSEN}(y, ^\wedge \lambda X.^\vee X(x))]]$

eindigt als:

$= \exists y[\text{MAN}(y) \wedge \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow \text{KUSSEN}_*(y, x)]]$

Merk bij dit laatste op dat $^\wedge\lambda X.^\vee X(\mathrm{x})$ wordt gereduceerd tot de gebonden variabele x, op een wijze analoog aan de manier waarop in *Jan kust Marie* $^\wedge\lambda X.^\vee X(\mathrm{m})$ wordt gereduceerd tot m.
In tegenstelling tot MP4 zegt NC2 niets over het soort werkwoord. NC2 zegt alleen maar dat je iets van een bepaald type mag herschrijven. Dus ZOEKEN wordt ook bestreken door NC2:

$[\![\text{ZOEKEN}(j, ^\wedge \lambda X.^\vee X(m)]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} \Leftrightarrow [\![^{\vee\wedge}\lambda X.^\vee X(m)(^\wedge\lambda y \text{ZOEKEN}_*(j, y))]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} \Leftrightarrow$
$[\![\lambda X.^\vee X(m)(^\wedge\lambda y \text{ZOEKEN}_*(j, y))]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} \Leftrightarrow [\![\lambda y \text{ZOEKEN}_*(j, y)(m)]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} \Leftrightarrow$
$[\![\text{ZOEKEN}_*(j, m)]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$

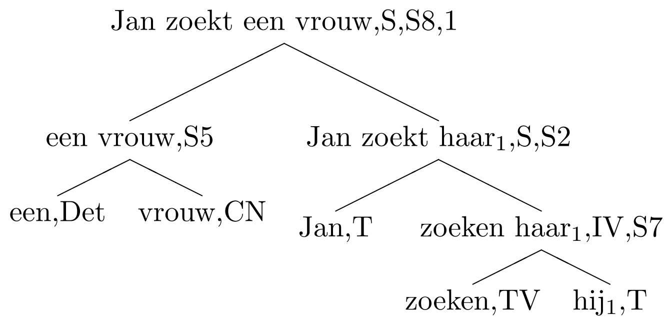
De equivalentie met MP4 geldt echter slechts in het geval er een individu in het domein is dat als tweede-orde eigenschap het (tweede) argument van ZOEKEN is en dat wordt gegarandeerd door MP1, dat zegt: $\exists \mathrm{x}.\Box(x = \alpha)$, met $\alpha = \mathrm{j}, \mathrm{m}$, etc. Een bedeling g geldt constant voor alle werelden waarin g wordt toegepast op een variable: d.w.z. voor elke variabele v geldt dat het semantische object $g(v) = d$ hetzelfde blijft in alle werelden. Bij constanten doet heeft I niet datzelfde effect. MP1 garandeert nu deze rigide toewijzing van de waarde aan I. Denk aan $\exists \mathrm{x}[\text{ZIEK}(x) \wedge \mathrm{x} = \mathrm{m}]$ dat teruggevoerd kan worden op ZIEK(m). MP1 maakt eigenlijk gebruik van dit mechanisme door te claimen dat de variabele in alle werelden Marie als waarde heeft. Omdat rigide verwijzing alleen voorbehouden is aan eigennamen, stopt de afleiding bij alle andere NP's, want MP4 bevat niet ZOEKEN:

$\text{ZOEKEN}(j,\ ^\wedge\lambda X \exists x[\text{VROUW}(x)\ \wedge\ ^\vee X(x)]$ NC1

En hiermee wordt een relatie gegeven tussen Jan en een eigenschap van eigenschappen. Deze interpretatie van de zin *Jan zoekt een vrouw* staat bekend als de *de dicto*-lezing.
De *de dicto*-lezing wordt verkregen door de NP *een vrouw* in situ te genereren. De andere lezing, waarin *een vrouw* wordt in-gekwantificeerd ontstaat op basis van Figuur 5.3. In dat geval staat de NP in een referentieel transparante positie en wordt de lezing verkregen waarin er een vrouw is zodanig dat Jan haar zoekt.

Afleiding: *Jan zoekt een vrouw*

$hij_1 \rightsquigarrow \lambda X.^\vee X(\mathrm{x}_1)$	T1b
$zoeken \rightsquigarrow \text{ZOEKEN}$	T1
$F_6(zoeken,\ hij_1) \rightsquigarrow \text{ZOEKEN}(^\wedge\lambda X.^\vee X(\mathrm{x}_1))$	T7



Figuur 5.3: Er is een vrouw zodanig dat Jan haar zoekt

Jan $\rightsquigarrow \lambda Y.{}^{\vee}Y(\mathrm{j})$	T1
F_1(*Jan, zoeken hem*$_1$) $\rightsquigarrow \lambda Y.{}^{\vee}Y(\mathrm{j})({}^{\wedge}\textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1)))$	T2
$={}^{\vee\wedge}\ \textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1))(\mathrm{j})$	λ-conv
$= \textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1))(\mathrm{j})$	${}^{\vee\wedge}$-elim
een $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists \mathrm{x}({}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x}))$	T1
vrouw $\rightsquigarrow \textsc{vrouw}$	T1
F_4(*een, vrouw*) $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists \mathrm{x}[{}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\textsc{vrouw})$	T5
$= \lambda X \exists \mathrm{x}[{}^{\vee\wedge}\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$	λ-conv
$= \lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$F_{7,1}$(*een vrouw*, *Jan zoeken hem*$_{24}$) $\rightsquigarrow$	
$\lambda X \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\lambda \mathrm{x}_1.\textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1))(\mathrm{j}))$	T8,1
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{x}_1.\textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1))(\mathrm{j})(\mathrm{x})]$	λ-conv
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \lambda \mathrm{x}_1.\textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1))(\mathrm{j})(\mathrm{x})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}))(\mathrm{j})]$	λ-conv
$= \exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{zoeken}(\mathrm{j}, {}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}))]$	NC1

En hier komen ontstaat precies dezelfde situatie als in *Jan zoekt Marie*. De gebonden variable x heeft de kracht van een eigennaam. Er komt dus uiteindelijk $\exists \mathrm{x}[\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{zoeken}_*(\mathrm{j}, \mathrm{x})]$ te voorschijn. Deze interpretatie staat bekend als de *de re*-lezing. Bij *kussen* en *vinden* is het niet per se nodig om de kwantor voorop te hebben; daar wordt de extensionele lezing via MP4 verkregen.

In het model van hoofdstuk 4 zijn er in elk der werelden vrouwen. Maar in w_2 ontbreken wandelaars en zangers. De laatsten ontbreken ook in w_1. De zin *Jan zoekt een wandelaar* kan waar zijn in w_2, ook al zijn daar geen wandelaars te vinden. Dat komt omdat de relatie wordt gelegd tussen Jan en de intensie van de NP *een wandelaar*, met andere woorden tussen Jan en die functie die voor elke wereld vastlegt hoe de verzameling wandelenden er daar uitziet. Voor w_2 zegt deze informatie dat Jan er nooit in zal slagen een wandelaar te vinden; voor de andere twee werelden is dat niet uit te sluiten. Een aparte behandeling vergt *Jan zoekt Dirk* in w_3 en *Jan zoekt Dirkje* in w_1 of w_2. Overigens kunnen die niet over één kam worden geschoren. De vraag is zelfs of de laatste zin wel acceptabel is, terwijl *Jan droomt van Dirkje* in die twee werelden heel natuurlijk is. In *zoeken* wordt blijkbaar de verwachting meegegeven dat er in principe iemand zou kunnen zijn die gevonden wordt.

In dit verband is het goed om de argumentatie voor het antwoord op Exercise 6

(Gamut II:317–319) grondig door te nemen. Het gaat om de formules:

iv	$\exists x(\forall y(\textsc{queen}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge x = e)$
v	$\textsc{seek}_*(j, e)$
vi	$\textsc{seek}(j,\ {}^\wedge\lambda X \exists x(\forall y(\textsc{queen}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^\vee X(x)))$
vii	$\textsc{seek}(j,\ {}^\wedge\lambda X.{}^\vee X(e))$

Bij waarheid van (v) volgt (vii), maar dan moet gelden dat

$[\![{}^\wedge\lambda X.{}^\vee X(e)]\!]_{M,w,g} = [\![{}^\wedge\lambda X \exists x(\forall y(\textsc{queen}(y) \leftrightarrow x = y)\ \wedge\ {}^\vee X(x)))]\!]_{M,w,g}$

Dat houdt in dat op de plaats van X rechts alleen maar de eigenschap $\lambda z.z = e$ kan worden ingevoerd. Maar dat betekent dat in elke wereld waarin geen e is of waarin e niet koningin is, (iv) onwaar wordt. Maar dat moet betekenen dat:

$[\![{}^\wedge\lambda X.{}^\vee X(e)]\!]_{M,w,g} \neq [\![{}^\wedge\lambda X \exists x(\forall y(\textsc{queen}(y) \leftrightarrow x = y)\ \wedge\ {}^\vee X(x)))]\!]_{M,w,g}$

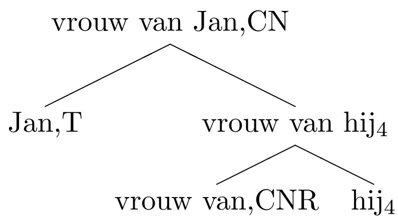
De tegenstelling tussen *kussen* en *zoeken* heeft een parallel in het onderscheid tussen werkwoorden als *betreuren*, *weten*, etc. en *beweren*, *geloven*, etc. Het is niet ongebruikelijk om dit onderscheid te verbinden aan het perspectief van de spreker en dat van de in de zin optredende "agens". Het door Montague ingevoerde in-kwantificeren, maakt het mogelijk om de re-interpetaties van zinnen met *beweren* en *zoeken* te behandelen door de kwantor "voorop" te plaatsen. In zekere zin is dat ook het domein van de spreker.

5.6.5 In-kwantificatie in een CN

S8$_{\mathbf{CN}}$,n Als $\alpha \in P_T, \zeta \in P_{CN}$, dan $F_{7,n}(\alpha, \zeta) \in P_{CN}$ en $F_{7,n}(\alpha, \delta) = [\zeta \ldots \alpha \ldots]$

T8$_{\mathbf{CN}}$,n Als $\alpha \in P_T$, en $\zeta \in P_{CN}$, en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$,
dan $F_{7,n}(\alpha, \zeta) \rightsquigarrow \lambda y.\alpha'({}^\wedge\lambda x_n \zeta'(y))$

Syntaxis:



Figuur 5.4: *vrouw van Jan*

Afleiding:

...

Jan $\rightsquigarrow \lambda Y.{}^\vee Y(j)$ T1

$F_{7,4}(\mathit{Jan}, \mathit{vrouw\ van\ hem}_4) \rightsquigarrow$
$\lambda y.\lambda Y.{}^{\vee}Y(j)({}^{\wedge}\lambda x_4(\lambda x.\textsc{vrouw\_van}_*(x_4)(x))(y))$ T8$_{\mathrm{CN},4}$
$= \lambda y.{}^{\vee\wedge}\lambda x_4(\lambda x.\textsc{vrouw\_van}_*(x_4)(x)(y))(j)$ λ-conv
$= \lambda y.\lambda x_4(\lambda x.\textsc{vrouw\_van}_*(x_4)(x)(y))(j)$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda x_4\lambda x.\textsc{vrouw\_van}_*(x_4)(x)(j)$ λ-conv
$= \lambda x.\textsc{vrouw\_van}_*(j)(x)$ λ-conv
$= \lambda x.\textsc{vrouw\_van}_*(x, j)$ NC1

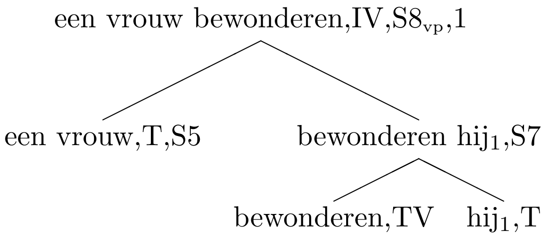
Vergelijk de corresponderende afleiding in § 3.6.

5.6.6 In-kwantificatie in een VP

S8$_{\mathbf{VP},\mathbf{n}}$ Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_{7,n}(\alpha, \delta) \in P_{\mathrm{IV}}$ en $F_{7,n}(\alpha, \delta) = [_{\delta} \ldots \alpha \ldots]$

T8$_{\mathbf{VP},\mathbf{n}}$ Als $\alpha \in \mathrm{P_T}, \delta \in \mathrm{P_{IV}}, \alpha \rightsquigarrow \alpha', \delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{7,n}(\alpha, \delta) \rightsquigarrow \lambda y\alpha'({}^{\wedge}\lambda x_n\delta'(y))$

Kwantificatie in VP treedt triviaal op in configuraties als:



Figuur 5.5: *een vrouw bewonderen*, ingekwantificeerd

De bijbehorende afleiding is:
Afleiding:
$\mathit{hij}_1 \rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(x_1)$ T1b
$\mathit{bewonderen} \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P}\lambda z{}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda y.\textsc{bewonderen}_*(z, y))$ T1
$F_6(\mathit{bewonderen},\ \mathit{hij}_1) \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P}\lambda z{}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda y.\textsc{bewonderen}_*(z, y))({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(x_1))$ T7
$= \lambda z[{}^{\vee\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(x_1)({}^{\wedge}\lambda y\textsc{bewonderen}_*(z, y))]$ λ-conv
$= \lambda z[\lambda X.{}^{\vee}X(x_1)({}^{\wedge}\lambda y\textsc{bewonderen}_*(z, y))]$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z[{}^{\vee\wedge}\lambda y.\textsc{bewonderen}_*(z, y))(x_1)]$ λ-conv
$= \lambda z\lambda y.\textsc{bewonderen}_*(z, y)(x_1)$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z.\textsc{bewonderen}_*(z, x_1)$ λ-conv
$F_{7,1}(\mathit{een\ vrouw}, \mathit{bewonderen\ hem}_1) \rightsquigarrow$
$\lambda y\lambda X\exists x(\textsc{vrouw}(x)\ \wedge\ {}^{\vee}X(x))({}^{\wedge}\lambda x_1(\lambda z(\textsc{bewonderen}_*(z, x_0))))$ T8$_{\mathrm{vp},1}$
$= \lambda y\lambda X\exists x(\textsc{vrouw}(x) \wedge{}^{\vee} X(x))({}^{\wedge}\lambda x_1(\textsc{bewonderen}_*(y, x_1)))$ λ-conv
$= \lambda y\exists x(\textsc{vrouw}(x)\ \wedge\ {}^{\vee\wedge}\lambda x_1(\textsc{bewonderen}_*(y, x_1))(x))$ λ-conv
$= \lambda y\exists x(\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda x_1(\textsc{bewonderen}_*(y, x_1))(x))$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda y\exists x(\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{bewonderen}_*(y, x))$ λ-conv

De afleiding wordt minder triviaal als er tussen de kwantor-NP en *bewonderen hij*$_1$ een andere kwantor zou voorkomen, of een of andere intensionele operator, zoals *proberen* in *…proberen een vrouw te bewonderen.*

5.7 Conjunctie en disjunctie

De regels voor conjunctie en disjunctie werken in de intensionele versie van de Montaguegrammatica op dezelfde wijze als in de extensionele versie. Er is natuurlijk wel een verschil: proposities zijn nu van het type $\langle s, t\rangle$ en niet van het type t. Maar voor het effect van de regels die conjunctie en disjunctie vastleggen, maakt dat niets uit. De intensionaliteit zit verscholen in de atomaire formules.

5.7.1 Conjunctie en disjunctie van S

Conjunctie van S

S9 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_8(\varphi, \psi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_8(\varphi, \psi) = \varphi$ *en* ψ

T9 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$ en $\psi \rightsquigarrow \psi'$, dan $F_8(\varphi, \psi) \rightsquigarrow (\varphi' \wedge \psi')$

Disjunctie van S

S10 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_8(\varphi, \psi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_9(\varphi, \psi) = \varphi$ *of* ψ

T10 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$ en $\psi \rightsquigarrow \psi'$, dan $F_9(\varphi, \psi) \rightsquigarrow (\varphi' \vee \psi')$

5.7.2 Conjunctie en disjunctie van VPs

S11 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_8(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_8(\gamma, \delta) = \gamma$ *en* δ

T11 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_8(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}(\gamma'(\mathrm{x}) \wedge \delta'(\mathrm{x}))$

Disjunctie van VPs

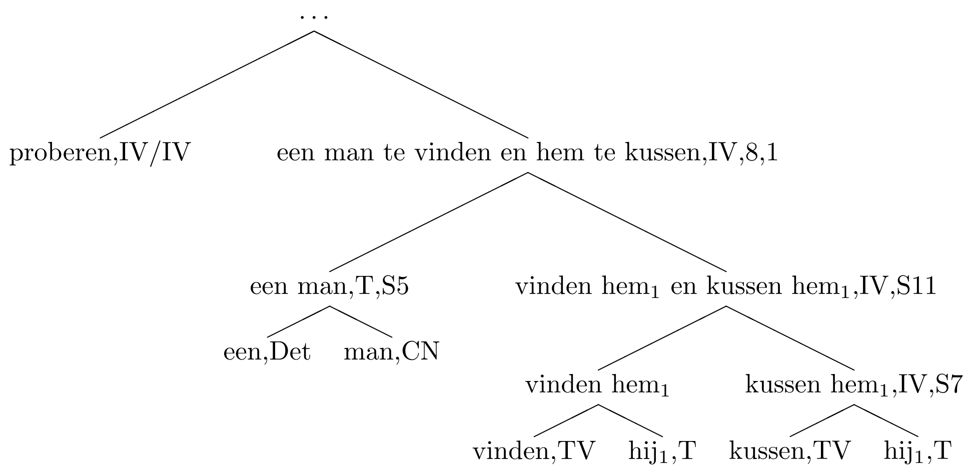
S12 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_9(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_9(\gamma, \delta) = \gamma$ *of* δ

T12 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_9(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}(\gamma'(\mathrm{x}) \vee \delta'(\mathrm{x}))$

De regels S11 en T11 kunnen worden geïllustreerd met de afleiding van de *de dicto*-interpretatie van de zin *Marie probeert een man te vinden en hem te kussen*. De kunst is om *een man* in het bereik van *proberen* te krijgen maar de NP wel zodanig te plaatsen dat zij optreedt als een kwantor die het pronomen hem bindt. Dat kan met behulp van de syntactische structuur in Figuur 5.6.

Afleiding:

$hij_1 \rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1)$	T1b
$vinden \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P} \lambda \mathrm{z}{}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.\textsc{vinden}_*(\mathrm{z}, \mathrm{y}))$	T1
$F_6(vinden,\ hij_1) \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P} \lambda \mathrm{z}{}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.\textsc{vinden}_*(\mathrm{z}, \mathrm{y}))({}^{\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1))$	T7
$= \lambda \mathrm{z}[{}^{\vee\wedge}\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1)({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}\textsc{vinden}_*(\mathrm{z}, \mathrm{y}))]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{z}[\lambda X.{}^{\vee}X(\mathrm{x}_1)({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}\textsc{vinden}_*(\mathrm{z}, \mathrm{y}))]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda \mathrm{z}[{}^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{y}.\textsc{vinden}_*(\mathrm{z}, \mathrm{y}))(\mathrm{x}_1)]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{z} \lambda \mathrm{y}.\textsc{vinden}_*(\mathrm{z}, \mathrm{y})(\mathrm{x}_1)$	${}^{\vee\wedge}$-elim



Figuur 5.6: *proberen een man te vinden en hem te kussen*

$= \lambda z.\textsc{vinden}_*(z, x_1)$ λ-conv

$hij_1 \rightsquigarrow \lambda X.{}^\vee X(x_1)$ T1b

$kussen \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P}\lambda z{}^\vee\mathbf{P}({}^\wedge\lambda y.\textsc{kussen}_*(z, y))$ T1

$F_6(kussen,\ hij_1) \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P}\lambda z{}^\vee\mathbf{P}({}^\wedge\lambda y.\textsc{kussen}_*(z, y))({}^\wedge\lambda X.{}^\vee X(x_1))$ T7

$= \lambda z[{}^{\vee\wedge}\lambda X.{}^\vee X(x_1)({}^\wedge\lambda y\textsc{kussen}_*(z, y))]$ λ-conv

$= \lambda z[\lambda X.{}^\vee X(x_1)({}^\wedge\lambda y\textsc{kussen}_*(z, y))]$ ${}^{\vee\wedge}$-elim

$= \lambda z[{}^{\vee\wedge}\lambda y.\textsc{kussen}_*(z, y)(x_1)]$ λ-conv

$= \lambda z\lambda y.\textsc{kussen}_*(z, y)(x_1)$ ${}^{\vee\wedge}$-elim

$= \lambda z.\textsc{kussen}_*(z, x_1)$ λ-conv

$F_8(kussen\ hem_1, vinden\ hem_1 \rightsquigarrow$

$= \lambda v(\lambda z.\textsc{vinden}_*(z, x_1)(v) \wedge \lambda z.\textsc{kussen}_*(z, x_1)(v))$ T11

$= \lambda v(\textsc{vinden}_*(v, x_1) \wedge \textsc{kussen}_*(v, x_1))$ λ-conv

$een \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists x({}^\vee Y(x) \ \wedge\ {}^\vee X(x))$ T1

$man \rightsquigarrow \textsc{man}$ T1

$F_4(een,\ man) \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists x[{}^\vee Y(x) \ \wedge\ {}^\vee X(x)]({}^\wedge\textsc{man})$ T5

$= \lambda X\exists x[{}^{\vee\wedge}\textsc{man}(x) \ \wedge\ {}^\vee X(x)]$ λ-conv

$= \lambda X\exists x[\textsc{man}(x) \ \wedge\ {}^\vee X(x)]$ ${}^{\vee\wedge}$-elim

$F_{7,1}(een\ man, vinden\ hem_1\ en\ kussen\ hem_1) \rightsquigarrow$

$\lambda y[_t\ \underbrace{\lambda X\exists x[\textsc{man}(x) \ \wedge^\vee X(x)]}_{\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,t\rangle}$

$\underbrace{({}^\wedge\lambda x_1[_t\ \underbrace{\lambda v(\textsc{vinden}_*(v, x_1) \wedge \textsc{kussen}_*(v, x_1))}_{\langle e,t\rangle}(y)]]}_{\langle s,\langle e,t\rangle\rangle}$ T8,1

$= \lambda y\lambda X\exists x[\textsc{man}(x) \ \wedge^\vee X(x)]({}^\wedge\lambda x_1[\textsc{vinden}_*(y, x_1) \wedge \textsc{kussen}_*(y, x_1)])$ λ-conv

$= \lambda y\exists x[\textsc{man}(x) \ \wedge^{\vee\wedge}\ \lambda x_1[\textsc{vinden}_*(y, x_1) \wedge \textsc{kussen}_*(y, x_1)](x)]$ λ-conv

$= \lambda y\exists x[\textsc{man}(x) \ \wedge \lambda x_1[\textsc{vinden}_*(y, x_1) \wedge \textsc{kussen}_*(y, x_1)](x)]$ ${}^{\vee\wedge}$-elim

$= \lambda y\exists x[\textsc{man}(x) \ \wedge \textsc{vinden}_*(y, x) \wedge \textsc{kussen}_*(y, x)]$ λ-conv

$proberen\ te \rightsquigarrow \textsc{proberen}$ T1

$F_{11a}(proberen\ te, een\ man\ te\ vinden\ en\ hem\ te\ kussen) \rightsquigarrow$

$\textsc{proberen}(^\wedge\lambda y\exists x[\textsc{man}(x)\ \wedge \textsc{vinden}_*(y,x) \wedge \textsc{kussen}_*(y,x)])$ T16
$Marie \rightsquigarrow \lambda Y.^\vee Y(\mathrm{m})$ T1
$F_1(Marie, proberen\ man\ te\ vinden\ en\ hem\ te\ kussen) \rightsquigarrow \lambda Y^\vee Y(\mathrm{m})$
$(^\wedge\textsc{proberen}(^\wedge\lambda y\exists x[\textsc{man}(x)\ \wedge \textsc{vinden}_*(y,x) \wedge \textsc{kussen}_*(y,x)])$ T2
$=^{\vee\wedge}\ \textsc{proberen}(^\wedge\lambda y\exists x[\textsc{man}(x)\ \wedge \textsc{vinden}_*(y,x) \wedge \textsc{kussen}_*(y,x)](\mathrm{m})$ λ
$= \textsc{proberen}(^\wedge\lambda y\exists x[\textsc{man}(x)\ \wedge \textsc{vinden}_*(y,x) \wedge \textsc{kussen}_*(y,x)](\mathrm{m})$ $^{\vee\wedge}$-el.
$= \textsc{proberen}(\mathrm{m},^\wedge \lambda y\exists x[\textsc{man}(x)\ \wedge \textsc{vinden}_*(y,x) \wedge \textsc{kussen}_*(y,x)])$ NC1

5.7.3 Conjunctie en disjunctie van CNs

Ook voor CNs zijn de regels van extensionele versie gelijk aan die van de intensionele. Dit heeft te maken met het feit dat een enkelvoudige CN door g als een $\langle e,t\rangle$-object wordt ingevoerd. Linguïstisch leidt een conjunctie of disjunctie van een substantief tot een complex substantief.

Conjunctie van CNs

S11′ Als $\gamma,\delta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_8'(\gamma,\delta) \in \mathrm{P_{CN}}$ en F_8'$(\gamma,\delta) = \gamma$ *en* δ

T11′ Als $\gamma,\delta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_8'(\gamma,\delta) \rightsquigarrow \lambda x(\gamma'(x) \wedge \delta'(x))$

Voorbeeld: *logicus en linguïst*
F_9(*logicus, linguïst*) $\rightsquigarrow \lambda x(\textsc{logicus}(x) \wedge \textsc{linguïst}(x))$.

Disjunctie van CNs

S12′ Als $\gamma,\delta \in \mathrm{P_{CN}}$, dan $F_9'(\gamma,\delta) \in \mathrm{P_{CN}}$ en F_9'$(\gamma,\delta) = \gamma$ *of* δ

T12′ Als $\gamma,\delta \in \mathrm{P_{CN}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_9'(\gamma,\delta) \rightsquigarrow \lambda x(\gamma'(x) \vee \delta'(x))$

Voorbeeld: *vrouw of man*
F_9(*vrouw, man*) $\rightsquigarrow \lambda x(\textsc{vrouw}(x) \vee \textsc{man}(x))$

5.7.4 Disjunctie van NPs

S13 Als $\alpha,\beta \in \mathrm{P_T}$, dan $F_9(\alpha,\beta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_9(\alpha,\beta) = \alpha$ *of* β

T13 Als $\alpha,\beta \in \mathrm{P_T}$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\beta \rightsquigarrow \beta'$, dan $F_9(\alpha,\beta) \rightsquigarrow \lambda X[\alpha'(X) \vee \beta'(X)]$

In de laatste regel is X van het type $\langle s,\langle e,t\rangle\rangle$ en dus moet α van het type $\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,t\rangle$ zijn, i.e. van het type van een verzameling van eigenschappen: α kan dus niet van het type van **P** zijn!
Voorbeeld: *Jan of Marie*

F_9(*Jan, Marie*) $\rightsquigarrow \lambda X[\lambda Y.^\vee Y(\mathrm{j})(X) \vee \lambda Y.^\vee Y(\mathrm{m})(X)]$
$= \lambda X[^\vee X(\mathrm{j}) \vee ^\vee X(\mathrm{m})]$

5.8 Tempus+negatie

S14 Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_{10}(\alpha,\delta) \in \mathrm{P_S}$ en $F_{10}(\alpha,\delta) = \alpha\delta'$, waar δ' ontstaat door het eerste werkwoord te vervangen door zijn ontkennende derde persoon enkelvoudsvorm.

T14 Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{10}(\alpha,\delta) \rightsquigarrow \alpha'(\delta')$ of $F_{10}(\alpha,\delta) \rightsquigarrow \neg\alpha'({}^\wedge\delta')$

5.9 Modificatie

Er zijn taalkundige gesproken verschillende vormen van modificatie. Meestal onderscheidt men tussen adverbiale en adjectivische bepalingen. Maar ook het volgende valt eronder.

5.9.1 VP-modificatie

S16 Als $\gamma \in \mathrm{P_{IV//IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_{12}(\gamma,\delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_{12}(\gamma,\delta) = \gamma\delta$

T16 Als $\gamma \in \mathrm{P_{IV//IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{12}(\gamma,\delta) \rightsquigarrow \gamma'({}^\wedge\delta')$

Afleiding: *Kees probeert een prinses te trouwen*

$F_4(\textit{een, prinses}) \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists \mathrm{x}[{}^\vee Y(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]({}^\wedge\textsc{prinses})$	T5
$= \lambda X\exists \mathrm{x}[{}^{\vee\wedge}\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]$	λ-conv
$= \lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$\textit{trouwen} \rightsquigarrow \textsc{trouwen}$	T1
$F_6(\textit{trouwen, een prinses}) \rightsquigarrow \textsc{trouwen}({}^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})])$	T7
$\textit{proberen te} \rightsquigarrow \textsc{proberen}$	T1
$F_{11a}(\textit{proberen te}, \textit{trouwen een prinses}) \rightsquigarrow$	
$\textsc{proberen}({}^\wedge\textsc{trouwen}({}^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]))$	T16
$\textit{Kees} \rightsquigarrow \lambda Y.{}^\vee Y(\mathrm{k})$	T1
$F_1(\textit{Kees}, \textit{proberen een prinses te trouwen}) \rightsquigarrow$	
$\lambda Y{}^\vee Y(\mathrm{k})({}^\wedge\textsc{proberen}({}^\wedge\textsc{trouwen}({}^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]))$	T2
$= {}^{\vee\wedge}\textsc{proberen}({}^\wedge\textsc{trouwen}({}^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]))(\mathrm{k})$	λ-conv.
$= \textsc{proberen}({}^\wedge\textsc{trouwen}({}^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[(\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]))(\mathrm{k})$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{proberen}(\mathrm{k}, {}^\wedge\textsc{trouwen}({}^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]))$	NC1
$= \textsc{proberen}(\mathrm{k}, {}^\wedge\lambda \mathrm{y}.\textsc{trouwen}(\mathrm{y}, {}^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]))$	NC1, λ-abstr.
$= \textsc{proberen}(\mathrm{k}, {}^\wedge\lambda \mathrm{y}({}^{\vee\wedge}\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]({}^\wedge\lambda \mathrm{z}.\textsc{trouwen}_*(\mathrm{y},\mathrm{z})))$	Theor. 1
$= \textsc{proberen}(\mathrm{k}, {}^\wedge\lambda \mathrm{y}(\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^\vee X(\mathrm{x})]({}^\wedge\lambda \mathrm{z}.\textsc{trouwen}_*(\mathrm{y},\mathrm{z}))))$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{proberen}(\mathrm{k}, {}^\wedge\lambda \mathrm{y}\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{z}.\textsc{trouwen}_*(\mathrm{y},\mathrm{z})(\mathrm{x})])$	λ-conv
$= \textsc{proberen}(\mathrm{k}, {}^\wedge\lambda \mathrm{y}\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge \lambda \mathrm{z}.\textsc{trouwen}_*(\mathrm{y},\mathrm{z})(\mathrm{x})])$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{proberen}(\mathrm{k}, {}^\wedge\lambda \mathrm{y}\exists \mathrm{x}[\textsc{prinses}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{trouwen}_*(\mathrm{y},\mathrm{x})])$	λ-conv

Vergelijk Gamut II: 163 & 197 voor commentaar op de stap van NC1 naar Theor. 1. Het Nederlands heeft wel *zoeken* voor *proberen te vinden*, maar het is lastig een werkwoord te vinden dat *proberen te trouwen* betekent, of het moet *aanzoeken* zijn. *Proberen* blijft zonder onderster.

5.9.2 Adverbiale modificatie

S19 Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV//IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$ en $F_{12}(\gamma, \delta) = \delta\gamma$

T19 Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV//IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(^\wedge\delta')$

S19' Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{(IV//IV)/T}}$ en $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}}$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV//IV}}$ en $F_{12}(\gamma, \delta) = \gamma\delta$

T19' Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{(IV//IV)/T}}$ en $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}}, \gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(^\wedge\delta')$

S 19 werkt in het Nederlands alleen voor hoofdzinnen! In Gamut II: 326-7 staat een afleiding van *Jan wandelt in de tuin*, met dezelfde syntaxis en semantiek als *Kees werkt op de Trans*, maar met *in* $\rightsquigarrow$ IN. Je kunt dus precies zien hoe dat werkt. Daarom nu hier een afleiding analoog aan die in § 3.9.2.

Afleiding:

$de\ Trans \rightsquigarrow \lambda X.^\vee X(\text{de\_Trans})$	T1
$op \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P} \lambda Y \lambda \mathrm{x}[^\vee\mathbf{P}(^\wedge\lambda \mathrm{y}[\textsc{op}_*(\mathrm{y})(Y)(\mathrm{x})])]$	T1
$F_{25}(op,\ de\ Trans) \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P} \lambda Y \lambda \mathrm{x}[^\vee\mathbf{P}(^\wedge\lambda \mathrm{y}[\textsc{op}_*(\mathrm{y})(Y)(\mathrm{x})])](^\wedge\lambda X.^\vee X(\text{de\_Trans})$	T19′
$= \lambda Y \lambda \mathrm{x}[^{\vee\wedge}\lambda X.^\vee X(\text{de\_Trans})(^\wedge\lambda \mathrm{y}[\textsc{op}_*(\mathrm{y})(Y)(\mathrm{x})])]$	λ-conv
$= \lambda Y \lambda \mathrm{x}[\lambda X.^\vee X(\text{de\_Trans})(^\wedge\lambda \mathrm{y}[\textsc{op}_*(\mathrm{y})(Y)(\mathrm{x})])]$	$^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda Y \lambda \mathrm{x}[^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{y}[\textsc{op}_*(\mathrm{y})(Y)(\mathrm{x})](\text{de\_Trans})]$	λ-conv
$= \lambda Y \lambda \mathrm{x}[\lambda \mathrm{y}[\textsc{op}_*(\mathrm{y})(Y)(\mathrm{x})](\text{de\_Trans})]$	$^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda Y \lambda \mathrm{x}[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(Y)(\mathrm{x})]$	λ-conv
$werken \rightsquigarrow \textsc{werken}$	T1
$F_{13}(op\ de\ Trans, werken) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda \mathrm{x}[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(Y)(\mathrm{x})](^\wedge\textsc{werken})$	T19
$= \lambda \mathrm{x}[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(^\wedge\textsc{werken})(\mathrm{x})]$	λ-conv
$Kees \rightsquigarrow \lambda Z.^\vee Z(\mathrm{k})$	T1
$F_1(Kees, werkt\ op\ de\ Trans) \rightsquigarrow \lambda Z.^\vee Z(\mathrm{k})(\lambda \mathrm{x}[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(^\wedge\textsc{werken})(\mathrm{x})])$	T2
$=\ ^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{x}[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(^\wedge\textsc{werken})(\mathrm{x})](\mathrm{k})$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}[\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(^\wedge\textsc{werken})(\mathrm{x})](\mathrm{k})$	$^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{op}_*(\text{de\_Trans})(^\wedge\textsc{werken})(\mathrm{k})$	λ-conv

NB. Let op het dakje in $^\wedge$WERKEN: $\textsc{op}_*$ van type $\langle e, \langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle\langle e, t\rangle\rangle\rangle$, d.w.z. $\textsc{op}_*$ denoteert een drieplaatsrelatie tussen een entiteit, een eigenschap van entiteiten en een entiteit. Er is een onderscheid tussen extensionele voorzetsels (*op*, *in* en intensionele voorzetsels zoals *over* (=about).

5.9.3 Bijvoeglijke bepalingen

S17 Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN/CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$, dan $F_{13}(\gamma, \zeta) \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$ en $F_{13}(\gamma, \zeta) = \gamma\zeta$

T17 Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN/CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_{13}(\gamma, \zeta) \rightsquigarrow \gamma'(^\wedge\zeta')$

S18,n Als $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$, dan $F_{14,n}(\zeta, \varphi) \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$ en $F_{14,n}(\zeta, \varphi) = \zeta\varphi$

T18,n Als $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}, \varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}, \zeta \rightsquigarrow \zeta', \varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{14,n}(\zeta, \varphi) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}_n(\zeta'(\mathrm{x}_n) \wedge \varphi')$

Merk op dat deze laatste regel gelijk is aan die in § 3.9. Zie ook Gamut II: 199.

roken $\rightsquigarrow$ ROKEN
$F_1(hij_1, roken) \rightsquigarrow \lambda Y.{}^{\vee}Y(\mathrm{x}_1)({}^{\wedge}\textsc{roken})$
...
$= \textsc{roken}(\mathrm{x}_1)$
$F_{14,1}(vrouw,\ hij_1\ rookt) \rightsquigarrow \lambda \mathrm{x}_1(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}_1) \wedge \textsc{roken}(\mathrm{x}_1))$

5.9.4 Zinsbepalingen

S20 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{S/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$ en $F_{11}(\delta, \varphi) = \delta\varphi$

T20 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{S/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \rightsquigarrow \delta'({}^{\wedge}\varphi')$

Hieronder vallen bepalingen als *mogelijk* en *noodzakelijk*. Ook *niet* zou er onder moeten vallen: $\lambda p \neg {}^{\vee}p$, maar in het huidige systeem wordt *niet* syncategorematisch ingevoerd, samen met tempus. S20 is natuurlijk niet echt goed: je moet iets hebben als $[_{\varphi} \ldots \delta \ldots]$, omdat de bepaling ergens in de zin terecht komt.

Afleiding: *Kees werkt mogelijk op de Trans* (vgl Gamut II: 201)

mogelijk $\rightsquigarrow \lambda p \Diamond {}^{\vee}p$	T1d'
Kees werkt op de Trans $\rightsquigarrow \textsc{op}_*(\text{de\_Trans})({}^{\wedge}\textsc{werken})(\mathrm{k})$	zie boven
$F_{11c}(mogelijk, Kees\ werkt\ op\ de\ Trans) \rightsquigarrow$	
$\lambda p \Diamond {}^{\vee}p({}^{\wedge}\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})({}^{\wedge}\textsc{werken})(\mathrm{k}))$	T20
$= \Diamond {}^{\vee\wedge}\textsc{op}_*(\text{de\_Trans})({}^{\wedge}\textsc{werken})(\mathrm{k})$	λ-conv
$= \Diamond \textsc{op}_*(\text{de\_Trans})({}^{\wedge}\textsc{werken})(\mathrm{k})$	${}^{\vee\wedge}$-elim

5.10 Betekenispostulaten

In deze versie van de MG komt er maar één MP bij en de andere worden aangepast. Dat komt doordat in PTQ de meeste gebaseerd zijn op $\langle s, e\rangle$. MP1 kan nu al en het zegt voor elk der individuele constanten dat er in **M** een individu is dat identiek is met de extensie van de constante in elke mogelijke wereld.

MP1 $\exists \mathrm{x} \Box(\mathrm{x} = \alpha)$, waar $\alpha = \mathrm{j, m, b}, \ldots$

Let hierbij op $[\![\mathrm{m}]\!]_{M,w,g} = \mathrm{I(m)(w)}$. I(m) is een functie die voor elke wereld w de extensie van m in w oplevert. MP1 garandeert dat I(m) totaal is, maar bovendien dat I(m) constant is, zodat m een rigide verwijzing heeft naar hetzelfde individu. Merk op dat g in IL ook rigide is voor alle mogelijke werelden. Lees aandachtig Gamut II: 174 voor de consequenties van MP1.

MP2 en MP3 van PTQ kunnen nog steeds niet.

MP4 $\exists S \forall \mathrm{x} \forall \mathbf{P} \Box[\delta(\mathrm{x}, \mathbf{P}) \Leftrightarrow {}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}.{}^{\vee}S(\mathrm{x}, \mathrm{y}))]$, waar $\delta = \textsc{beminnen}, \textsc{kussen}, \textsc{vinden}$, etc.

De MPs 5 – 7 in PTQ zijn net als MP2 en MP3 afhankelijk van $\langle s, e\rangle$-typetoekenning. Ze worden behandeld in het volgende hoofdstuk. De reeds gegeven MPs worden nu simpel intensioneel "opgetuigd".

MP8 $\exists \mathrm{D}\forall \mathbf{P}\forall Y\forall \mathrm{x}\Box[\delta(\mathbf{P})(Y)(\mathrm{x}) \Leftrightarrow {}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda \mathrm{y}[\mathrm{D}(\mathrm{y})(Y)(\mathrm{x})])]$, waar $\delta = \textsc{op}, \textsc{in}$, etc.

Nou ja, simpel. MP8 wordt nu gemodelleerd op MP4, dus er wordt bij het gebruik van *in* gegarandeerd dat er een drie-plaatsrelatie D is, en deze relatie is dan δ_*.

MP10 $\forall \mathrm{x}\forall \mathbf{P}\Box[\textsc{zoeken}(\mathrm{x}, \mathbf{P}) \Leftrightarrow \textsc{proberen}(\mathrm{x}, {}^{\wedge}\textsc{vinden}(\mathbf{P}))]$,

Een postulaat dat in PTQ niet, maar in Gamut wel voorkomt, is:

$\mathbf{MP}_{\Box}$ $\forall p\Box[\textsc{noodzakelijk}(p) \Leftrightarrow \Box{}^{\vee}p)$,

PTQ heeft uiteraard een dergelijk postulaat ook nodig.
Tenslotte: Het betekenispostulaat dat Gamut II: 199 geeft, bevat een fout: de X in $\gamma(\mathrm{X})$ moet zijn X, dus lees $\gamma(X)$. Dus:

$\mathbf{MP_{Adj}}$ $\forall X\forall \mathrm{x}\Box[(\gamma(X))(\mathrm{x}) \rightarrow {}^{\vee}X(\mathrm{x})]$, waar γ is $\textsc{paars}, \textsc{groot}, \textsc{vierkant}$, etc.

Hoofdstuk 6

Montaguegrammatica in PTQ

6.1 Inleiding

Eindelijk! Maar stel je er niet teveel van voor: je weet het meeste al. Er ontstaat nu een variabelenprobleem. Montague had als basistype voor de individuele variabelen: $\langle s, e\rangle$ met als variabele x. Weliswaar zijn er ook variabelen als u en v van type e, maar die ontstaan alleen na reductie, dus bijv. door het herschrijven van ${}^{\vee}x$ tot u of v. Doordat PTQ werkt met $\langle s, e\rangle$ als basiseenheid voor individuen wordt elke uitdrukking van het type $\langle \ldots e \ldots\rangle$ nu $\langle \ldots \langle s, e\rangle \ldots\rangle$. Dus $\langle e, t\rangle$ wordt $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$ en ${}^{\wedge}$WANDELEN is nu niet meer van type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$ is, maar van type $\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$. Het is even wennen, maar verder blijft het meeste gelijk.
In de volgende tabel staan weer enkele afspraken:

Variabele	Type	Voorbeeld
x, y, u, v	e	j, m, k, b, 90
x, y, z	$\langle s, e\rangle$	${}^{\wedge}$u, ${}^{\wedge}$v, ${}^{\wedge}$j, ${}^{\wedge}$m
–	$\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$	VROUW, WANDELEN
$U, V, W, \ldots$	$\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$	${}^{\wedge}$VROUW, ${}^{\wedge}$WANDELEN
–	$\langle\langle s, \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$	KUSSEN, VINDEN, ZOEKEN
–	$\langle\langle s, t\rangle, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$	BETREUREN, GELOVEN DAT
U, **V**, **W**, …	$\langle s, \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle$	${}^{\wedge}\lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}\mathrm{j}),{}^{\wedge}\lambda V.{}^{\vee}V(j)$
M	$\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$	–
S	$\langle s, \langle e, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$	–
G	$\langle s, \langle e, \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle\rangle\rangle$	–
p, q	$\langle s, t\rangle$	${}^{\wedge}$[WANDELEN(y)]

De definitie van f is:

$$f(t) = t$$
$$f(e) = e$$
$$f(A/B) = f(A//B) = \langle\langle s, f(B)\rangle, f(A)\rangle, \text{ voor alle } A, B \in \text{CAT}$$

Al eerder is opgemerkt dat de vertaling van e in e wat geforceerd aandoet, omdat de e categoriaal niet voorkomt als basistype. Ook semantisch gezien is e niet een

basistype. De kleinste semantische eenheid waarmee Montague werkt, is van type $\langle s, e\rangle$, waarna reductie tot e kan volgen. Hieronder is te zien hoe dat werkt.
Een voorbeeld van de toepassing van de functie f is:

$$f(\mathrm{T}) = f(t/\mathrm{IV}) = \langle\langle s, f(\mathrm{IV})\rangle, f(t)\rangle = \langle\langle s, f(t/e)\rangle, f(t)\rangle =$$
$$\langle\langle s, \langle\langle s, f(e)\rangle, f(t)\rangle\rangle, f(t)\rangle = \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle$$

6.2 De basisregels van PTQ

Verreweg de meeste regels blijven gelijk. Alleen die waarin variabelen voorkomen, moeten worden aangepast aan de $\langle s, e\rangle$-opbouw. Sommige regels worden nu een slag ingewikkelder dan in § **??** met name die waarin variabelen voorkomen die moeten worden herleid tot e. De S- en T- nummering in PTQ verschillen van die welke hier wordt gegeven.

S1 $B_{\mathrm{A}} \subseteq P_{\mathrm{A}}$, voor elke A
T1 Als $\alpha \in \mathrm{Dom}(g)$, dan $\alpha \rightsquigarrow g(\alpha)$

Enkele voorbeelden:

$\alpha =$ *Jan*	$\alpha \rightsquigarrow \lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}\mathrm{j})$
$\alpha =$ *Marie*	$\alpha \rightsquigarrow \lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}\mathrm{m})$
$\alpha =$ *90*	$\alpha \rightsquigarrow \lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}90)$
$\alpha = hij_n$	$\alpha \rightsquigarrow \lambda U.{}^{\vee}U(x_n)$
$\alpha =$ *elke*	$\alpha \rightsquigarrow \lambda V\lambda U\forall x({}^{\vee}V(x) \rightarrow {}^{\vee}U(x))$
$\alpha =$ *de*	$\alpha \rightsquigarrow \lambda V\lambda U\exists x(\forall y({}^{\vee}V(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}U(x))$
$\alpha =$ *een*	$\alpha \rightsquigarrow \lambda V\lambda U\exists x({}^{\vee}V(x) \wedge {}^{\vee}U(x))$
$\alpha =$ *één*	$\alpha \rightsquigarrow \lambda V\lambda U\exists x\forall y(({}^{\vee}V(y) \wedge {}^{\vee}U(y)) \leftrightarrow x = y)$
$\alpha =$ *zijn*	$\alpha \rightsquigarrow \lambda \mathbf{W}\lambda x{}^{\vee}\mathbf{W}({}^{\wedge}\lambda y({}^{\vee}x ={}^{\vee} y))$
$\alpha =$ *wandelen*	$\alpha \rightsquigarrow$ WANDELEN
$\alpha =$ *mooi*	$\alpha \rightsquigarrow$ MOOI
$\alpha =$ *bewonderen*	$\alpha \rightsquigarrow$ BEWONDEREN
$\alpha =$ *kussen*	$\alpha \rightsquigarrow$ KUSSEN
$\alpha =$ *zoeken*	$\alpha \rightsquigarrow$ ZOEKEN
$\alpha =$ *vrouw van*	$\alpha \rightsquigarrow$ VROUW_VAN
$\alpha =$ *proberen*	$\alpha \rightsquigarrow$ PROBEREN
$\alpha = \ldots$	

6.3 Vorming van subject-predikaatverbinding

S2 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}}$, dan $F_1(\alpha, \delta) \in P_{\mathrm{S}}$ en $F_1(\alpha, \delta) = \alpha\delta''$ waar $\delta'' = \delta$ met de infinitiefvorm v/h hoofdwerkwoord vervangen door de 3e persoon enkelvoud van de tegenwoordige tijd.

T2 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{IV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P}_{\mathrm{T}}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_1(\alpha, \delta) \rightsquigarrow \alpha'({}^{\wedge}\delta')$

Afleiding: *Marie wandelt*

$Marie \leadsto \lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}\mathrm{m})$ T1

$wandelen \leadsto \textsc{wandelen}$ T1

$F_1(Marie,\ wandelen) \leadsto \lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}\mathrm{m})({}^{\wedge}\textsc{wandelen})$ T2

$= {}^{\vee\wedge}\textsc{wandelen}({}^{\wedge}\mathrm{m})$ λ-conv

$= \textsc{wandelen}({}^{\wedge}\mathrm{m})$ ${}^{\vee\wedge}$-elim

Nu ontstaat er een probleem: $\textsc{wandelen}({}^{\wedge}\mathrm{m})$ moet geïnterpreteerd worden als uitdrukkend dat in een wereld w de functie die in w als waarde Marie heeft, een element is van een verzameling individuele concepten, nl. de verzameling aangeduid door WANDELEN. Dat is niet wat nodig is: (minstens ook) een uitspraak over het individu Marie, nl. dat zij in de extensie zit van de verzameling wandelaars in w. MP3 in PTQ heeft daarom de volgende vorm:

$\exists X \forall x \Box(\delta(x) \Leftrightarrow {}^{\vee}X({}^{\vee}x))$, waar δ = STIJGEN, VALLEN, VERANDEREN, AFTREDEN

Dit postulaat garandeert de extensionalisering van hte externe argument van werkwoorden als *wandelen*, maar ook natuurlijk van IVs als *een vrouw kussen*, *een vrouw zoeken*, etc. Het postulaat zegt dat de toepassing van een predicaat δ op een individueel concept (x) in een wereld w equivalent is met een uitspraak over een individu.

Hier wordt weer dezelfde strategie gevolg als bij MP4: de $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$-eigenschap X is δ_*.

Er ontstaat derhalve als afleiding voor de interpretatie van *Marie wandelt* in w:

$[\![\textsc{wandelen}({}^{\wedge}\mathrm{m})]\!]_{M,w,g} = 1$

$\Leftrightarrow [\![\textsc{wandelen}_*({}^{\vee\wedge}\mathrm{m})]\!]_{M,w,g} = 1$

$\Leftrightarrow [\![\textsc{wandelen}_*(\mathrm{m})]\!]_{M,w,g} = 1$

$\Leftrightarrow [\![\textsc{wandelen}_*]\!]_{M,w,g}[\![(\mathrm{m})]\!]_{M,w,g} = 1$

$\Leftrightarrow \mathrm{I}(\textsc{wandelen}_*)(w)\mathrm{I}(\mathrm{m})(w) = 1$

$\Leftrightarrow \mathrm{I}(\mathrm{m})(w) \in \mathrm{I}(\textsc{wandelen}_*)(w) = 1$

Dit levert voor het predikaat de verzameling wandelaars in w. Voor het argument is een aparte voorziening nodig. Dankzij MP1 waarin vastgelegd wordt dat m een rigide verwijzer is, is er een unieke correlatie tussen de constante functie van het individu en het individu zelf: een constante functie is gerelateerd aan maar één individu en andersom is er voor een individu maar één constante functie waarvan het de functiewaarde is. In verband daarmee is Notatieconventie 3 geformuleerd:

Als δ een uitdrukking is van type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$, dan mag men δ_* schrijven voor $\lambda \mathrm{x}.\delta({}^{\wedge}\mathrm{x})$

Samen met NC3 garandeert MP3 dat er een corresponderende eigenschap van individuen bestaat: X "extensionaliseert" het subject. Als Theorema 2 volgt:

$\forall x \Box[\delta(x) \Leftrightarrow \delta_*({}^{\vee}x)]$

Het bewijs is analoog aan dat voor Theorema 1. Theorema 2 maakt het mogelijk om de laatste regel van de afleiding van *Marie wandelt* te vervolgen met:

$\text{WANDELEN}_*({}^{\vee\wedge}\text{m})$ en dus te eindigen met $\text{WANDELEN}_*(\text{m})$.

6.4 Determinatoren en termen

Het syncategorematische schema is nog steeds: Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$, dan $F_k(\zeta) \in \text{P}_{\text{T}}$ en $F_k(\zeta) = \alpha\zeta$. Uitgesplitst:

S3 Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$, dan $F_2(\zeta) \in \text{P}_{\text{T}}$ en $F_2(\zeta) = \textit{elke } \zeta$

T3 Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_2(\zeta) \rightsquigarrow \lambda U \forall x(\zeta'(x) \rightarrow {}^{\vee}U(x))$

S4 Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$, dan $F_3(\zeta) \in \text{P}_{\text{T}}$ en $F_3(\zeta) = \textit{de } \zeta$

T4 Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_3(\zeta) \rightsquigarrow \lambda U \exists x(\forall y(\zeta'(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}U(x))$

S5 Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$, dan $F_4(\zeta) \in \text{P}_{\text{T}}$ en $F_4(\zeta) = \textit{een } \zeta$

T5 Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_4(\zeta) \rightsquigarrow \lambda U \exists x(\zeta'(x) \wedge {}^{\vee}U(x))$

S6 Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$, dan $F_5(\zeta) \in \text{P}_{\text{T}}$ en $F_5(\zeta) = \textit{één } \zeta$

T6 Als $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_5(\zeta) \rightsquigarrow \lambda U \exists x \forall y((\zeta'(y) \wedge {}^{\vee}U(y)) \leftrightarrow x = y)$

Hier is ζ van type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$, net als ${}^{\vee}X$: ζ denoteert een verzameling individuele concepten dus per saldo een extensioneel semantisch object.
De categorematische versie geeft de definitie van de vier determinatoren in T. De bijbehorende regel, die zelf niet in PTQ voorkomt, maar die af en toe toch zal worden gebruikt, luidt: Als $\sigma \in \text{P}_{\text{T/CN}}$ en $\zeta \in \text{P}_{\text{CN}}$, dan $F_k(\sigma, \zeta) \in \text{P}_{\text{T}}$ en $F_k(\sigma, \zeta) = \sigma({}^{\wedge}\zeta)$.
MP3 geldt dus ook voor:

Afleiding: *Elke vrouw wandelt*

$\textit{vrouw} \rightsquigarrow \text{VROUW}$	T1
$\textit{elke} \rightsquigarrow \lambda V \lambda U \forall x[{}^{\vee}V(x) \rightarrow {}^{\vee}U(x)]$	T1
$F_2(\textit{elke, vrouw}) \rightsquigarrow \lambda V \lambda U \forall x[{}^{\vee}V(x) \rightarrow {}^{\vee}U(x)]({}^{\wedge}\text{VROUW})$	T3
$= \lambda U \forall x[{}^{\vee\wedge}\text{VROUW}(x) \rightarrow {}^{\vee}U(x)]()$	λ-conv
$= \lambda U \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow {}^{\vee}U(x)]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$\textit{wandelen} \rightsquigarrow \text{WANDELEN}$	T1
$F_1(\textit{elke vrouw, wandelen}) \rightsquigarrow \lambda U \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow {}^{\vee}U(x)]({}^{\wedge}\text{WANDELEN})$	T2
$= \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow {}^{\vee\wedge}\text{WANDELEN}(x)]$	λ-conv
$= \forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow \text{WANDELEN}(x)]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$\forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow \text{WANDELEN}_*({}^{\vee}x)]$	Theorema 2

Nu blijft nog over het probleem van $\text{VROUW}(x)$, waarvan de $\langle s, e\rangle$'s moet verdwijnen. Dit gebeurt in PTQ door MP2:

$\forall x \Box[\delta(x) \Rightarrow \exists \text{x}(x = {}^{\wedge}\text{x})]$, waar δ de vertaling is van een CN anders dan *temperatuur*, *getal*, *premier*, *prijs*, *percentage*, etc.

Dit postulaat wordt in Gamut II:212 behandeld als MP10. Met het postulaat zijn enkele theorema's verbonden. Het probleem is dat Theorema 2 geldt voor IVs, niet voor CNs. Voor die laatste categorie is daarom MP2 (= Gamut's MP10) nodig. MP2 behandelt de CNs *paard*, *man*, *vrouw*, etc. als verwijzend naar verzamelingen van constante individuele concepten, bijvoorbeeld zoals Montague aangeeft, de verzameling van constante functies over indexen met paarden als hun argumentwaarden. Deze conditie wordt losgelaten voor nomina als *prijs*, *temperatuur*, etc. Overigens wil MP2 niet zeggen dat de CN *paard* op alle indexen dezelfde verzameling oplevert, maar de elementen van de verzameling zelf zijn constante functies. Gamut geeft twee theorema's die wel opgaan voor CNs die verschillen van *prijs*, *temperatuur*, *voorzitter*, etc. In de afleiding van *Elke vrouw wandelt* komt op een bepaald moment voor:

$= \lambda U \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow\ {}^{\vee}U(x)]$

Hierop is van toepassing Theorema 4:

$\forall x(\delta(x) \rightarrow^{\vee} U(x)) \Leftrightarrow \forall x(\delta_*(\mathrm{x})\ \rightarrow\ {}^{\vee}U({}^{\wedge}\mathrm{x}))$

De afleiding van *Elke vrouw wandelt* krijgt met dit alles het volgende verloop:

vrouw $\rightsquigarrow$ VROUW	T1
elke $\rightsquigarrow \lambda V \lambda U \forall x[{}^{\vee}V(x) \rightarrow\ {}^{\vee}U(x)]$	T1
F_2(*elke, vrouw*) $\rightsquigarrow \lambda V \lambda U \forall x[{}^{\vee}V(x) \rightarrow\ {}^{\vee}U(x)]({}^{\wedge}\textsc{vrouw})$	T3
$= \lambda U \forall x[{}^{\vee\wedge}\textsc{vrouw}(x) \rightarrow\ {}^{\vee}U(x)]$	λ-conv
$= \lambda U \forall x[\textsc{vrouw}(x) \rightarrow\ {}^{\vee}U(x)]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda U \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee}U({}^{\wedge}\mathrm{x})]$	Theorema 4
wandelen $\rightsquigarrow$ WANDELEN	T1
F_1(*elke vrouw, wandelen*) $\rightsquigarrow \lambda U \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee}U({}^{\wedge}\mathrm{x})]({}^{\wedge}\textsc{wandelen})$	T2
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{x}) \rightarrow\ {}^{\vee\wedge}\textsc{wandelen}({}^{\wedge}\mathrm{x})]$	λ-conv
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{x}) \rightarrow \textsc{wandelen}({}^{\wedge}\mathrm{x})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{x}) \rightarrow \textsc{wandelen}_*({}^{\vee\wedge}\mathrm{x})]]$	Theorema 2
$= \forall \mathrm{x}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{x}) \rightarrow \textsc{wandelen}_*(\mathrm{x})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim

Theorema 4 doet twee dingen: (a) het verstrekt aan een extensionele CN δ een CN δ_* en (b) het verandert de "$\langle s, e\rangle$-kwantor" $\exists x[\ldots(x) \wedge \ldots(x)]$ in een "e-kwantor" $\exists \mathrm{x}[\ldots(\mathrm{x}) \wedge \ldots(\mathrm{x})]$.
Theorema 3 in Gamut II:212 geldt voor zinnen als *Een vrouw wandelt*. Die blijven hier verder buiten beschouwing, net als de twee andere theorema's die betrekking hebben op NPs met *de* en *één*.

6.5 Transitieve werkwoorden; de vorming van de VP

S7 Als $\delta \in \mathrm{P_{TV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P_T}$, dan $F_6(\delta, \alpha) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_6(\delta, \alpha) = \delta\alpha''$, waar α'' de accusatiefvorm van α is als α een syntactische variabele is, anders $\alpha'' = \alpha$.

T7 Als $\delta \in \mathrm{P_{TV}}$ en $\alpha \in \mathrm{P_T}$, en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$, dan $F_6(\delta, \alpha) \rightsquigarrow \delta'({}^{\wedge}\alpha')$

De temperatuurpuzzel kan nu als volgt opgelost:

Afleiding: *De temperatuur is 90*

$zijn \rightsquigarrow \lambda \mathbf{W} \lambda z {}^{\vee}\mathbf{W}({}^{\wedge}\lambda y({}^{\vee}z = {}^{\vee}y))$	T1
$F_6(zijn, 90) \rightsquigarrow \lambda \mathbf{W} \lambda z {}^{\vee}\mathbf{W}({}^{\wedge}\lambda y({}^{\vee}z = {}^{\vee}y))({}^{\wedge}\lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}90))$	T7
$= \lambda z {}^{\vee\wedge}\lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}90)({}^{\wedge}\lambda y({}^{\vee}z = {}^{\vee}y))$	λ-conv
$= \lambda z \lambda U.{}^{\vee}U({}^{\wedge}90)({}^{\wedge}\lambda y({}^{\vee}z = {}^{\vee}y))$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z.{}^{\vee\wedge}\lambda y({}^{\vee}z = {}^{\vee}y)({}^{\wedge}90)$	λ-conv
$= \lambda z.\lambda y({}^{\vee}z = {}^{\vee}y)({}^{\wedge}90)$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z({}^{\vee}z = {}^{\vee\wedge}90)$	λ-conv
$= \lambda z({}^{\vee}z = 90)$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$de \rightsquigarrow \lambda V \lambda U.\exists x[\forall y({}^{\vee}V(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}U(x)]$	T1
$temperatuur \rightsquigarrow \textsc{temperatuur}_{\langle\langle s,e\rangle,t\rangle}$	T1
$F_3(de, temperatuur) \rightsquigarrow$	
$\lambda V \lambda U.\exists x[\forall y({}^{\vee}V(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}U(x)]({}^{\wedge}\textsc{temperatuur})$	T4
$= \lambda U.\exists x[\forall y({}^{\vee\wedge}\textsc{temperatuur}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}U(x)]$	λ-conv
$= \lambda U.\exists x[\forall y(\textsc{temperatuur}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}U(x)]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$F_1(de\ temperatuur, zijn\ 90) \rightsquigarrow$	
$\lambda U.\exists x[\forall y(\textsc{temperatuur}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}U(x)]({}^{\wedge}\lambda z({}^{\vee}z = 90))$	T2
$= \exists x[\forall y(\textsc{temperatuur}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee\wedge}\lambda z({}^{\vee}z = 90)(x)]$	λ-conv
$= \exists x[\forall y(\textsc{temperatuur}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge \lambda z({}^{\vee}z = 90)(x)]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists x[\forall y(\textsc{temperatuur}(y) \leftrightarrow x = y) \wedge {}^{\vee}x = 90]$	λ-conv

Daarmee wordt gezegd dat er een individueel concept is waarvan de extensie in deze wereld de entiteit 90 is.

6.6 Kwantificatie

6.6.1 Inleiding

De regels voor kwantificatie luiden nu als volgt:

S8,n Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_{7,n}(\alpha, \varphi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_{7,n}(\alpha, \varphi) = \varphi'$, waar φ' resulteert uit een van de volgende vervangingsoperaties:

1. als α niet een syntactische variabele hij_k is, vervang dan het eerste optreden van hij_n of hem_n door α, en de andere optredens van hij_n of hem_n door geeïgende voornaamwoorden;
2. als $\alpha = hij_k$, vervang dan elk optreden van hij_n door hij_k en elk optreden van hem_n door hem_k.

T8,n Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{7,n}(\alpha, \varphi) \rightsquigarrow \alpha'({}^{\wedge}\lambda x_n \varphi')$

Er zit een belangrijke aanpassing verscholen in T8: x is van type $\langle s, e\rangle$.

Syntaxis: ((een vrouw)((Jan) (zoeken $\mathrm{hem_0}$)))

Afleiding: *Jan zoekt een vrouw*

$zoeken \rightsquigarrow \textsc{zoeken}$	$T1$
$F_6(zoeken, hij_0) \rightsquigarrow \textsc{zoeken}({}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x_0))$	T7
$Jan \rightsquigarrow \lambda U.{}^\vee U({}^\wedge \mathrm{j})$	T1
$F_1(Jan, zoeken\ hem_0) \rightsquigarrow \lambda U.{}^\vee U({}^\wedge \mathrm{j})({}^\wedge\textsc{zoeken}({}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x_0)))$	T2
$= {}^{\vee\wedge}\textsc{zoeken}({}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x_0))({}^\wedge \mathrm{j})$	λ-conv
$= \textsc{zoeken}({}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x_0))({}^\wedge \mathrm{j})$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \textsc{zoeken}({}^\wedge \mathrm{j},\ {}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x_0))$	NC1
$\ldots$	
$F_4(een, vrouw) \rightsquigarrow$	
$\ldots$	
$= \lambda U \exists x[\textsc{vrouw}(x)\ \wedge\ {}^\vee U(x)]$	
$F_7(een\ vrouw, Jan\ zoekt\ hem_0) \rightsquigarrow$	
$\lambda U \exists x[\textsc{vrouw}(x)\ \wedge\ {}^\vee U(x)]({}^\wedge\lambda x_0.\textsc{zoeken}({}^\wedge \mathrm{j},{}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x_0)))$	T8,0
$= \exists x[\textsc{vrouw}(x)\ \wedge\ {}^{\vee\wedge}\lambda x_0.\textsc{zoeken}({}^\wedge \mathrm{j},{}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x_0))(x)]$	λ-conv
$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda x_0.\textsc{zoeken}({}^\wedge \mathrm{j},{}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x_0))(x)]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{zoeken}({}^\wedge \mathrm{j},{}^\wedge\lambda V.{}^\vee V(x))]$	λ-conv
$= \exists \mathrm{u}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{u}) \wedge \textsc{zoeken}({}^\wedge \mathrm{j},{}^\wedge\lambda V.{}^\vee V({}^\wedge \mathrm{u}))]$	Theorema 2

De afleiding stopt hier tenzij MP4 en Theorema 1 worden aangepast:

MP4: $\exists S \forall x \forall \mathbf{U} \Box[\delta(x, \mathbf{U}) \Leftrightarrow\ {}^\vee\mathbf{U}({}^\wedge\lambda y.{}^\vee S({}^\vee x,{}^\vee y))]$, etc.
Th.1: $\forall x \forall \mathbf{U} \Box[\delta(x, \mathbf{U})\ \Leftrightarrow\ {}^\vee\mathbf{U}({}^\wedge\lambda y.\delta_*({}^\vee x,{}^\vee y))]$, etc. met δ = KUSSEN, VINDEN, etc.

Het verschil met de tot dusver gangbare versie is dat nu ook het eerste argument betrokken wordt bij de extensionalisering. In Theorema 1 (p. 213) staat een fout in de Engelse Gamut (niet in de Nederl. editie p. 297). ${}^\vee\delta_*$ moet zijn: δ_*. Nu kan de afleiding worden voortgezet met:

$= \exists \mathrm{u}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{u})\ \wedge\ {}^{\vee\wedge}\lambda V.{}^\vee V({}^\wedge \mathrm{u})({}^\wedge\lambda y.\textsc{zoeken}_*({}^{\vee\wedge}\mathrm{j},{}^\vee y))]$	λ-conv
$= \exists \mathrm{u}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{u})\ \wedge\ \lambda V.{}^\vee V({}^\wedge \mathrm{u})({}^\wedge\lambda y.\textsc{zoeken}_*({}^{\vee\wedge}\mathrm{j},{}^\vee y))]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists \mathrm{u}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{u})\ \wedge\ {}^{\vee\wedge}\lambda y.\textsc{zoeken}_*({}^{\vee\wedge}\mathrm{j},{}^\vee y)({}^\wedge \mathrm{u})]$	λ-conv
$= \exists \mathrm{u}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{u}) \wedge \lambda y.\textsc{zoeken}_*({}^{\vee\wedge}\mathrm{j},{}^\vee y)({}^\wedge \mathrm{u})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \exists \mathrm{u}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{u}) \wedge \textsc{zoeken}_*({}^{\vee\wedge}\mathrm{j},{}^{\vee\wedge}\mathrm{u})]$	λ-conv
$= \exists \mathrm{u}[\textsc{vrouw}_*(\mathrm{u}) \wedge \textsc{zoeken}_*(\mathrm{j},\mathrm{u})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim

Hiermee eindigt de afleiding extensioneel, maar met twee ondersterren: elke CN en IV krijgt dus een onderster. Een probleem ontstaat bij de *de dicto*-afleiding van *Jan zoekt een vrouw.*

Syntaxis: ((Jan)((zoeken) (een vrouw)))

$F_1(Jan, zoeken\ een\ vrouw)\ \rightsquigarrow$	
$\lambda U.{}^\vee U({}^\wedge \mathrm{j})({}^\wedge\textsc{zoeken}({}^\wedge\lambda U \exists x[\textsc{vrouw}(x)\ \wedge\ {}^\vee U(x)])$	T2
$= {}^{\vee\wedge}\textsc{zoeken}({}^\wedge\lambda U \exists x[\textsc{vrouw}(x)\ \wedge\ {}^\vee U(x)])({}^\wedge \mathrm{j})$	λ-conv
$= \textsc{zoeken}({}^\wedge\lambda U \exists x[\textsc{vrouw}(x)\ \wedge\ {}^\vee U(x)]({}^\wedge \mathrm{j})$	${}^{\vee\wedge}$-elim

Probleem: hoe krijg je het subject van *zoeken* extensioneel. Oplossing: MP5 hieronder in § 6.11. Er is echter geen conventie ontwikkeld om de derivatie verder te vervolgen. Je zou iets kunnen hebben als $\textsc{zoeken}(x, \mathbf{P}) \Leftrightarrow {}_*\textsc{zoeken}({}^\vee x, \mathbf{P})$. Dus:

$= \textsc{zoeken}(^\wedge\text{j}, ^\wedge \lambda U \exists \text{u}[\textsc{vrouw}_*(\text{u}) \ \wedge \ {}^\vee U(^\wedge\text{u})]$ NC1+Theorema 3
$= \ {}_*\textsc{zoeken}(\text{j}, ^\wedge \lambda U \exists \text{u}[\textsc{vrouw}_*(\text{u}) \ \wedge \ {}^\vee U(^\wedge\text{u})])$ nieuwe conventie

Dit ziet er wat geforceerd uit. Het moet mogelijk zijn om de extensionaliteit van argumenten van een predikaat op een systematischer wijze vast te leggen dan door sterren.

6.6.2 Bereiksambiguïteit

Aan dat wat in Hoofdstuk 4 en 6 gezegd is over bereiksambiguïteit valt weinig meer toe te voegen. Je kunt hierover nog wat lezen in Partee (1975). Daar wordt de meest directe introductie tot PTQ gegeven. Dus als je echt wilt weten hoe een afleiding met semantische objecten van het type $\langle s, e\rangle$ loopt voor de gevallen in § 4.2.1 en § 6.2.1 kijk daar dan.

6.7 Conjunctie en disjunctie

Conjunctie

S9 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_8(\varphi, \psi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_8(\varphi, \psi) = \varphi$ *en* ψ

T9 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$ en $\psi \rightsquigarrow \psi'$, dan $F_8(\varphi, \psi) \rightsquigarrow (\varphi' \wedge \psi')$

Disjunctie

S10 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_8(\varphi, \psi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_9(\varphi, \psi) = \varphi$ *of* ψ

T10 Als $\varphi, \psi \in \mathrm{P_S}$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$ en $\psi \rightsquigarrow \psi'$, dan $F_9(\varphi, \psi) \rightsquigarrow (\varphi' \vee \psi')$

Conjunctie van VPs

S11 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_8(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_8(\gamma, \delta) = \gamma$ *en* δ

T11 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_8(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \lambda x(\gamma'(x) \wedge \delta'(x))$

Disjunctie van VPs

S12 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_9(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_9(\gamma, \delta) = \gamma$ *of* δ

T12 Als $\gamma, \delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_9(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \lambda x(\gamma'(x) \vee \delta'(x))$

Disjunctie van NPs

S13 Als $\alpha, \beta \in \mathrm{P_T}$, dan $F_9(\alpha, \beta) \in \mathrm{P_T}$ en $F_9(\alpha, \beta) = \alpha$ *of* β

T13 Als $\alpha, \beta \in \mathrm{P_T}$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\beta \rightsquigarrow \beta'$, dan $F_9(\alpha, \beta) \rightsquigarrow \lambda U[\alpha'(U) \vee \beta'(U)]$

Er zijn nauwelijks verschillen met de Gamut-versie, behalve de “blow up” tot $\langle s, e\rangle$ in het gebruik van variabelen als x en U en de corresponderende predikaten α, β, γ en δ.

Voorbeeld: *Jan of Marie*
$F_9(Jan,\ Marie) \rightsquigarrow \lambda U[\lambda V.{}^\vee V(^\wedge \mathrm{j})(U) \vee\ \lambda V.{}^\vee V(^\wedge \mathrm{m})(U)]$
$= \lambda U[{}^\vee U(^\wedge \mathrm{j}) \vee\ {}^\vee U(^\wedge \mathrm{m})]$

6.8 Tempus+negatie

S14 Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_{10}(\alpha, \delta) \in \mathrm{P_S}$ en $F_{10}(\alpha, \delta) = \alpha\delta'$, waar δ' ontstaat door het eerste werkwoord te vervangen door zijn ontkennende derde persoon enkelvoudsvorm.

T14 Als $\alpha \in \mathrm{P_T}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{10}(\alpha, \delta) \rightsquigarrow \alpha'(\delta')$ of $F_{10}(\alpha, \delta) \rightsquigarrow \neg\alpha'(^\wedge\delta')$

6.9 Modificatie

Complement-zinnen

S15 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \in P_{\mathrm{IV}}$ en $F_{11}(\delta, \varphi) = \delta\varphi$

T15 Als $\delta \in \mathrm{P_{IV/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \rightsquigarrow \delta'(^\wedge\varphi')$

6.9.1 VP-modificatie

S16 Als $\gamma \in \mathrm{P_{IV/IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en $F_{12}(\gamma, \delta) = \gamma\delta$

T16 Als $\gamma \in \mathrm{P_{IV/IV}}$ en$\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(^\wedge\delta')$

6.9.2 Adverbiale modificatie

S19 Als $\gamma \in \mathrm{P_{IV//IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV}}$ en ...

T19 Als $\gamma \in \mathrm{P_{IV//IV}}$ en $\delta \in \mathrm{P_{IV}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(^\wedge\delta')$

S19’ Als $\gamma \in \mathrm{P_{(IV//IV)/T}}$ en $\delta \in \mathrm{P_T}$, dan $F_{12}(\gamma, \delta) \in \mathrm{P_{IV//IV}}$ en ...

T19’ Als $\gamma \in \mathrm{P_{(IV//IV)/T}}$ en $\delta \in \mathrm{P_T}, \gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$, dan $F_{25}(\gamma, \delta) \rightsquigarrow \gamma'(^\wedge\delta')$

6.9.3 Zinsbepalingen

S20 Als $\delta \in \mathrm{P_{S/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \in \mathrm{P_S}$ en $F_{11}(\delta, \varphi) = \delta\varphi$

T20 Als $\delta \in \mathrm{P_{S/S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P_S}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{11}(\delta, \varphi) \rightsquigarrow \delta'(^\wedge\varphi')$

6.9.4 Adjectieven en adjectiefcomplementen

S17 Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN/CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$, dan $F_{13}(\gamma,\zeta) \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$ en $F_{13}(\gamma,\zeta) = \gamma\zeta$

T17 Als $\gamma \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN/CN}}$ en $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$ en $\gamma \rightsquigarrow \gamma'$ en $\zeta \rightsquigarrow \zeta'$, dan $F_{13}(\gamma,\zeta) \rightsquigarrow \gamma'(^\wedge\zeta')$

S18,n Als $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$, dan $F_{14,n}(\zeta,\varphi) \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}$ en $F_{14,n}(\zeta,\varphi) = [_\zeta\ \zeta\varphi]$

T18,n Als $\zeta \in \mathrm{P}_{\mathrm{CN}}, \varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}, \zeta \rightsquigarrow \zeta', \varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{14,n}(\zeta,\varphi) \rightsquigarrow \lambda x_n(\zeta'(x_n) \wedge \varphi')$

6.10 Enkele nagekomen berichten

Montague gebruikte soms een verschrikkelijke notatie, met name als hij afkortingen gebruikt terwille van de leesbaarheid. Om mildheidsredenen word je daar niet mee lastiggevallen. Maar het kan toch geen kwaad om de belangrijkste hier te noemen, zodat je ze bij de hand hebt, mocht je ooit Montague-achtige artikelen lezen—sommigen gebruiken die conventies namelijk.

a. Bovensterconventie

Als $\alpha \in \textsc{me}_e$, dan is $\alpha^* = \lambda U.^\vee U(^\wedge\alpha)$.

Deze conventie is bekend: zij dient om de individu-bokken te scheiden van de kwantor-schapen.

b. Accoladeconventie

Als $\gamma \in \textsc{me}_{\langle s,\langle a,t\rangle\rangle}$ en $\alpha \in \textsc{me}_a$, dan denoteert γ een eigenschap en is $\gamma\{\alpha\}$ een afkorting voor $[^\vee\gamma](\alpha)$. Hierbij heeft $[\![\alpha]\!]_{M.w.g}$ de eigenschap $[\![\gamma]\!]_{M.w.g}$.

Eén voorbeeld: *een eenhoorn*

een $\rightsquigarrow \lambda V\lambda U.\exists x(V\{x\} \wedge U\{x\})$
eenhoorn $\rightsquigarrow \textsc{eenhoorn}_{\langle\langle s,e\rangle,t\rangle}$
$F_4($*een, eenhoorn*$) \rightsquigarrow \lambda V\lambda U.\exists x(V\{x\} \wedge U\{x\})(^\wedge\textsc{eenhoorn})$
$= \lambda V\lambda U.\exists x(^\vee V(x) \wedge U\{x\})(^\wedge\textsc{eenhoorn})$
$= \lambda U.\exists x(^{\vee\wedge}\textsc{eenhoorn}(x) \wedge U\{x\})$
etc.

Met andere woorden: $\lambda U.U\{^\wedge\mathrm{j}\} = \lambda U.^\vee U(^\wedge\mathrm{j})$.

In Gamut komt deze conventie niet voor. Het is ook handiger om direct $\lambda U.^\vee U(^\wedge\mathrm{j})$ te schrijven dan $\lambda U.U\{^\wedge\mathrm{j}\}$, maar soms kom je de conventie nog tegen. Vandaar.

c. Dakjesconventie

Het is jammer maar waar, Montague was lezersonvriendelijk. Hij voerde twee dakjesconventies in die redelijk gruwelijk zijn:

1. $\lambda \mathrm{v} \ldots = \widehat{\mathrm{v}} \ldots$

Dus in plaats λ voor de variabele v komt er een boogje boven de v. Bijvoorbeeld: *Marie* $\rightsquigarrow \widehat{P}\ .P\{^{\vee}m\}$. Dit wordt door de accoladeconventie weer tot $\widehat{P}\ .^{\vee}P(^{\vee}m) = \lambda P.^{\vee}P(^{\vee}m)$.

2. $^{\wedge}\lambda \mathrm{v} \ldots = \hat{\mathrm{v}} \ldots$.

In plaats van $^{\wedge}\lambda$ voor een variabele v komt er nu een klein dakje boven v te staan. Ook deze schrijfwijzen worden niet veel meer gebruikt, maar je komt ze nog wel tegen. Vandaar$_2$. Let wel v gaat over alle typen van de MG.

6.11 Betekenispostulaten in PTQ

De hieronderstaande 9 postulaten staan alle in PTQ. Ook hun nummering is dezelfde, maar Montague gebruikte $\bigwedge$ voor $\forall$ en $\bigvee$ voor $\exists$, afgezien van nog enkele andere conventies.

MP1 $\exists \mathrm{u} \Box (\mathrm{u} = \alpha)$, waar $\alpha = \mathrm{j, m, b}, \ \ldots$

MP2 $\Box[\delta(x) \Rightarrow \exists \mathrm{u}(x = \ ^{\wedge}\mathrm{u})]$, waar δ de vertaling is van een lid van $\mathrm{B_{CN}}$ uitgezonderd *prijs*, *temperatuur*, etc.

MP3 $\exists M \forall x \Box[\delta(x) \Leftrightarrow \ ^{\vee}M(^{\vee}x)]$, waar δ de vertaling is van een IV behalve *stijgen*, *veranderen*, etc.

NB: IV is van type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle, M$ is $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle)$

MP4 $\exists S \forall x \forall \mathbf{P} \Box[\delta(x, \mathbf{P}) \Leftrightarrow \ ^{\vee}\mathbf{P}(^{\wedge}\lambda y.^{\vee}S(^{\vee}x, ^{\vee}y))]$, waar δ = BEMINNEN, KUSSEN, VINDEN, etc.

NB. Montague noteert dit postulaat als $\ldots \mathbf{P}\{\hat{y} S\{^{\vee}x, ^{\vee}y\}\}]$. Ga zelf na hoe de net behandelde conventies hier in zijn verwerkt.

MP5, 6, en 7 maken de subjectspositie van werkwoorden als *zoeken*, *denken dat* (MP5), *geloven dat*, *beweren dat* (MP6), en *proberen te*, *wensen te* (MP7) extensioneel. Ze hebben dezelfde opbouw, maar verschillen alleen in de eerste variabele.

MP5 $\forall \mathbf{P} \exists M \forall x \Box[\delta(x, \mathbf{P}) \Leftrightarrow \ ^{\vee}M(^{\vee}x)]$, waar δ de vertaling is van *zoeken*, *bedenken*, etc.

MP6 $\forall p \exists M \forall x \Box[\delta(x, p) \Leftrightarrow \ ^{\vee}M(^{\vee}x)]$, waar δ de vertaling is van *denken dat*, *geloven dat*, etc.

MP7 $\forall X \exists M \forall x \Box[\delta(x, X) \Leftrightarrow \ ^{\vee}M(^{\vee}x)]$, waar δ de vertaling is van *proberen te*, *wensen te*, *hopen te*, etc.

In PTQ scheidt MP8 extensionele voorzetsels als *in*, *op*, etc. van intensionele voorzetsels zoals *over* in *praten over*.

MP8 $\exists G \forall \mathbf{P} \forall X \forall x \Box[\delta(\mathbf{P})(X)(x) \Leftrightarrow\ {}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda y[[{}^{\vee}G]({}^{\vee}y)(X)(x)])]$, waar $\delta = $ OP, IN, TE, etc.

(Vgl. op p.326 de Gamut–versie)

MP9 $\Box[\text{ZOEKEN}(x, \mathbf{P}) \Leftrightarrow \text{PROBEREN}(x, {}^{\wedge}[\text{VINDEN}(\mathbf{P})])]$,

6.12 Type-aanpassingen

6.12.1 Inleiding

Een nu algemeen erkend probleem met de Montague-grammatica zoals die is ingericht op basis van PTQ, is dat er op belangrijke plekken sprake is van "overkill" om een bepaalde generalisatie te maken. Er zijn er drie:

- de meerderheid van de transitieve werkwoorden is extensioneel voor het interne argument, maar ze worden ingericht alsof ze intensioneel zijn. M.a.w. *kussen* wordt gemodelleerd op *zoeken*.
- een NP als *Marie* is een eigennaam. Intuïtief denoteren eigennamen individuen. Toch worden ze behandeld als kwantoren.
- Hiermee samenhangend: bij Montague wordt de VP behandeld als argument, terwijl in zeer gevallen (zoals *Marie wandelde*) het veel "natuurlijker" zou zijn de VP te zien als het predikaat.

Er is nog een probleem: de PTQ-regels zijn teveel toegespitst op individuele gevallen. Zo zijn er telkens aparte regels nodig, bijvoorbeeld voor de verschillende soorten van conjunctie en disjunctie in § 3.7. In het nu volgende bespreken we kort enige samenhangende oplossingen voor de oplossing van het "onnatuurlijkheidsprobleem". Daarbij wordt geput uit Partee (1987), Partee (1993), Partee & Rooth (1983). met op de achtergrond ook Keenan en Faltz (1985), en het werk van Gazdar (o.a. 1980) en recenter Hendriks (1993) en Winter (1995;1996).

6.12.2 Gegeneraliseerde conjunctie

We zagen in § 3.7 dat semantisch gesproken steeds dezelfde manoeuvre werd uitgehaald: de te conjugeren elementen werden ingebed in een propositionele omgeving. Bij Montague heb je steeds verschillende S- en T-regels nodig, maar er is een manier om dat in één keer te doen: gegeneraliseerde conjunctie op basis van de onderliggende typenlogica. Dit werkt als volgt. Allereerst wordt gekapitaliseerd op het feit dat uitdrukkingen van het type $\ldots t\rangle$ altijd een propositie denoteren. Men kan nu het begrip 'conjugeerbaar type' vastleggen:

1. t is conjugeerbaar;
2. als b conjugeerbaar, dan $\langle$a,b$\rangle$ ook.

Op basis hiervan kan worden gegeneraliseerd door *en* te vertalen als $\sqcap$ met de volgende semantiek

Definitie:

1. voor type $t, \sqcap = \wedge$;
2. voor γ, γ' van type ⟨a,b⟩ en α van type a, $[\gamma \sqcap \gamma'](\alpha) = \gamma(\alpha) \sqcap \gamma'(\alpha)$.

Hiermee wordt in één recursieve klap alle vormen van conjunctie verantwoord. Ga maar na:

$F_8(\textit{wandelen, zingen}) \rightsquigarrow \text{WANDELEN} \sqcap \text{ZINGEN}$
$= \lambda \text{y.WANDELEN(y)} \sqcap \lambda \text{z.ZINGEN(z)}$, want $\alpha_{\langle \text{a},t\rangle} = \lambda v.\alpha(v)$ met v van type a.
$= \lambda \text{x}[\lambda \text{y.WANDELEN(y)} \sqcap \lambda \text{z.ZINGEN(z)}](\text{x})$, want $\lambda \text{y.WANDELEN(y)} \sqcap \lambda \text{z.ZINGEN(z)}$ is van type $\langle e, t\rangle$.
$= \lambda \text{x}[\lambda \text{y.WANDELEN(y)(x)} \sqcap \lambda \text{z.ZINGEN(z)(x)}]$, door conditie 2 in de Def.
$= \lambda \text{x}[\text{WANDELEN(x)} \sqcap \text{ZINGEN(x)}]$, door λ-conversie

Nadat dit toegepast is op bijv. m, ontstaat $\text{WANDELEN(m)} \sqcap \text{ZINGEN(m)}$ en dit wordt omdat het van type t is: $\text{WANDELEN(m)} \wedge \text{ZINGEN(m)}$.
Dit is wat ingewikkelder dan in een Montague-afleiding, maar er worden zoals gezegd nu meer gevallen gedekt door dezelfde regel (Bovendien hoef je dit soort equivalenties nu maar één keer vast te leggen). Bij NPs kom je in een situatie terecht gedemonstreerd in het voorbeeld onder S13/T13 waar F_9 er voor zorgt dat de door λX gebonden X de Y-variable onder conversie vervangt. Dat voorbeeld laat overigens ook zien dat er geheel analoog ook sprake is van gegeneraliseerde disjunctie op basis van $\sqcup$. Ga dit zelf na aan de hand van een voorbeeld uit Partee (1993), maar hier aangepast voor disjunctie van het type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$.

$F_9(\textit{mooi, lelijk}) \rightsquigarrow \text{MOOI} \sqcup \text{LELIJK}$
$= \lambda \text{Y.MOOI(Y)} \sqcup \lambda \text{Z.LELIJK(Z)}$, want $\text{MOOI} = \lambda \text{Y.MOOI(Y)}$, cf. § 2.5.4.
$= \lambda \text{X}[\lambda \text{Y.MOOI(Y)} \sqcup \lambda \text{Z.LELIJK(Z)}](\text{X})$, analoog aan afleiding hierboven.
$= \lambda \text{X}[\lambda \text{Y.MOOI(Y)(X)} \sqcup \lambda \text{Z.LELIJK(Z)(X)}]$, conditie 2 van Def.
$= \lambda \text{X}[\text{MOOI(X)} \sqcup \text{LELIJK(X)}]$, λ-conversie
...
$= \lambda \text{X}[\lambda \text{x}(\text{MOOI(X)(x)} \sqcup \text{LELIJK(X)(x)})]$

Ga na dat dit nog steeds van het type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ is. Vóór de lijn met de punten eindigt de derivatie met binnen de twee haken twee geconjungeerde $\langle e, t\rangle$-constituenten. Op de punten vindt hetzelfde plaats als wat hier vlakboven met *wandelen en zingen* gebeurde, want beide conjuncten zijn nu van het type $\langle e, t\rangle$.

6.12.3 Eigennamen en kwantoren

Zoals besproken in § 2.5.6 introduceerde Montague de ophogingsoperatie om eigennamen en kwantoren op één lijn te krijgen: *Marie* is "eigenlijk", d.w.z. intuïtief, van type e, maar omdat *Marie* in veel conteksten kan worden opgevat als een kwantor-NP is *Marie* ook van type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$. De lift-operatie is categoriaal gemotiveerd. Het is een ophoging ($\Uparrow$), in de zin van eenvoudiger naar complexer type. Merk op dat de ophoging niet empirisch wordt gemotiveerd: in het Nederlands bestaat niet een categorie van het type $\langle e, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$. Het is echter niet uit te sluiten dat er talen zijn waarin dat wel het geval is. Zo zijn er talen zonder lidwoorden, dus in dat geval zou bij interpretatie van een substantief, zeg *pismo*, als de NP 'een brief' een lift-operatie van $\langle e,t\rangle$ naar $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ moeten worden aangenomen. In het Nederlands hebben we het lidwoord *een* van het type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$ en daarmee sparen we een ophogingsoperatie uit. De noodzaak van een ophogingsoperatie voor het Russische *pismo* kan dus worden gemotiveerd door haar te koppelen aan het bestaan van een lidwoord in andere talen.

Terugkerend naar Montague's behandeling van eigennamen, zien we dat in PTQ NPs met een *, na reductie, van het type e worden. De bovenster scheidt de eigennamen van de "echte" kwantoren, zoals *elke vrouw*, *een man*, etc. door het effect van de ophoging bij eigennamen teniet te doen. Zo worden *Marie* en *elke vrouw* toch van elkaar onderscheiden (*Marie* wel e, *elke vrouw* niet e), terwijl ze ook tot hetzelfde type, nl. $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ behoren. Deze bovensterconventie blijft in Gamut op de achtergrond.

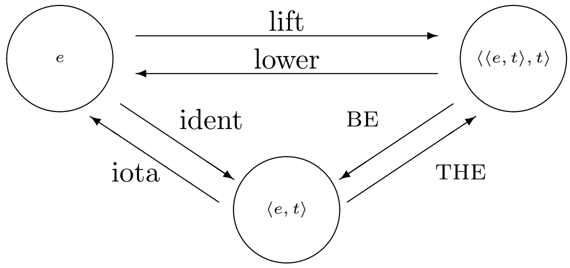
Marie $\rightsquigarrow$ m*	T1
wandelen $\rightsquigarrow$ WANDELEN	T1
F_1(*Marie, wandelen*) $\rightsquigarrow$ m*(WANDELEN)	T2
$= \lambda$Y.Y(m)(WANDELEN)	bovensterconventie
...	
= WANDELEN(m)	

De ophoging van e naar $\langle\langle e,t\rangle t\rangle$ is een logisch geldige en staat als zodanig los van het empirische criterium dat gebruikt wordt om de ophoging linguïstisch te rechtvaardigen. Logici schuwen type-ophogingen niet om het regelsysteem sluitend te krijgen, maar het empirisch geweten van logisch-linguïsten is wat sneller belast: ze willen liefst concreet (zichtbaar) taalmateriaal om de type-aanpassingen te rechtvaardigen. Een van die middelen is conjunctie:

(6.1) *a.* Marie en alle kinderen kwamen binnen. Ze waren opgewonden
b. Marie en de koning kwamen binnen. Ze waren vermoeid
c. Marie vindt Jan competent en een autoriteit op dat gebied.

Het idee achter deze conjunctietest is: conjunctie betreft altijd twee evenwaardige conjuncten. Typenlogisch vertaald: conjuncten moeten van hetzelfde type zijn. De NP *alle kinderen* in (6.1a) is van het type $\langle\langle e,t\rangle t\rangle$. Om evenwaardigheid te krijgen werd in PTQ *Marie* ook ingevoerd als van het type $\langle\langle e,t\rangle t\rangle$ waarna reductie tot type e plaatsvond.

Toch is ook hier sprake van "overkill". Zin (6.1b) gaat over twee individuen die binnenkomen en waarom zou zich dat niet kunnen afspelen op e-niveau? Dat kan alleen als sommige kwantor-NPs ook als e kunnen worden geïnterpreteerd. Na PTQ zijn daar regels voor ontwikkeld. Partee (1987) bijvoorbeeld heeft de fraaie typeshiftdriehoek in Figuur 6.1 gemaakt waarmee een oplossing wordt aangereikt voor het probleem dat veroorzaakt wordt door zinnen als (6.2).



Figuur 6.1: *De liftdriehoek van Partee*

(6.2) *a.* De koning treedt binnen. Hij leek vermoeid.
b. Louis is de aardigste koning.
c. Alle presidenten en de koning kwamen binnen.

In (6.2a) is het gerechtvaardigd om *de koning* van type e te laten zijn: vgl. **Elke man kwam binnen. Hij leek vermoeid*). Het idee is dat het pronomen *hij* verwijst naar een e-antecedent. In (6.2b) kan *de koning* het beste worden opgevat als van $\langle e,t\rangle$, in (6.2c) als van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. Op soortgelijke wijze wordt (6.1c) behandeld: *competent* is van het type $\langle e,t\rangle$, dus òf het adjectief wordt opgehoogd tot $\langle\langle e,t\rangle t\rangle$, of er vindt type-verlaging plaats. Het laatste is empirisch te verkiezen.
Partee zegt: alle NPs kunnen in principe variëren over meer dan één type. Sommige NPs kunnen een e-interpretatie hebben, en allemaal een $\langle e,t\rangle$- en een $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$-interpretatie. Deze bewering wordt op dit ogenblik vrij algemeen aanvaard.
Enkele toepassingen van Figuur 6.1:

koning	KONING	$\langle e,t\rangle$
de koning	THE$_{\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle}$ ($_{\langle e,t\rangle}$KONING)	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$
de koning	lower$_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,e\rangle}$(the(KONING))	e

koning	KONING	$\langle e,t\rangle$
de koning	iota$_{\langle\langle e,t\rangle,e\rangle}$($_{\langle e,t\rangle}$KONING)	e
de koning	lift$_{\langle e,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle}$($_e$iota(KONING))	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$
de koning zijn	BE$_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$(lift(iota(KONING)))	$\langle e,t\rangle$

koning	KONING	$\langle e,t\rangle$
de koning	THE(KONING)	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$
de koning zijn	BE(THE(KONING))	$\langle e,t\rangle$

koning	KONING	$\langle e,t\rangle$
de koning	iota(KONING)	e
de koning zijn	ident$_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$(iota(KONING))	$\langle e,t\rangle$

De vraag is natuurlijke welke empirische argumenten er voor de semantische verbanden zijn. Interessant is de hardheid van de conjunctietest. Interessant is ook te zien dat constituenten met een $\langle a,b\rangle$-typering in feite type-veranderingen teweeg brengen in hun input. Zoals opgemerkt kan een determinator worden gezien als een

operator die een ophoging van een $\langle e, t\rangle$- naar een $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$-constituent ten gevolge heeft. De vraag wordt daarmee in hoeverre abstracte operatoren van het type $\langle a, b\rangle$ mogen worden aangenomen om type-aanpassingen te verrichten.
De mogelijkheid van een bepaald type tot verschillende type-interpretaties afhankelijk van de contekst waarin hij voorkomt (en daarmee van type-veranderende operatoren), heet *polymorfisme*.

6.12.4 De VP als predikaat en als argument

Als het subject van de zin van type e is, is het predikaat van type $\langle e, t\rangle$. Dit zagen we al in Hoofdstuk 1 bij de standaard eerste orde predikatenlogica. Montague veranderde het een en ander: hij maakte de VP tot argument van de kwantoruitdrukking. Er zijn twee methoden om de traditionele analyse weer terug te krijgen: met behulp van de type-veranderende mechanismen die hierboven zijn besproken, of door net als Bach (1980) aan te nemen dat het tempus de VP van een (nog) hoger type maakt dan de subject NP: de VP wordt dan van het type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, t\rangle$. De eerste strategie waarin eigennamen via de driehoek tot type e worden herleid, lijkt natuurlijker. Veel hangt af van de vraag hoe systematisch lagere typen zich verhouden tot hogere. M.a.w. als e zich systematisch verhoudt tot $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$, zou ook een parallellie denkbaar zijn tussen $\langle e, t\rangle$ en $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, t\rangle$. Dergelijke typenlogische exercities zijn hier niet aan de orde. Zie echter Van Benthem (1986).

6.13 Literatuur

Barwise, J. & R. Cooper (1981), 'Generalized Quantifiers and Natural Language'. In: *Linguistics and Philosophy 4*, 159–219.

Bennett, M. R. (1975), *Some Extensions of a Montague Fragment of English.* IULC.

Delacruz, E.B. (1976), Factives and Proposition Level Constructions in Montague Grammar. In: Barbara Partee (ed.), *Montague Grammar.* Academic Press: New York 1976, 177–199.

Dowty, D.R. (1979), *Word meaning and Montague grammar. The Semantics of Verbs and Times in Generative Semantics and in Montague's PTQ.* Reidel: Dordrecht.

Dowty, D.R., R.E. Wall & S. Peters (1981), *Introduction to Montague Semantics.* Reidel: Dordrecht.

Gamut, L.T.F. (1991), *Logic, Language and Information.* Vol I: Introduction to Logic. Volume II: Intensional Logic and Logical Grammar. Chicago University Press.

Halvorsen, P–K. & W.A. Ladusaw (1979), 'Montague's 'Universal Grammar': An Introduction for the Linguist'. In: *Linguistics and Philosophy* 3, 185–223.

Hendriks, H. (1993), *Studied Flexibility. Categories and Types in Syntax and Semantics.* ILLC-Diss. Series 1993-5.

Janssen, T.M.V. (1983), *Foundations and Applications of Montague Grammar.* Dissertation Amsterdam.

Montague, R. (1974), *Formal Philosophy; Selected Papers of Richard Montague.* Edited and with an introduction by Richmond H. Thomason. Yale UP, London/New Haven.

Moortgat, M. (1988) *Categorial Investigations. Logical and Linguistic Aspects of the Lambek Calculus.* GRASS 9. Foris: Dordrecht.

Morrill, G. V. (1994), *Type Logical Grammar. Categorial Logic of Signs.* Kluwer Academic Publishers.

Partee, B.H. (1975), 'Montague Grammar and Transformational Grammar'. In: *Linguistic Inquiry* 6, 203–300.

Partee, B.H. (1987), 'Noun Phrase Interpretation and Type-Shifting Principles'. In: J.G. Groenendijk, D. de Jongh en M. Stokhof (eds.), *Studies in Discourse Representation Theory and the Theory of Generalized Quantification.* GRASS 7. Dordrecht: 115-144.

Partee, B.H. (ed.)(1976), *Montague Grammar.* Academic Press, New York etc.

Partee, B.H., A. ter Meulen & R.E. Wall (1990), *Mathematical Methods in Linguistics.* Kluwer: Dordrecht.

Zie verder literatuur genoemd in Gamut. Ook: jaargangen van *Linguistics and Philosophy*, de GRASS–serie van Foris en de SLAP–serie van Kluwer.

Hoofdstuk 7

Vragen en opdrachten

Hoofdstuk 1

§ 1.2

1. Maak op de wijze van (1.7c) een afleiding van zin (1.8c) *Jan kust elke vrouw*.

2. Maak op dezelfde wijze een afleiding van zin (1.9).

3. Maak ook een afleiding van de zinnen (1.10a) en (1.10b). Denk om de juiste inbedding van de twee metatalige uitdrukkingen 'er is minstens ...' en 'voor alle ...'' in elkaar.

4. Vertaal *Jan kust de vrouw niet* met behulp van $\iota x.\text{VROUW}(x)$.

5. Maak een afleiding van de zin *Jan kust de vrouw* met behulp van regel h' op **??**.

§ 1.3

6. Vertaal *Ed ontmoette de burgemeester van Amsterdam* op basis van de parafrase Ed ontmoette iemand die de burgemeester van Amsterdam was. Geef de basiseenheden van de vertaling steeds aan.

7. Geef aan waarom je *een denkbeeldige bal* niet mag vertalen op de wijze van *een blauwe bal*.

§ 1.4

8. Bereken het type van $f(\text{T})$ en $f(\text{TV})$ op grond van de definitie van f in PTQ.

9. In de tabel op pagina 13 staat een kolom met de categoriale aanduidingen van taalkundige categorieën, met daarachter het logische type en de categoriaal-syntactische PTQ-categorie. In de tekst erboven staan enkele voorbeelden van vertalingen, net als in de voorafgaande oefening. Maak nu soortgelijke omzettingen van IV/T, van IV/IV, van IAV/T en van IV//IV op de wijze van Gamut. Doe IAV/T ook op de wijze van PTQ.

Hoofdstuk 2

De onderstaande tabel wordt gebruikt bij een aantal van de oefeningen hieronder.

Variabele	Constante	Nederlands	Type
x,y,z	j, m, 2	Jan, Marie,twee	e
X,Y,Z	W, K, P,	wandelen, kleur, praten,	
	M, V, G	man, vrouw, gezond	$\langle e,t\rangle$
–	B, L, R	bewonderen, leuker dan, rijden naar	$\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$
–	D, T	aanbevelen aan, staan tussen	$\langle e,\langle e,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$
$\mathcal{X},\mathcal{Y},\mathcal{P},\mathcal{Q}$	$\mathcal{K},\mathcal{M}$	Marie, Jan, een kleur, elke vrouw	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$
–	F, S	mooi, snel	$\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$
p,q	–	Marie wandelt, Jan kust een vrouw	t
–	$\neg$	niet	$\langle t,t\rangle$
–	$\wedge,\vee$	en, of	$\langle[t,t],t\rangle$

Schema 1

$\langle[t,t],t\rangle$ is een informele notatie voor een tweeplaatsfunctie die twee proposities neemt om er een samengestelde van te vormen.

§ 2.1

1. Van welk type is α als de hele uitdrukking van type β is, gegeven de hierboven gemaakte afspraken. Laat de berekening steeds zien, bijv. door de typen als subscripten te noteren, en/of door accolades te gebruiken.

a.	$\exists$x(α(S(G)) $\wedge$ P(x))(W)	$\beta = t$
b.	$\neg\alpha(m)(j)$	$\beta = t$
c.	α(F(V))	$\beta = \langle\langle e,t\rangle,t\rangle$
d.	$\mathcal{M}$(G)$\alpha\exists\mathcal{X}[\mathcal{X}$(Z) $\vee$ $\mathcal{X}$(Y)]	$\beta = t$
e.	$\alpha(\beta(j)(m)(m))$	$\beta = \langle e,\langle e,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$

§ 2.2

2. Geef van de volgende zinnen het type van het predikaat en de daarbij behorende argumenten. Noteer dit als in het nu volgende voorbeeld: Liggen_tussen$_\delta$, Amsterdam$_\alpha$, etc., met α, δ typen. Volg voor de type-aanduiding de in § 2.1 gebruikte karakteriseringen en die welke worden aangegeven op de blzz. 17 en 18. M.a.w. bepaal zelf "op je gevoel" of iets een individu is of van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$.

a. Amsterdam ligt tussen Zaanstad en Abcoude.
b. Jan bewondert Marie.
c. Blauw is een helderder kleur dan deze kleur.
d. 3 komt voor 4.
e. Lopen ligt tussen kruipen en rennen.

3. Maak een notatieconventie voor *liggen tussen* om de eerste orde predikaatlogische notatie ervan aan te passen aan de typenlogische notatie.

4. Welk typenlogisch bezwaar kun je hebben tegen een zin als: *Rood is een kleur en mooi*? Hoe zou je *Rood is mooi* kunnen behandelen?

5. Geef de problemen aan met de typenlogische karakterisering van *Jan wandelt of rijdt naar Marie.* Hoe ga je ze oplossen?

§ 2.3

6. Gegeven het behandelde model **M**, bepaal de waarheidswaarde van de volgende zinnen:

a. Bert staat niet tussen Marie en Jan.
b. De echtgenote van Jan of Bert zingt.
c. Jan rijdt naar Bert.
d. De opgewekte vrouw is leuker dan de handelende man.
e. De echtgenote van Bert maakt grappen.

Als je aanpassingen moet maken, stipuleer dan type-veranderingen met behulp van besproken typen. Maak een afleiding en test de uitkomst ervan aan het model.

7. Vertaal de volgende zinnen in typen-logische formules: Voeg indien nodig verzamelingen of relaties toe aan de modelstructuur van § 2.3.5. en specificeer de bijbehorende predikaten.

a. Marie zingt mooi en Dirkje zingt niet.
b. De echtgenote van Bert is leuker dan de echtgenote van Jan.
c. Marie beveelt Bert en Dirkje aan bij Jan.
d. Jan bewondert de niet-opgewekten.
e. Dirkje staat tussen Bert en Marie.

8. Interpreteer de volgende zinnen in een afleiding. Ga na of deze zinnen waar zijn in het model.

a. Marie is opgewekt of ze zingt.
b. Alle rumoerigen maken grappen.
c. Minstens éém rumoerige maakt grappen.

§ 2.4
9. Neem aan dat in het model van § 2.3 de interpretatie van de NP *een wandelaar* als volgt is gedefinieerd: $[\![\textit{een wandelaar}]\!] = \{X \subseteq \mathbf{D}_e | [\![\mathrm{W}]\!] \cap X \neq \emptyset$ (vgl. de twee definities aan het begin van § 2.4.3). Definieer de functie $f_{[\![\text{een W}]\!]}$ en spel haar uit in het model **M**. Maak een tekening à la Figuur 2.2 waarin je de tot de kwantor behorende verzamelingen scheidt van de er niet toe behorende verzamelingen.

§ 2.5
10. Vertaal in EL:

De muis links of rechts klikken leidt niet tot een opdracht

Geef de vertaalsleutel! Hou deze van het abstractieniveau van Hoofdstuk 2, dus zoals Gamut II bijvoorbeeld in oefening 8 op pagina 108. Je mag dus bijv. *de muis* als m noteren, en *tot een opdracht leiden* mag je ook als één letter schrijven etc. Belangrijk is natuurlijk wel de type-aanduiding per gekozen letter en ook dat je λ-abstractie gebruikt.
11. Van welk type is α als de hele uitdrukking van type β is, gegeven de hierboven gemaakte afspraken. Laat de berekening steeds zien, bijv. door de typen als subscripten te noteren, en/of door accolades te gebruiken.

a.	$\lambda X\exists x(\alpha(S(X)) \wedge P(x))(W)$	$\beta = t$
b.	$\lambda x(\alpha(\lambda y(W(y) \wedge W(x))))$	$\beta = \langle e, \langle e, t\rangle\rangle$
c.	$\lambda x\alpha(\lambda y(x = y))$	$\beta = \langle e, t\rangle$
d.	$\lambda p(\neg p)(\alpha(m)(m))$	$\beta = t$
e.	$\lambda\alpha\lambda x(\alpha(\lambda y.B(y)(x)))$	$\beta = \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
f.	$\lambda z\lambda y\lambda x(\alpha(z)(y)(x))$	$\beta = \langle e, \langle e, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$
g.	$\lambda z\lambda y\lambda x(\alpha(x))$	$\beta = \langle e, \langle e, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$
h.	$\lambda\mathcal{Y}\exists x[V(x)\alpha\mathcal{Y}(\lambda x.G(x))]$	$\beta = \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, t\rangle$
i.	$\alpha(\lambda\mathcal{Y}\lambda\mathcal{X}\exists X[\mathcal{Y}(X) \wedge \mathcal{X}(X)](\mathcal{K})(\mathcal{M}))$	$\beta = t$
j.	$(\alpha\lambda\mathcal{Y}\lambda\mathcal{X}\exists X[\mathcal{Y}(X) \wedge \mathcal{X}(X)])(\mathcal{K})(\mathcal{M})$	$\beta = t$
k.	$\lambda X\lambda\mathcal{P}.\exists W\forall x[[W(x) \rightarrow X(x)] \wedge \alpha(X)(W) \wedge \mathcal{P}(W)](V)$	$\beta = \langle\langle\langle e, t\rangle, t, \rangle t\rangle$
l.	$\lambda X[\alpha(\mathcal{K}) = \lambda x.X(x)(j)]$	$\beta = \langle\langle e, t\rangle, t\rangle$
m.	$\alpha(\mathcal{M}(K))(W) = \lambda\mathcal{Q}.\mathcal{Q}(\lambda x.x = j)(\mathcal{K})$	$\beta = t$
n.	$\alpha(\lambda\mathcal{X}.\mathcal{X}(\lambda x.U(x))(\mathcal{M})) = \beta$	$\beta = t$

12. Converteer de volgende uitdrukkingen met behulp van de in § 2.5.3 gegeven basisregel. Voor het gemak staan er geen predikaatletters, maar worden de predikaten uitgeschreven. Denk aan de alfabetische variantie! Probeer eerst vast te stellen wat de te converteren uitdrukking betekent.

a. $\lambda Y.Y(j)(\lambda z.\text{KUSSEN}(z, m))$
b. $\lambda X\forall x[\text{VROUW}(x) \rightarrow X(x)](\lambda x.\text{KUSSEN}(x)(j))$
c. $\forall z[\text{MAN}(z) \rightarrow \lambda x.\text{LEUKER ZIJN DAN}(j, x)(z)]$
d. $\lambda X\exists y[\text{MAN}(y) \wedge X(y)](\lambda x.\text{KUSSEN}(m)(x))$
e. $\exists y[\text{GEZOND}(y) \wedge \lambda x.\text{BEWONDEREN}(x)(d)(y)]$
f. $\lambda Y.Y(j)(\text{BEWONDEREN}(\lambda X.\exists x[\text{VROUW}(x) \wedge X(x)]))$
g. $\text{KUSSEN}(\lambda X.\exists x[\text{VROUW}(x) \wedge X(x)])(j)$
h. $\lambda X\exists x[\text{VROUW}(x) \wedge X(x)](\lambda y.\text{KUSSEN}(j, y))$
i. $\exists x[\text{VROUW}(x) \wedge \lambda y.\text{KUSSEN}(j, y)(x)]$

Geef hierbij ook de typenlogische karakterisering van de (delen van de) resulterende uitdrukking. N.B. soms is NC 1 wel toegepast, soms niet. Dat maakt voor de oefening niet uit en het bereidt voor op wat in Hoofdstuk 3 komen gaat.

13. Neem aan dat het predikaat Le staat voor de relatie 'Leuker dan' in § 2.3.5. Converteer dan de volgende formule:

$\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y Le(y)(x))\lambda X[\lambda Y.Y(m) \wedge \lambda Z.Z(j)(X))$

en maak de afleiding af. NB. Onderster e.d. is hier niet nodig.

14. Je neemt als uitgangspunt de zin:

15. De zin *Twee vrouwen praten* heeft de volgende syntactische structuur:

(i) $[_S[_{NP}[_{Det}[_{Lidw}\text{ø}][_{Telw}\text{twee}]][_N\text{vrouwen}]]\ [_{VP}\text{praten}]]$

Breid de lijst van afspraken in Schema 1 uit met de volgende:

Variabele	Constante	Type
D	ø	$\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$
–	$R_\cap$	$\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, e\rangle\rangle$

Merk op dat $\mathrm{R}_\cap(\beta)(\alpha) = \mathrm{k}$ een uitspraak is van het type t! Ga dit na. Interpreteer het predikaat $\mathrm{R}_\cap$ (informeel) als een tweeplaats predikaat dat toegepast op β en daarna op α de cardinaliteit $\mathrm{k} = |\mathrm{I}(\beta) \cap \mathrm{I}(\alpha)|$ oplevert.
In EL kan men zeggen dat de vertaling van het lege lidwoord ø de vertaling van het telwoord *twee* neemt om ø(*twee*) te vormen, dat de vertaling van *vrouwen* neemt om de NP-structuur (ø(*twee*))(*vrouwen*) te vormen, waarvan de interpretatie wordt toegepast op die van *praten*. De volgende vertalingen van het Nederlands naar EL worden gegeven:

ø $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{D}\lambda \mathrm{Z}\lambda \mathcal{P}.\exists \mathrm{U}\forall \mathrm{x}[[\mathrm{W}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{Z}(\mathrm{x})] \wedge \mathrm{D}(\mathrm{Z})(\mathrm{U}) \wedge \mathcal{P}(\mathrm{W})]$
twee $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{R}_\cap(\mathrm{Y})(\mathrm{X}) = 2$
vrouw $\rightsquigarrow$ VROUW
praten $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\forall \mathrm{y}[\mathrm{X}(\mathrm{y}) \rightarrow \mathrm{P}(\mathrm{y})]$.

Met dit alles als gegeven, kun je een afleiding maken op basis van (i). Om je op weg te helpen:

(ii) $(\lambda \mathrm{D}\lambda \mathrm{Z}\lambda \mathcal{P}.\exists \mathrm{U}\forall \mathrm{x}[[\mathrm{U}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{Z}(\mathrm{x})] \wedge \mathrm{D}(\mathrm{Z})(\mathrm{U}) \wedge \mathcal{P}(\mathrm{U})](\lambda \mathrm{X}\lambda \mathrm{Y}.\mathrm{R}_\cap(\mathrm{Y})(\mathrm{X}) = 2)$
$(\mathrm{VROUW}))(\lambda \mathrm{X}.\forall \mathrm{y}[\mathrm{X}(\mathrm{y}) \rightarrow \mathrm{P}(\mathrm{y})])$

Dit ziet er formidabel uit, maar het valt erg mee. De formule heeft als grondstructuur: $(\mathrm{R}_\cap(\beta))(\alpha)$. Begin met ø toe te passen op zijn argument, pas lambdaconversie toe tot je niet meer verder kunt. Neem dan de volgende stap door de resulterende uitdrukking nogmaals op te schrijven en schrijf dan de vertaling van *vrouw* tussen haakjes erachter zodat je weer in het formaat van functie-argumentstructuur ben-t. Pas weer lambda-conversie toe etc., tot je de laatste niet-lambdaconverteerbare formule hebt bereikt.

16. Vul de α uit de lijst a t/m n in Oefening nr. 1 van § 2.1 in met een correcte constante of variabele. Interpreteer vervolgens de gegeven uitdrukkingen volgens de procedure uitgelegd in § 2.5.4.

17. Converteer de volgende EL-uitdrukkingen met betrekking tot **M**:

a. $\lambda \mathrm{x}\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x})(\mathrm{j})(\mathrm{O})$
b. $\lambda \mathrm{y}\lambda \mathrm{x}.\mathrm{T}(\mathrm{y})(\mathrm{m})(\mathrm{x})(\mathrm{d})(\mathrm{j})$

en interpreteer vervolgens de resulterende proposities in **M**. Maak gebruik van Notatieconventie NC1′ $\delta(\alpha,\beta,\gamma) \Leftrightarrow \delta(\gamma)(\beta)(\alpha)$.

18. Interpreteer met het oog op het behandelde in § 2.5.4 $\lambda \mathrm{X}\lambda \mathrm{x}.\neg \mathrm{X}(\mathrm{x})(\mathrm{G})(\mathrm{b})$ in het model **M**.

19. In § 2.5.5 werd $\lambda \mathrm{X}.\mathrm{S}(\mathrm{X})(\mathrm{W})$ geïnterpreteerd. Geef $[\![\lambda \mathrm{X}.\mathrm{S}(\mathrm{X})(\mathrm{m})(\mathrm{W})]\!]$.

20. Je wilt een systematisch typenlogisch verband leggen tussen *rusten* en *uitrusten*. Hoe zou je je de typenlogische karakterisering van *uit-* aanpakken?

21. Je wilt een systematisch typenlogisch verband leggen tussen *–(t)je* in *cadeautje* en *klein*. Hoe doe je dat?

22. Maak gegeven het model in § 2.3 een afleiding van de zin *De oudste is de rumoerigste*. Maak daarbij gebruik van regel d van Definitie 4 in § 2.3.3.

23. Het model in § 2.3 bevat een aantal tweeplaatspredikaten. Geef aan hoe je daaruit eenplaatspredikaten als *gekusten*, *jongste*, *bewonderaars* construeert.

24. In § 2.3.5 staat een modelbeschrijving. Nemen we aan dat de reeds bestaande vertaalafspraken worden uitgebreid met de volgende: I(Gr) = G, I(Le) = L en I(Ee) = E. Interpreteer de volgende zinnen via EL met betrekking tot **M**:

a. Marie zingt of ze maakt grappen.
b. Alle mannen zijn grappenmakers.
c. Geen vrouw is leuker dan een opgewekte man.

Vertaal dus eerst de drie zinnen in EL en interpreteer vervolgens de ontstane formules.

25. Converteer met behulp van de gemaakte afspraken de volgende EL-uitdrukkingen:

a. $\lambda x \lambda X.X(x)(j)(Gr)$
b. $\lambda y \lambda x.Ee(y)(x)(b)(j)$

en interpreteer de resulterende proposities in **M**.

26. Interpreteer de EL-uitdrukkingen in **M**:

a. $\lambda y.Ee(y)(m)(j)$
b. $\lambda x.\exists y Le(x)(y)(j)$

27. We construeren een nieuw model in: $\mathbf{M}_{\mathrm{kh}}$. Er zijn drie individuen in $\mathbf{D}_e$: Beatrix, Irene, Margriet. Andere feiten die de modelstructuur bepalen zijn vastgelegd door de volgende ware uitspraken:

a. Beatrix is koningin.
b. Irene en Margriet zijn prinses.
c. Beatrix is ouder dan Irene en Margriet.
d. Irene is ouder dan Margriet.
e. Beatrix houdt van Margriet.
f. Margriet houdt van Irene.
g. Beatrix houdt van Irene.
h. Irene houdt niet van Beatrix.

Opdracht: specificeer het model als volgt:

1. geef constanten, variabelen en predikaatsconstanten die je gebruikt.

2. geef de semantische objecten die door I met de constanten corresponderen.

3. geef in de vorm van afleidingen de interpretaties van de volgende drie zinnen en maak duidelijk of de zinnen waar zijn in $\mathbf{M}_{\mathrm{kh}}$:

   (a) $\forall x \exists y[P(x) \rightarrow O(y)(x)]$

   (b) $\exists x[P(x) \wedge H(x)(i)]$

   (c) $\lambda X.\neg X(b)(P) \vee \lambda x \exists y[P(y) \wedge \neg H(x)(y)](b)$

N.B. Denk aan Notatieconventie 1. Doe het op de wijze van de keurige boekhouder.

28. Stel dat je besluit om *en* op te vatten als van het categoriale type ((t/t)/t). Teken een categoriale boom voor:

(i) niet(p en q).

Geef commentaar op de stelling dat *en* in (i) door deze categoriale typering kan worden opgevat als een tweeplaatspredikaat, waarop NC1 van toepassing is.

29. Stel dat we ((t/t)/t) veranderen in ((t\t)/t) Geef aan hoe je in dat geval de derde f-regel van Gamut zou moeten aanpassen om deze opdracht uit te voeren.

(i) Jezelf teveel bewonderen is gevaarlijk.

Gegevens:

Je $\in$ CAT$_{\mathrm{T}}$	*-zelf* $\in$ CAT$_{\mathrm{T/T}}$	*bewonderen* $\in$ CAT$_{\mathrm{IV/T}}$
teveel $\in$ CAT$_{\mathrm{(IV/T)/(IV/T)}}$	*is* $\in$ CAT$_{\mathrm{T/(t//e)}}$	*gevaarlijk* $\in$ CAT$_{\mathrm{t//e}}$

Volg de hieronder gegeven instructies:

a. Maak een binair vertakkende boom en zet bij de knopen de type-aanduidingen.
b. Maak vervolgens voor *-zelf*, voor *te*, en voor *is* een f-vertaling volgens het recept van dr. Gamut in § 3.4.2, dus die met drie basistypen. Doorloop daarbij de hele procedure, dus sla geen stappen over.
c. Maak nu van (i) een EL-formule op basis van deze f-vertaling. Neem vertaalsleutels à la Gamut Oefening 8, p. 108. Geef daarbij aan hoe deze formule typenlogisch in elkaar zit.

Hoofdstuk 3

§ 3.2
1. Introduceer g(*geen*) categorematisch.

2. Introduceer g(*niet*) categorematisch.

3. Geef g(*de*) met behulp van de iota-operator.

4. Geef g(*deze*) op basis van de net gevonden g(*de*) en met behulp van een predikaat $\mathrm{D}_{\langle e,t\rangle}$ (= de verzameling door mij aangewezen dingen).

§ 3.5
5. Geef de volledige afleiding van *Marie is mooi* op basis van Figuur 3.5 en de daaronder gegeven definitie van Δ.

6. Hoe leid je *Mooie Marie is niet mooi* af? Signaleer de problemen die je tegenkomt.

§ 3.6
7. Maak een volledige afleiding (= boom+afleiding) van *Geen vrouw kust een man* met wijd bereik voor *een man*.

8. Maak een volledige afleiding van *De vrouw van Jan kust hem* met de iota-operator in de interpretatie waarin *hem* verwijst naar Jan. NB. Denk goed na over de relatie tussen *Jan* en *hem* voordat je gaat afleiden! Als je onzeker bent over de juiste oplossing van vraag 3, neem dan g(*de*) zoals in de hoofdtekst.

9. Probeer een afleiding te maken van *Jan vindt zijn vrouw*. NB. Maak dus een S-regel waarin de introductie van *zijn* wordt beregeld.

§ 3.7
10. Maak een afleiding van *Marie of Dirkje is de echtgenote van Jan*.

11. Leid de zin *Jan wandelt en hij kust Marie* af.

12. Maak een volledige afleiding van *Elke man vindt een vrouw en kust haar* met eng bereik van *een vrouw*.

13. Maak een volledige afleiding van *Elke man zoekt een vrouw en kust haar* met wijd bereik van *een vrouw*.

14. Maak een volledige afleiding van *Een man of vrouw wandelt en kust Marie* met behulp van VP-conjunctie en CN-disjunctie.
§ 3.8
15. Maak een afleiding van *Bert hoopt niet dat Marie wandelt*.

16. Maak een afleiding van *Bert hoopt dat Marie niet wandelt*.

17. Geef commentaar op het verschil in de afleidingen mede met het oog op het verschil tussen en met zinnen als *Bert betreurt dat Marie niet wandelt* en *Bert betreurt niet dat Marie wandelt.*

18. Breid het fragment uit zodat je de zin *Zij beweert dat hij alle boeken steelt en doorverkoopt* aankunt.

19. Maak een afleiding van zin (i).

(i) Een onnozele denkt dat elke vis wandelt

Aanwijzingen

a. Uitbreiding van S1/T1:

$\alpha =$ *onnozele* en $\alpha \rightsquigarrow$ ONNOZELE; CN
$\alpha =$ *vis* en $\alpha \rightsquigarrow$ VIS; CN
$\alpha =$ *denken* en $\alpha \rightsquigarrow$ DENKEN; IV/S (ofwel IV/t)
$\alpha =$ *dat* en $\alpha \rightsquigarrow \lambda$p.p ; S//S (ofwel t//t)

b. Het onderschikkend voegwoord *dat* wordt ingevoerd door de volgende regel:

S220 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{S//S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$, dan $F_{110}(\delta, \varphi) \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$ en $F_{110}(\delta, \varphi) = \delta\varphi$

T220 Als $\delta \in \mathrm{P}_{\mathrm{S//S}}$ en $\varphi \in \mathrm{P}_{\mathrm{S}}$ en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\varphi \rightsquigarrow \varphi'$, dan $F_{110}(\delta, \varphi) \rightsquigarrow \delta'(\varphi')$

c. Genereer *een onnozele* op de meest prominente plaats zodat de $\forall$-kwantor in het bereik komt te liggen van de $\exists$-kwantor, maar genereer *elke vis* niet in situ (d.w.z. je moet van S8,n gebruik maken).

d. Maak een afleiding die perfect in elkaar zit, dus van de kwaliteit van het dictaat met de juiste informatie aan de rechter kant, met de goede regelaanduidingen, de juiste symbolen, subscripten, etc.

e. Geef aan waarom de afleiding stopt waar zij stopt en waar het verschil zou zitten met (i') *Een onnozele ziet dat elke vis wandelt.* Doe dit niet door een afleiding van (i') te maken, maar geef in een of twee zinnen aan hoe je verder moet gaan met de afleiding van (i') daar waar je moet stoppen met de afleiding van (ı). Het gaat er om even kort laten zien dat je weet waar het hier om gaat.

20. Maak een S/T-afleiding van de NP *elke vrouw die rookt en een man kust*, waarbij je *een man* via S8/T8 (dus niet via S/T8$_{CN}$ of S/T8$_{IV}$) in-kwantificeert.

Geef:
a. een boom met daarin alle S-aanduidingen.
b. een T-afleiding met de aanduidingen van de operaties.

21. Leid de zin *Jan wandelt niet en hij kust Marie niet* af met behulp van S/T14

22. Leid de zin *Geen computer is betrouwbaar of geluidloos* af met behulp van $g(geen)$ in de eerste oefening van §3.2.

23. Leid de zin *Een vrouw wandelt en zij kust Jan niet* af met behulp van $g(niet)$ in de eerste oefening van §3.2.

§ 3.9
24. Maak een complete afleiding van zin (i)—dus inclusief een boom—in de betekenis waarin Jan elke vrouw kust en zoekt.

(i) Jan kust elke vrouw die hij zoekt.

Enkele aanwijzingen:

- Begin met voor jezelf de syntactische boom te tekenen en verwerk daarin de hieronder volgende aanwijzingen.

- Genereer de NP *elke vrouw die hij zoekt* in situ.

- Denk eerst goed na over de vraag hoe je het probleem oplost van *die hij zoekt*. Als voorbeeld heb je *die rookt*. Je moet hier syntactisch gezien het betrekkelijk voornaamwoord *die* vooropplaatsen, maar die vooropplaatsing hoef je niet zelf te verantwoorden; neem aan dat dit gebeurt via regel S18,n (Neem voor mijn gemak n=2 voor de 'die-variabele' en voor de andere n=1). Semantisch kun je dus een beroep doen op de T18,n-regel, ook zonder dat een aanpassing nodig is.

- Maak voor jezelf duidelijk en meld ook waarom je *Jan* niet in situ mag genereren, maar moet in-kwantificeren.

- Tip: je moet één keer gebruik maken van Theorema 1 en één keer van NC2. Lees aandachtig Gamut blz. 319.

  Tenslotte: schrijf duidelijk, geef aanwijzingen over de types die je gebruikt, denk aan de kuiltjes en dakjes en aan de informatie over de afleidingsstappen.

25. Maak een afleiding van *Jan vindt een vrouw die hij kust.*

26. Leid *Kees werkt aan zijn boek* af met *een boek* in situ en met T1 *aan* $\rightsquigarrow$ AAN. Maak een T1-regel zodat *zijn* direct als determiner wordt ingevoerd en wel zodanig dat de representatie weergeeft 'het boek van hem'. Gebruik daarbij de iota-operator (tip: denk aan de oplossing van oefening 3 en 4 van Hoofdstuk 3). Beschouw *aan* als van type (IV//IV)/T, d.w.z. als iets dat een T pakt om een modifier te vormen! Maak dus een VP-vormende regel om de interpretatie van *aan zijn boek* toe te passen op de interpretatie van *werken*. Tip: hou voor de laatste regel van de afleiding MP 8 op pagina 69 in de gaten. *Aan* voldoet er weliswaar niet aan, maar moet toch worden herkend! Denk om de (vele) haakjes die nodig zijn.

27. Maak een afleiding van: *Kees werkt aan een boek* met en zonder in-kwantificatie van *een boek*. Maak ook een afleiding van *Kees werkt op een fabriek* met in-kwantificatie van *een fabriek*.

28. Leid *Kees werkt op de Trans* af met *op* $\rightsquigarrow$ OP + MP8.

29. Leid de zin *Niet alle computers staan bij Stafhorst* af met behulp van door jezelf te ontwerpen g(*niet alle*). Tref ook voorzieningen voor het meervoud.

§ 3.10
30. Maak een afleiding van *Jan zoekt Marie* die eindigt met een regel waarin—parafraserenderwijs—staat dat Jan Marie probeert te vinden.

§ 3.11
31. Maak een afleiding van *Beatrix is de koningin* met gebruikmaking van de type-aanpassingen BE(lift(iota(KONINGIN))).

32. Maakt een afleiding van *Marie zingt mooi of lelijk* met behulp van de type-lifttechniek zoals gehanteerd door Partee.

Hoofdstuk 4

1. Interpreteer de instructies van IL volgend:

a. $^{\vee}$KUSSEN met betrekking tot $\mathbf{M'}, w_2$ en g.

b. $^{\wedge}$W met betrekking tot $\mathbf{M'}, w_3,$ en g.

c. $\exists$x[VROUW(x) $\wedge$ KUSSEN$_*$(j, x)] met betrekking tot $\mathbf{M'}, w_1,$ en g.

d. ZOEKEN($^{\wedge}\lambda X \exists$x[WANDELEN(x) $\wedge$ $^{\vee}X$(x)])(j) met betrekking tot $\mathbf{M'}, w_2,$ en g.
e. $^{\vee\wedge}$W(m) met betrekking tot $\mathbf{M'}, w_3,$ en g.

2. De zin (i) *Marie zoekt een leuker iemand dan zijzelf* kan (nog) niet worden vertaald in IL. Toch weten we op grond van informatie over het model $\mathbf{M'}$ dat Marie iemand zoekt die voorkomt als eerste lid van de paren in L. We weten ook dat ze *de re* kan zoeken en *de dicto*. Giet de vertaling van (i) in de vorm ZOEKEN(m,α), waarbij je zowel de *de dicto*-lezing afleidt, als de *de re*-lezing.

3. Interpreteer (i) in w_2 van model $\mathbf{M'}$.

(i) $\Diamond$V(d)

Dit staat voor: *Het is mogelijk dat Dirkje een vrouw is.* Geef de interpretatie-afleiding en test de waarheid van de uitspraak.

4. Interpreteer (i) in w_1 van model $\mathbf{M'}$.

(i) $\Box$E(b)(m)

Dit staat voor: *Het is noodzakelijk dat Marie de echtgenote is van Bert*. Geef de interpretatie-afleiding en test de waarheid van de uitspraak.

5. Toon aan dat (i) geldig is in model $\mathbf{M'}$.

(i) $\exists$x$\Diamond$(d = x)

6. Gegeven het hieronder gespecificeerde (S5-) model:

Model:
$\mathrm{M} = \langle \mathrm{D}, \mathrm{W}, \mathrm{I} \rangle$, $\mathrm{D} = \{\mathrm{b, i, m, c}\}$, $\mathrm{W} = \{\mathrm{w}_1, \mathrm{w}_2\}$

en als individuele constanten: b, i, m, ma, c, en als predikaatsconstanten: KH, P, en met de iInterpretatie:

$\mathrm{I(ma)(w_1)} = \mathrm{c}$	$\mathrm{I(c)(w_2)} = \mathrm{c}$
$\mathrm{I(ma)(w_2)} \in \emptyset$	$\mathrm{I(c)(w_1)} \in \emptyset$
$\mathrm{I(KH)(w_1)} = \{\mathrm{b,i,m,c}\}$	$\mathrm{I(KH)(w_2)} = \{\mathrm{b,m,c}\}$
$\mathrm{I(P)(w_1)} = \{\mathrm{b,i,m,c}\}$	$\mathrm{I(P)(w_2)} = \{\mathrm{i,m,c}\}$

en voor overige individuele constanten: $\mathrm{I}(\alpha)(w)$ = het individu met de corresponderende letter in w, interpreteer de volgende uitspraken m.b.t. w_1 en w_2:

a.	KH(b)	f.	P(b)	k.	$\forall$x[KH(x) $\rightarrow$ P(x)]
b.	KH(i)	g.	P(i)	l.	$\forall$x[P(x) $\rightarrow$ KH(x)]
c.	KH(m)	h.	P(m)	m.	$\exists$x[$\neg$P(x) $\wedge$ KH(x)]
d.	$\Box$KH(ma)	i.	P(ma)	n.	$\neg\exists$x[P(x) $\wedge$ KH(x)]
e.	KH(c)	j.	P(c)	o.	$\Box\forall$x[P(x) $\rightarrow$ KH(x)]

Hoofdstuk 5

1. Maak de afleiding van *mooie Marie* uit Hoofdstuk 3 maar nu intensioneel.

2. Maak een afleiding van *Beatrix is geen koningin* met een categorematische introductie van *geen*.

3. Maak de afleiding van *Mary doesn't love every man* die hoort bij de boom (143b) in Gamut II: 194.

4. Maak een afleiding van *Een man zoekt een vrouw.* Is er een verschil tussen in situ-kwantificatie en in-kwantificeren?

5. Maak een afleiding van *Elke onnozele denkt dat een vis wandelt* met beide NPs in situ.

6. Maak een complete afleiding van zin (i) —dus inclusief boom—in de betekenis waarin Jan elke vrouw kust en zoekt, maar nu intensioneel.

(i) Jan kust elke vrouw die hij zoekt

Vergelijk de extensionele tegenhanger van deze oefening bij de oefeningen onder § 3.9. en volg de aanwijzingen daar gegeven zo goed mogelijk op.

7. In Gamut II: 191 staat Exercise 5. Daarvan wordt het antwoord achterin niet gegeven. Geef dit antwoord.

8. Interpreteer in de laatste oefeningen van Hoofdstuk 4 de uitspraken:

m. $\exists x[\neg P(x) \wedge KH(x)]$
o. $\forall x \Box [P(x) \rightarrow KH(x)]$

m. met betrekking tot w_1 en o.tot beide werelden. Doe dit aan de hand van het model dat gegeven is. $I(P)(w_2) = \{i,m,c\}$.

9. In Hoofdstuk 5.2.4 zijn de laatste twee regels van de afleiding van *Beatrix is een vrouw*:

$= \exists x(\textsc{vrouw}(x) \wedge x = b)$ λ-conv.
$= \textsc{vrouw}(b)$ pred.log

Leidt nu *Beatrix lijkt een vrouw* af waar *lijken* de vertaling krijgt van *zijn* met ergens daarin de modale operator $\Diamond$, en wel zodanig dat de voorlaatste regel van de afleiding wordt:

$= \Diamond\exists x(\textsc{vrouw}(x) \wedge x = b)$

Het gaat dus:

a. om de vertaling van *lijken*;
b. om de afleiding op de stippels.

Trek je niet teveel aan van de echte betekenis van *lijken*.

10. In het dictaat heb je afgeleid *Jan kust een vrouw*, maar ook CNs als *vrouw van Jan*. Ook heb je allerlei determinatoren gehad. Daaronder valt niet het bezittelijk (= possessief) voornaamwoord *zijn* in:

(i) Jan kust zijn vrouw

We nemen de volgende regels voor de vorming van een complexe determinator aan:

S_{Poss}: Als $\delta \in P_T$ en $\alpha \in P_{Det/T}$, dan is $F_{Poss}(\alpha, \delta) \in P_{Det}$ en $F_{Poss}(\alpha, \delta) = \delta\alpha$, waar $\delta\alpha = zijn_n$ als δ een variabele is, en $\alpha = {}'s$ als δ een eigennaam is.

T_{Poss}: Als $\delta \in P_T$ en $\alpha \in P_{Det/T}$, en $\delta \rightsquigarrow \delta'$ en $\alpha \rightsquigarrow \alpha'$, dan $F_{Poss}(\alpha, \delta) = \alpha'(^\wedge\delta')$
Zin (i) interpreteren we als: 'Jan kust een vrouw met wie hij een $\textsc{van}_*$-relatie heeft'. De opdracht is om deze zin af te leiden nadat je een aantal voorzieningen hebt getroffen om het possessieve *zijn* te kunnen invoeren via T1 en om het relationele karakter ervan goed te verantwoorden: we halen $\textsc{vrouw\_van}_*$ dus als het ware uit elkaar in een component 'vrouw' en een relatie-component. Dit is dus een denkvraag waarbij je gebruik maakt van wat je tot dusver hebt geleerd, maar ook van je gezond verstand. Let dus goed op de volgende hints en afspraken en VOLG ze nauwgezet. Dan vermijd je namelijk dat je vast komt te zitten en dan blijkt ook dat de oefening niet zo lastig is.

- Maak een afleiding op de wijze van Hoofdstuk 5, dus in de versie van Gamut-intensioneel.

- Teken een syntactische boom die aan de afleiding ten grondslag ligt.
- Voer het possessieve *zijn* categorematisch in.
- Modelleer semantisch *zijn* op *een* en gebruik voor de vorming van de T *zijn vrouw* de (nieuwe) regels F_4 en S4′/T4′. *Zijn* wordt daarmee gezien als een determinator die een eigenschap Y zoekt en een eigenschap X zodanig dat er een x is die de eigenschappen Y en X heeft, en zodanig dat x in de VAN$_*$-relatie staat tot y'. Deze aanwijzing laat voor het (jouw/ons) gemak polygamie toe, dus houd je bij F_4. Je mag ook in één keer de VAN$_*$-relatie invoeren in de formule.
- Om dit alles voor elkaar te krijgen moet je *zijn* behandelen als een Determinator die niet via T1 gevormd is, maar die is opgebouwd uit via een T1 ingevoerde variabele hij_0 en een via T1 geïntroduceerd genitiefmorfeem *Poss* van type $\langle\langle s,\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,t\rangle\rangle,\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,t\rangle\rangle\rangle$. De benodigde S/T-regel staat hierboven.
- Hint: *Poss* neemt in de afleiding een T om een Determinator te vormen. Plaats in de vertaling van *Poss* de door $\lambda\mathbf{P}$ gebonden variabele op de juiste plek in de formule en let daarbij heel scherp op het feit dat je ook nog een individuele variabele + lambda nodig hebt voor een van de argumenten van de VAN$_*$-relatie. Kijk het een en ander af van de opbouw van het werkwoord *zijn*).
- Vertaal na de vorming van de T *zijn vrouw* vervolgens *kussen* $\rightsquigarrow$ KUSSEN. D.w.z. pas op enig moment in de afleiding MP4/NC2/Theorema 1 toe. Tip: maak gebruik van Hoofdstuk 4.4.
- Let op het feit dat het anaforische $zijn_0$ niet vanuit elke willekeurige syntactische positie door een kwantor kan worden gebonden, terwijl binding wel moet!
- Handige tip: neem voor bij de vertaling van hij_n de variabele Z, zodat je alfabetische variantie met de Y of X van de determinator vermijdt.

11.
Gegeven zij een model $\mathbf{M}'' = \langle \mathbf{D}_e, W, \mathrm{R}, \mathrm{I}\rangle$ met een verzameling W van twee werelden $W = \{w_1, w_2\}$ (met S5 voor R), waarvoor de volgende relevante feiten vermeld zijn:

Nederlands	α	$\mathrm{I}(\alpha)(w_1)$	$\mathrm{I}(\alpha)(w_2)$
Marie	m	a	a
Beatrix	b	b	b
Jan	j	c	c
Ziek	ZIEK	{d}	{a,c}
Mooi	MOOI	{a,c}	{b,c}

Nederlands	α	$\mathrm{I}(\alpha)(w_1)$	$\mathrm{I}(\alpha)(w_2)$
kussen	$\textsc{kussen}_*$	$\{\langle \mathsf{b,a}\rangle, \langle \mathsf{a,b}\rangle\}$	$\{\langle \mathsf{a,c}\rangle, \langle \mathsf{b,d}\rangle, \langle \mathsf{c,a}\rangle, \langle \mathsf{d,b}\rangle\}$
zoeken	$\textsc{zoeken}_*$	$\{\langle \mathsf{c,a}\rangle, \langle \mathsf{c,d}\rangle\}$	$\{\langle \mathsf{b,a}\rangle, \langle \mathsf{c,b}\rangle, \langle \mathsf{a,a}\rangle, \langle \mathsf{c,a}\rangle\}$

In § 5.2.4 wordt *Beatrix is ziek* afgeleid. Via F_{PN} gebeurt daar de typelift syncategorematisch. De categorematische versie van deze typelift met de operator Ω werd in Hoofdstuk 3 extensioneel behandeld. Geef nu de afleiding van (i)

(i) Beatrix is ziek of mooi.

binnen het afsprakensysteem van de hoofdstukken 4 en 5 met inachtneming van de volgende punten:

- behandel de typelift van de (complexe) PN categorematisch: d.w.z. introduceer de operator Ω
- voer Ω in als van het type $\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,\langle\langle s,\langle e,t\rangle\rangle,t\rangle\rangle$ met een syntactische en een corresponderende semantische regel die een interpretatie oplevert gelijk aan die van T5.
- als je de door jou gemaakte F-regel op Ω en α hebt toegepast, mag je het resultaat (in latere F-regels) als α schrijven.
- gebruik voor de e-variabelen in de vertaling van *zijn* u en z. Gebruik voor de e-variabelen die je nodig hebt voor *mooi* en *ziek* alleen de x.

Maak voor jezelf eerst een syntactische boom en dan daarop gebaseerd de T-afleiding. Je hoeft de boom zelf niet te laten zien.

12. Interpreteer de laatste regel van de afleiding in (i) *Beatrix is ziek of mooi* hierboven $\textsc{ziek}(\mathrm{b}) \vee \textsc{mooi}(\mathrm{b})$, gegeven het model $\mathbf{M}''$ met betrekking tot w_2.

13. Vervolg binnen het afsprakensysteem van de Hoofdstukken 4 en 5 en gegeven het model $\mathbf{M}''$ de afleiding van de zin *Jan zoekt Beatrix niet* na de lijn:

...

$= \textsc{zoeken}(\mathrm{j},{}^\wedge \lambda X.{}^\vee X(\mathrm{b}))$ NC1

Maak duidelijk waarom S7/T7 voor de introductie van negatie hierop niet kan werken en laat in de derivatie zien hoe je $\neg$ wel introduceert. Negeer het syntactische volgordeprobleem, d.w.z. neem aan dat *niet* op de goede plaats terecht komt.

14. Leid de zin *Niet elke computer staat bij Stafhorst* af met behulp van door jezelf te ontwerpen g(*niet alle*).

Hoofdstuk 6

15. Leid (i) af op de wijze van PTQ.

(i) Hij verandert

16. Geef op de wijze van PTQ een afleiding van de zin *Een man of een vrouw wandelt*.

17. Geef op de wijze van PTQ een afleiding van de zin *Een man wandelt of een vrouw wandelt*.

18. Geef op de wijze van PTQ een afleiding van de zin *De koningin is 60*.

19. Geef op de wijze van PTQ een afleiding van de zin *Jan gelooft dat een man of een vrouw wandelt* met *een man of een vrouw* in een *de re*-positie.

20. Op blz. 190 van Gamut worden twee betekenispostulaten, MP3 en MP4, gegeven. Dit gebeurt op basis van het Montague-systeem hierboven behandeld in Hoofdstuk 5, d.w.z. in de Gamut-versie van PTQ. Op blz. 208 staat T1(c) voor be in de PTQ-versie. Vergelijk deze met zijn tegenhanger op blz. 188 in Gamut. Maak nu voor de PTQ-versie van de op blz. 190 gegeven tegenhangers van MP3 en MP4. NB. het gaat in deze oefening om de variabelen, de kuiltjes en de dakjes.

21. Volgt in het PTQ-model uit de waarheid van *Jan is Kees* logisch de waarheid van *Jan is noodzakelijk Kees*? Zo ja, waarom? Zo nee, waarom niet? En volgt het in de Gamut-versie van Hoofdstuk 5?

Hoofdstuk 8

Antwoorden

Hoofdstuk 1

§ 1.2

1.

$$\begin{array}{ll}
[\![\forall x(\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x))]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow \\
\text{voor alle } d \in \mathrm{D}: & \\
[\![\textsc{vrouw}(x) \rightarrow \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]\!]_{M,g[x/d]} = 1 & \Leftrightarrow \\
[\![\textsc{vrouw}(x)]\!]_{M,g[x/d]} = 0 \text{ of } [\![\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]\!]_{M,g[x/d]} = 1 & \Leftrightarrow \\
g(x) \notin [\![\textsc{vrouw}]\!] \text{ of } \langle \mathrm{I(j)}, g(x)\rangle \in [\![\textsc{kussen}]\!] & \Leftrightarrow \\
d \notin [\![\textsc{vrouw}]\!] \text{ of } \langle \mathrm{j}, d\rangle \in [\![\textsc{kussen}]\!] & \Leftrightarrow
\end{array}$$

2.

$$\begin{array}{ll}
\neg[\![\exists x(\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x))]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow \\
[\![\forall x \neg[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow \\
[\![\forall x[\neg\textsc{vrouw}(x) \vee \neg\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow \\
\text{voor alle } d \in \mathrm{D}: & \\
[\![\neg\textsc{vrouw}(x) \vee \neg\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow \\
[\![\neg\textsc{vrouw}(x)]\!]_{M,g} = 1 of [\![\neg\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow \\
[\![\textsc{vrouw}(x)]\!]_{M,g} = 0 of [\![\neg\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]]\!]_{M,g} = 0 & \Leftrightarrow \\
[\![\textsc{vrouw}(x)]\!]_{M,g[x/d]} = 0 \text{ of } [\![\textsc{kussen}(\mathrm{j}, x)]\!]_{M,g[x/d]} = 0 & \Leftrightarrow \\
g(x) \notin [\![\textsc{vrouw}]\!] \text{ of } \langle \mathrm{I(j)}, g(x)\rangle \notin [\![\textsc{kussen}]\!] & \Leftrightarrow \\
d \notin [\![\textsc{vrouw}]\!] \text{ of } \langle \mathrm{j}, d\rangle \notin [\![\textsc{kussen}]\!] & \Leftrightarrow
\end{array}$$

Bij deze afleiding is gebruik gemaakt van de eerste wet van De Morgan die zegt $\neg(\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow \neg\varphi \vee \neg\psi$. In het algemeen is het goed om bij negatie van kwantoren de afleiding zo in te richten dat kwantoren de waarheidswaarden vertonen die ze in Definitie 3 hebben. Daarom kun je gebruik maken van equivalenties als $\neg\forall x\varphi \Leftrightarrow \exists x\neg\varphi$.

3.

$[\![\forall x(\text{MAN}(x) \rightarrow \exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{KUSSEN}(x,y)]]\!]_{M,g} = 1 \quad \Leftrightarrow_\forall$
voor alle $d \in \mathrm{D}$:
$[\![\text{MAN}(x)]\!]_{M,g[x/d]} = 0$ of $[\![\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{KUSSEN}(x,y)]]\!]_{M,g[x/d]} = 1 \quad \Leftrightarrow_\forall$
voor alle $d \in \mathrm{D}$:
$g(x) \in \mathrm{I}(\text{MAN}) = 0$ of $[\![\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{KUSSEN}(x,y)]]\!]_{M,g[x/d]} = 1 \quad \Leftrightarrow_\forall$
$d \in \mathrm{I}(\text{MAN}) = 0$ of $[\![\exists y[\text{VROUW}(y) \wedge \text{KUSSEN}(x,y)]]\!]_{M,g[x/d]} = 1 \quad \Leftrightarrow_\forall$
$d \in \mathrm{I}(\text{MAN}) = 0$ of
er is minstens een $d' \in \mathrm{D}$
$[\![[\text{VROUW}(y) \wedge \text{KUSSEN}(x,y)]]\!]_{M,g[x/d][y/d']} = 1 \quad \Leftrightarrow_\exists$
$[\![\text{VROUW}(y)]\!]_{M,g[x/d][y/d']} = 1$ en $[\![\text{KUSSEN}(x,y)]]\!]_{M,g[x/d][y/d']} = 1 \quad \Leftrightarrow_\exists$
$g(y) \in \mathrm{I}(\text{VROUW})$ en $\langle g(x), g(y)\rangle \in \mathrm{I}(\text{KUSSEN}) \quad \Leftrightarrow_\exists$
$d' \in \mathrm{I}(\text{VROUW})$ en $\langle d, d'\rangle \in \mathrm{I}(\text{KUSSEN}) \quad \Leftrightarrow_\exists$

Deze afleiding ziet er wat ingewikkeld uit. Daarom is de hoofdstructuur ervan aangegeven door (informele) subscripten bij de dubbele equivalentiepijlen. Die met de existentiële kwantor hebben een beperkt bereik, nl. de tweede helft van de uitspraak met de universele kwantor. Maak als vingeroefening zelf die voor (1.10b).

4.
$\neg\text{KUSSEN}(\mathrm{j}, \iota x.\text{VROUW}(x))$

5.
$[\![\text{KUSSEN}(\mathrm{j}, \iota x.\text{VROUW}(x))]\!]_{M,g} = 1 \quad \Leftrightarrow$
voor de uniek bepaalde $d \in \mathrm{D}$ zo dat $[\![\text{VROUW}(x)]\!]_{M,g[x/d]} = 1$ geldt :
$[\![\text{KUSSEN}(\mathrm{j}, x)]\!]_{M,g[x/d]} = 1 \quad \Leftrightarrow$
$\langle \mathrm{I}(\mathrm{j}), g(x)\rangle \in \mathrm{I}(\text{KUSSEN}) \quad \Leftrightarrow$
$\langle \mathrm{j}, d\rangle \in \mathrm{I}(\text{KUSSEN}) \quad \Leftrightarrow$

§ 1.3

6.
Met *ontmoeten* $\rightsquigarrow$ O, *Ed* $\rightsquigarrow$ e, *burgemeester van* $\rightsquigarrow$ B en *Amsterdam* $\rightsquigarrow$ a, kan deze zin vertaald worden als: $\exists x[\mathrm{O}(\mathrm{e}, x) \wedge x = \iota y.\mathrm{B}(y, \mathrm{a})]$. Dit kan gereduceerd worden tot $\exists x[\mathrm{O}(\mathrm{e}, \iota y.\mathrm{B}(y, \mathrm{a}))]$.

7.
Een blauwe bal wordt vertaald als $\exists x[\text{BAL}(x) \wedge \text{BLAUW}(x)]$. Bij interpretatie zoeken we naar een $d \in \mathrm{D}$ die zowel in de verzameling ballen zit als in de verzameling blauwe dingen, m.a.w. in hun intersectie. Daarom worden adjectieven als *blauw* ook wel intersectieve adjectieven genoemd: er zijn domeinen te vinden met een d in de intersectie van deze twee verzamelingen. Voor *een denkbeeldige bal* is nu juist kenmerkend dat er nooit een d te vinden is die zowel bal is als denkbeeldig. Hier is de intersectie-operatie voor het adjectief dus niet mogelijk.

§ 1.4

8.
De vertaling van T is:
$f(\mathrm{T}) = f(t/\mathrm{IV}) = \langle\langle s, f(\mathrm{IV})\rangle, f(t)\rangle = \langle\langle s, f(t/e)\rangle, f(t)\rangle =$
$\langle\langle s, \langle\langle s, f(e)\rangle, f(t)\rangle\rangle, f(t)\rangle = \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle$.

De vertaling van TV door f gaat als volgt:
$f(\mathrm{TV}) = f(\mathrm{IV/T}) = \langle\langle s, f(\mathrm{T})\rangle, f(\mathrm{IV})\rangle =$
$\langle\langle s, \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle, f(t/e)\rangle =$
$\langle\langle s, \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$
Zie ook § 6.1.

9.

Hoofdstuk 2

§ 2.1
1.
a.

$$\overbrace{\lambda \mathrm{X}_{\langle e,t\rangle}\, \underbrace{\exists \mathrm{x}_e(\underbrace{\alpha(\underbrace{\mathrm{S}_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}(\mathrm{X}_{\langle e,t\rangle})}_{\langle e,t\rangle})}_{t} \wedge \underbrace{\mathrm{P}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e)}_{t})}_{t}(\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle})}^{t}$$

Over α kunnen we nu zeggen dat zij een t oplevert indien het wordt toegepast op een type $\langle e,t\rangle$. Daaruit volgt dat α van type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ moet zijn.

b.

$$\overbrace{\lambda \mathrm{x}_e\, \underbrace{\alpha(\underbrace{\lambda \mathrm{y}_e\, (\underbrace{\underbrace{\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{y}_e)}_{t} \wedge \underbrace{\mathrm{W}_{\langle e,t\rangle}(\mathrm{x}_e)}_{t}}_{t})}_{\langle e,t\rangle})}_{\langle e,t\rangle}}^{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$$

Over α kunnen we nu zeggen dat zij een $\langle e,t\rangle$ oplevert indien het wordt toegepast op een type $\langle e,t\rangle$, en dus moet α zelf van type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ zijn.

d.

$$\overbrace{\underbrace{\lambda \mathrm{p}_t(\underbrace{\neg \mathrm{p}_t}_{t})}_{\langle t,t\rangle}(\underbrace{\alpha(\mathrm{m}_e)(\mathrm{m}_e)}_{t})}^{t}$$

Over α kunnen we nu zeggen dat zij een t oplevert indien zij tweemaal wordt toegepast op iets van het type e, en dus moet α zelf van type $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$ zijn.

e.

$$\overbrace{\lambda\alpha\lambda \mathrm{x}_e(\alpha(\underbrace{\lambda \mathrm{y}_e.\, \underbrace{\mathrm{B}_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}(\mathrm{y}_e)(\mathrm{x}_e)}_{t}}_{\langle e,t\rangle}))}^{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$$

Deze opgave is vrij gemakkelijk: doordat het buitenste element van de formule een λ-uitdrukking is van het type $\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ is, weten we dat het gedeelte beginnend met λx_e tot aan het eind van de formule van type $\langle e,t\rangle$ moet zijn. M.a.w. α moet van het type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ zijn. Dit kan bevestigd worden door te kijken naar het λy-deel. Dat is van type $\langle e,t\rangle$. Dit bevestigt de eerdere vaststelling: α neemt λy.B(y)(x) om een t te vormen en zo komen we met λx aan de $\langle e,t\rangle$ die we nodig hebben .

g.

$$\overbrace{\lambda z_e\ \underbrace{\lambda y_e\ \underbrace{\lambda x_e\ \underbrace{(\alpha(x_e))}_{t}}_{\langle e,t\rangle}}_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}}^{\langle e,\langle e,\langle e,t\rangle\rangle\rangle}$$

Over α kunnen we nu zeggen dat zij een t oplevert indien zij wordt toegepast op iets van het type e. Zelf van type $\langle e,t\rangle$ moet zijn.

h.

$$\overbrace{\lambda Y_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}\, \exists x_e[\underbrace{V_{\langle e,t\rangle}(x_e)}_{t}\ \alpha\ \underbrace{Y_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(\underbrace{\lambda x_e.\ \underbrace{G_{\langle e,t\rangle}(x_e)}_{t}}_{\langle e,t\rangle})}_{t}]}^{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle}$$

Wat deze opgave wat lastig maakt, is dat α hier niet iets is waar doorgaans een variabele voor wordt gebruikt: een *en*-teken ($\wedge$, maar het kan ook bv. een $\vee$ zijn), en dus van het type $\langle t,\langle t,t\rangle\rangle$: toegepast op een t levert α een t-modifier op, dus een $\langle t,t\rangle$.

i.

$$\overbrace{\alpha(\underbrace{\underbrace{\underbrace{\lambda Y_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}\ \underbrace{\lambda X_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}\ \underbrace{\exists X[Y_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(X) \wedge Y_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(X)]}_{t}}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle}}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle\rangle}(K_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle})}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle}(M_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}))}_{t}}^{t}$$

Over α kunnen we nu zeggen dat zij een t oplevert indien zij wordt toegepast op iets van het type t. Zelf moet α dus van type $\langle t,t\rangle$ zijn.

j.

$$\overbrace{(\underbrace{\underbrace{\alpha\, \underbrace{\lambda \mathrm{Y}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}\, \underbrace{\lambda \mathrm{X}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}\, \underbrace{\exists \mathrm{X}[\mathrm{Y}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(\mathrm{X}) \wedge \mathrm{Y}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}(\mathrm{X})]}_{t}}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle}}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle\rangle}}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle\rangle}(\mathrm{K}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle})}_{\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle}(\mathrm{M}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}))}^{t}$$

Over α kunnen we nu zeggen dat zij een $\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle\rangle$ oplevert indien zij wordt toegepast op iets van het type $\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle\rangle$. Zelf moet α van type $\langle\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,t\rangle\rangle\rangle$ zijn. Let op het grote verschil met de formule in oefening i dat ontstaat door de andere plaatsing van de haakjes ().

k.

l.

m.

n.

§ 2.2
2.

3.

4.

5.

§ 2.3
6.

7.
a. S(Z)(m) ∧¬Z(d)

Deze is waar, gegeven de afspraak $mooi_{\mathrm{Adv}} \rightsquigarrow$ S van type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ want Marie zingt mooi en Dirk zingt niet

b. L(ι x.E(x,b),ιy.E(y.j))

Deze is waar, want Dirkje is de echtgenote van Bert en Marie is de echtgenote van Jan, en Dirkje is leuker dan Marie. Merk op dat de iota-operator hier heel handig is.

c. D(m,b,j) ∧ D(m,d,j)

Deze interpretatie is niet geweldig: ze impliceert dat Bert en Dirkje ook onafhankelijk door Marie worden aanbevolen, wat niet noodzakelijk is gegeven de zin. Maar onder deze interpretatie is de zin waar, omdat zowel ⟨ a,b,c⟩ als ⟨a,d,c⟩ in A zitten. Voor de behandeling van de pluralis NP *Bert en Dirkje* is een aparte theorie vereist. Die is sinds het begin van de jaren ‘80 in ontwikkeling op basis van Montague’s werk.

d. $\forall x[\neg O(x) \rightarrow B(x)(j)]$

Deze zin is niet waar: Bert en Dirkje zijn de niet-opgewekten, en hoewel Jan wel Bert bewondert, bewondert hij Dirkje niet.

e. T(d,b,m)

Deze zin is niet waar: $\langle \mathsf{d,b,a} \rangle$ zit niet in T.

8.

§ 2.4
9.

§ 2.5
10.

11.

12.

13.
$\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.Le(x,y))(\lambda X(\lambda Y.Y(m) \wedge \lambda Z.Z(j))(X))$
$\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.Le(x,y))(\lambda X(X(m) \wedge X(j)))$
$\lambda x[\lambda X(X(m) \wedge X(j))(\lambda y.Le(x,y))]$
$\lambda x[\lambda y.Le(x,y)(m) \wedge \lambda y.Le(x,y)(j)]$
$\lambda x(Le(x,m) \wedge Le(x,j))$

14.
$\lambda D\lambda Z\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow Z(x)] \wedge D(Z)(U) \wedge \mathcal{P}(U)](\lambda X\lambda Y.R_{\cap}(Y)(X) = 2)$
$\lambda Z\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow Z(x)] \wedge \lambda X\lambda Y.R_{\cap}(Y)(X) = 2(Z)(U) \wedge \mathcal{P}(U)]$
$\lambda Z\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow Z(x)] \wedge \lambda Y.R_{\cap}(Y)(Z) = 2(U) \wedge \mathcal{P}(U)]$
$\lambda Z\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow Z(x)] \wedge R_{\cap}(U)(Z) = 2 \wedge \mathcal{P}(U)]$
$\lambda Z\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow Z(x)] \wedge R_{\cap}(U)(Z) = 2 \wedge \mathcal{P}(U)](V)$
$\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow V(x)] \wedge R_{\cap}(U)(V) = 2 \wedge \mathcal{P}(U)]$
$\lambda\mathcal{P}.\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow V(x)] \wedge R_{\cap}(U)(V) = 2 \wedge \mathcal{P}(U)](\lambda X.\forall y[X(y) \rightarrow P(y)])$
$\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow V(x)] \wedge R_{\cap}(U)(V) = 2 \wedge \lambda X.\forall y[X(y) \rightarrow P(y)](U)]$
$\exists U\forall x[[U(x) \rightarrow V(x)] \wedge R_{\cap}(U)(V) = 2 \wedge \forall y[U(y) \rightarrow P(y)]]$

15.

16.

17.

18.

19.

20.

21.

22.
a. Marie zingt of ze maakt grappen.
Vocabulaire: *Marie* $\rightsquigarrow$ m ; *zingen* $\rightsquigarrow$ Z en *grappenmaken* $\rightsquigarrow$ Gr.

Syntaxis: Z(m) $\vee$ Gr(m).
Semantiek: I(m) = a; I(Z) = Z = {a,b,c}; I(Gr) = G = {b,c,d}.

Afleiding:

$$\begin{array}{ll} [\![\mathrm{Z(m)} \vee \mathrm{Gr(m)}]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow_c \\ [\![\mathrm{Z(m)}]\!]_{M,g} = 1 \text{ of } [\![\mathrm{Gr(m)}]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow_b \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} [\![\mathrm{Z}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{m}]\!]_{M,g}) = 1 \text{ of } [\![\mathrm{Gr}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{m}]\!]_{M,g}) = 1 & \Leftrightarrow_a \\ \mathrm{I(Z)((I(m))} = 1 \text{ of } \mathrm{I(Gr)((I(m))} = 1 & \Leftrightarrow_{verz} \\ \mathsf{a} \in \mathsf{Z} \text{ of } \mathsf{a} \in \mathsf{Gr} & \end{array}$$

Conclusie: $\mathsf{a} \in \mathsf{Z}$ maakt zin (12a) waar, want $\mathsf{a} \in \{\mathsf{a,b,c}\}$.

b. Alle mannen zijn grappenmakers.
Vocabulaire: *mannen* $\rightsquigarrow$ M en *grappenmaker zijn* $\rightsquigarrow$ G.
Syntaxis: $\forall$x[M(x) $\rightarrow$ Gr(x)]
Semantiek: I(M) = M = {b,c}; I(Gr) = G = {b,c,d}.
Afleiding:

$$\begin{array}{ll} [\![\forall \mathrm{x}[\mathrm{M(x)} \rightarrow \mathrm{Gr(x)}]]\!]_{M,g} = 0 \Leftrightarrow_e & \\ \text{voor alle } d \in \mathbf{D}_e: & \\ [\![[\mathrm{M(x)} \rightarrow \mathrm{Gr(x)}]]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 0 & \Leftrightarrow_c \\ [\![\mathrm{M(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 \text{ en } [\![\mathrm{Gr(x)}]]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 0 & \Leftrightarrow_b \\ [\![\mathrm{M}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}) = 1 \text{ en } [\![\mathrm{Gr}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]}) = 0 & \Leftrightarrow_a \\ \mathrm{I(M)}(g(\mathrm{x})) = 1 \text{ en } \mathrm{I(Gr)}(g(\mathrm{x})) = 0 & \Leftrightarrow_{verz} \\ d \in \mathsf{M} \text{ en } d \notin \mathsf{G} & \end{array}$$

Zin b is alleen onwaar als je een $d \in \mathsf{M}$ vindt zodat $d \notin \mathsf{G}$. Zin b is dus waar als voor alle $d \in \mathsf{M}$ geldt: $d \in \mathsf{G}$. Test: $d = \mathsf{b}$: $\mathsf{b} \in \mathsf{M}$ en $\mathsf{b} \in \mathsf{G}$; $d = \mathsf{c}$: $\mathsf{c} \in \mathsf{M}$ en $\mathsf{b} \in \mathsf{G}$. Conclusie: b is waar in **M**.

c. Geen vrouw is leuker dan een opgewekte man.
Vocabulaire: *vrouw* $\rightsquigarrow$ V ; *mannen* $\rightsquigarrow$ M; *opgewekt* $\rightsquigarrow$ O en *leuker zijn dan* $\rightsquigarrow$ Le.
Syntaxis: $\neg\exists$x$\exists$y[V(x) $\wedge$ M(y) $\wedge$ O(y) $\wedge$ L(y)(x)].
Semantiek: I(V) = V = {a,d}; I(M) = M = {b,c}; I(O) = O = {a,c};
I(Le) = L = $\{\langle \mathsf{c,a}\rangle, \langle \mathsf{d,a}\rangle, \langle \mathsf{b,a}\rangle, \langle \mathsf{c,d}\rangle, \langle \mathsf{c,b}\rangle\}$

Afleiding:

$$\begin{array}{ll} [\![\neg\exists \mathrm{x}\exists \mathrm{y}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{M(y)} \wedge \mathrm{O(y)} \wedge \mathrm{L(y)(x)}]]\!]_{M,g} = 0 & \Leftrightarrow_c \\ [\![\exists \mathrm{x}\exists \mathrm{y}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{M(y)} \wedge \mathrm{O(y)} \wedge \mathrm{L(y)(x)}]]\!]_{M,g} = 1 & \Leftrightarrow_e \\ \text{er is een } d \in \mathbf{D}_e \text{ zodat :} & \\ [\![\exists \mathrm{y}[\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{M(y)} \wedge \mathrm{O(y)} \wedge \mathrm{L(y)(x)}]]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d]} = 1 & \Leftrightarrow_e \\ \text{er is een } d' \in \mathbf{D}_e \text{ zodat :} & \\ [\![\mathrm{V(x)} \wedge \mathrm{M(y)} \wedge \mathrm{O(y)} \wedge \mathrm{L(y)(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']} = 1 & \Leftrightarrow_c \\ [\![\mathrm{V(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}) = 1 \text{ en } [\![\mathrm{M(y)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}) = 1 \text{ en} & \\ [\![\mathrm{O(y)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}) = 1 \text{ en } [\![\mathrm{L(y)(x)}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}) = 1 & \Leftrightarrow_b \end{array}$$

$[\![\mathrm{V}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}) = 1$ en
$[\![\mathrm{M}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}([\![\mathrm{y}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}) = 1$ en
$[\![\mathrm{O}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}([\![\mathrm{y}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}) = 1$
$([\![\mathrm{L}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}([\![\mathrm{y}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}))([\![\mathrm{x}]\!]_{M,g[\mathrm{x}/d][\mathrm{y}/d']}) = 1 \quad \Leftrightarrow_a$

$\mathrm{I(V)}(g(\mathrm{x})) = 1$ en $\mathrm{I(M)}(g(\mathrm{y})) = 1$ en $\mathrm{I(O)}(g(\mathrm{y})) = 1$
en $(\mathrm{I(L)}(g(\mathrm{y})))(g(\mathrm{x})) = 1 \quad \Leftrightarrow_{verz}$
$d \in \mathsf{V}$ en $d' \in \mathsf{M}$ en $d' \in \mathsf{O}$ en $\langle d, d' \rangle \in \mathsf{L}$

Definitie 6c gaat uit van $\neg\varphi = 1$ zodat $\varphi = 0$. Maar Def. 6c behandelt conjuncties met de waarheidswaarde 1. Je weet dat niet alleen $[\![\neg\varphi]\!] = 1 \Leftrightarrow [\![\varphi]\!] = 0$, maar ook dat $[\![\neg\varphi]\!] = 0 \Leftrightarrow [\![\varphi]\!] = 1$. Daar maak je gebruik van.
Test: je kijkt eerst naar situaties waarin a of d als eerste element voorkomt in een paar uit L (als dat namelijk zo is, moet je kijken of c (de opgewekte man) voorkomt als tweede lid. In dat geval is zin c onwaar!) Maar noch a noch d komen voor als eerste element, dus zin c is waar (Goed beschouwd om twee redenen: a en b komen niet als eerste lid voor en c komt niet als tweede lid voor).

23.
a.
$\lambda\mathrm{x}\lambda\mathrm{X.X(x)(j)(Gr)} \Leftrightarrow [\mathrm{j/x}]\lambda\mathrm{X.X(x)(Gr)} \Leftrightarrow \lambda\mathrm{X.X(j)(Gr)}$
$\Leftrightarrow [\mathrm{Gr/X}]\lambda\mathrm{X.X(j)} \Leftrightarrow \mathrm{Gr(j)}$.
Interpretatie: $[\![\mathrm{Gr(j)}]\!]_{M,g} = 1 \Leftrightarrow_b [\![\mathrm{Gr}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{j}]\!]_{M,g}) = 1 \Leftrightarrow_a$
$\mathrm{I(Gr)(I(j))} \Leftrightarrow_{verz} \mathsf{a} \in \{\mathsf{b}, \mathsf{c}, \mathsf{d}\}$.
Zin a is onwaar in **M**.

b. $\lambda\mathrm{y}\lambda\mathrm{x.Ee(y)(x)(b)(j)} \Leftrightarrow [\mathrm{b/y}]\lambda\mathrm{x.Ee(y)(x)(j)} \Leftrightarrow \lambda\mathrm{x.Ee(b)(x)(j)}$
$\Leftrightarrow [\mathrm{j/x}]\mathrm{Ee(b)(x)} \Leftrightarrow \mathrm{Ee(b)(j)}$
Interpretatie: $[\![\mathrm{Ee(b)(j)}]\!]_{M,g} = 1 \Leftrightarrow_b [\![\mathrm{Ee(b)}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{j}]\!]_{M,g}) = 1 \Leftrightarrow_b$
$([\![\mathrm{Ee}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{b}]\!]_{M,g}))([\![\mathrm{j}]\!]_{M,g}) = 1 \Leftrightarrow_a (\mathrm{I(Ee)((I(b)))(I(j))} = 1 \Leftrightarrow_{verz}$
$\mathrm{I(j)} \in \{d : \langle d, \mathrm{I(b)}\rangle \in \mathrm{I(Ee)}\} \Leftrightarrow \mathsf{c} \in \{d : \langle d, \mathrm{I(b)}\rangle \in \mathrm{I(Ee)}\}$
Test: $\langle \mathsf{c}, \mathrm{I(b)}\rangle \in \{\langle \mathsf{a}, \mathsf{c}\rangle, \langle \mathsf{d}, \mathsf{b}\rangle\}$. Zin b is onwaar in **M**.

24.
a. $[\![\lambda\mathrm{y.Ee(y)(m)(j)}]\!]_{M,g} = 1 \Leftrightarrow_b [\![\lambda\mathrm{y.Ee(y)(m)}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{j}]\!]_{M,g}) = 1 \Leftrightarrow_f$
$[\![\mathrm{Ee(y)(m)}]\!]_{M,g[\mathrm{y/I(j)}]} = 1 \Leftrightarrow_b$ etc.

b. $\lambda\mathrm{x.}\exists\mathrm{yLe(x)(y)(j)} = 1 \Leftrightarrow_b [\![\lambda\mathrm{x.}\exists\mathrm{yLe(x)(y)}]\!]_{M,g}([\![\mathrm{j}]\!]_{M,g}) = 1 \Leftrightarrow_f$
$[\![\exists\mathrm{yLe(x)(y)}]\!]_{M,g[\mathrm{x/I(j)}]} = 1 \Leftrightarrow_e$ etc.

25.

26.

27.

Hoofdstuk 3

1. *geen* $\rightsquigarrow \lambda\mathrm{Y}\lambda\mathrm{X}\neg\exists\mathrm{x}[\mathrm{Y(x)} \wedge \mathrm{X(x)}]$

2. g(*niet*) $\rightsquigarrow \lambda\mathrm{p}(\neg\mathrm{p})$

3. $g(de) = \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota \mathrm{x}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}))$

4. *deze* $\rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota \mathrm{x}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}) \wedge D(x))$

§ 3.5

5.

6.

§ 3.6

7.

8.

Syntaxis: [[Jan][de vrouw van hem_0 kust hem_0]]. Het is (uiteraard) ook mogelijk om [de vrouw van hem_0] in te kwantificeren, zodat de syntactische structuur iets wordt als [[Jan][[de vrouw van hem_0][hij_1 kust hem_0]]], maar dat heeft weinig zin.

$hij_0 \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}_0)$	T1
$kussen \rightsquigarrow \lambda \mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}\textsc{kussen}_*(\mathrm{x},\mathrm{y}))$	T1
$F_6(kussen, hij_0) \rightsquigarrow \lambda \mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}\textsc{kussen}_*(\mathrm{x},\mathrm{y}))(\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_0))$	T7
$= \lambda \mathrm{x}[\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_0)(\lambda \mathrm{y}\textsc{kussen}_*(\mathrm{x},\mathrm{y}))]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}[\lambda \mathrm{y}\textsc{kussen}_*(\mathrm{x},\mathrm{y})(\mathrm{x}_0)]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}\textsc{kussen}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0)$	λ-conv
$hij_0 \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}.\mathrm{Y}(\mathrm{x}_0)$	T1
$vrouw\ van \rightsquigarrow \lambda \mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{y}))$	T1
$F_{7cn}(vrouw\ van, hij_0) \rightsquigarrow \lambda \mathcal{P}\lambda \mathrm{x}\mathcal{P}(\lambda \mathrm{y}\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{y}))(\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_1))$	T7cn
$= \lambda \mathrm{x}[\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{x}_0)(\lambda \mathrm{y}\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{y})]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}[\lambda \mathrm{y}\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{y})(\mathrm{x}_0)]$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0)$	λ-conv
$de \rightsquigarrow \lambda \mathrm{Y}[\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota x(\mathrm{Y}(\mathrm{x})))]$	T1
$F_3(de,\ vrouw\ van\ hem_0 \rightsquigarrow$	
$\lambda \mathrm{Y}[\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota x(\mathrm{Y}(\mathrm{x})))](\lambda \mathrm{x}\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0))$	T4
$\lambda \mathrm{Y}[\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota x(\mathrm{Y}(\mathrm{x})))](\lambda \mathrm{y}\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{y},\mathrm{x}_0))$	alf.var.
$\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota x(\lambda \mathrm{y}\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{y},\mathrm{x}_0)(\mathrm{x})))$	λ-conv
$\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota x(\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0)))$	λ-conv
$F_1(de\ vrouw\ van\ hem_0, kussen\ hem_0) \rightsquigarrow$	
$\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\iota x\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0))(\lambda \mathrm{x}\textsc{kussen}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0))$	T2
$= \lambda \mathrm{x}.\textsc{kussen}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0)(\iota x\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0))$	λ-conv
$= \textsc{kussen}_*(\iota x\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0),\mathrm{x}_0)$	λ-conv
$Jan \rightsquigarrow \lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j})$	T1
$F_{7,0}(Jan, de\ vrouw\ van\ hem_0\ kust\ hem_0) \rightsquigarrow$	
$\lambda \mathrm{X}.\mathrm{X}(\mathrm{j})(\lambda \mathrm{x}_0\textsc{kussen}_*(\iota x\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0),\mathrm{x}_0))$	T8,0
$= \lambda \mathrm{x}_0\textsc{kussen}_*(\iota x\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{x}_0),\mathrm{x}_0))(\mathrm{j})$	λ-conv
$= \textsc{kussen}_*(\iota x\textsc{vrouw\_van}_*(\mathrm{x},\mathrm{j}),\mathrm{j}))$	λ-conv

9.

§ 3.7

10.

11.

12. § 3.8

13.

14.

15.

16.

17.
Syntaxis: [[Een onnozele][[elke vis][hij$_2$ denkt dat hij$_7$ wandelt]]].

$hij_7 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_7)$	T5
$wandelen \rightsquigarrow \textsc{wandelen}$	T1
$F_1(hij_7,\ wandelen) \rightsquigarrow \lambda X.X(x_7)(\textsc{wandelen})$	T2
$= \textsc{wandelen}(x_7)$	λ-conv
$dat \rightsquigarrow \lambda p.p$	T1
$F_{25}(dat,\ hij\ wandelen) \rightsquigarrow \lambda p.p(\textsc{wandelen}(x_7))$	T25
$= \textsc{wandelen}(x_7)$	λ-conv
$denken \rightsquigarrow \textsc{denken}$	T1
$F_{11}(denken,\ dat\ hij_7\ wandelen) \rightsquigarrow \textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x_7))$	T15
$hij_2 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_2)$	T5
$F_1(hij_2,\ denken\ dat\ hij_7\ wandelen) \rightsquigarrow$	
$\lambda X.X(x_2)(\textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x_7)))$	T2
$= \textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x_7))(x_2)$	λ-conv
$elke\ vis \rightsquigarrow \lambda X \forall x[\textsc{vis}(x) \rightarrow X(x)]$	T3
$F_{7,7}(elke\ vis,\ hij_2\ denken\ dat\ hij_7\ wandelen) \rightsquigarrow$	
$\lambda X \forall x[\textsc{vis}(x) \rightarrow X(x)](\lambda x_7.\textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x_7))(x_2))$	T8,7
$= \forall x[\textsc{vis}(x) \rightarrow \lambda x_7.\textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x_7))(x_2)(x)]$	λ-conv
$= \forall x[\textsc{vis}(x) \rightarrow \textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x))(x_2)]$	λ-conv
$onnozele \rightsquigarrow \textsc{onnozele}$	T1
$een \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists y[Y(y) \wedge X(y)]$	T1
$F_4(een,\ onnozele) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists y[Y(y) \wedge X(y)](\textsc{onnozele})$	T5
$= \lambda X \exists y[\textsc{onnozele}(y) \wedge X(y)]$	λ-conv
$F_{7,2}(een\ onnozele,\ hij\ denken\ dat\ elke\ vis\ wandelt) \rightsquigarrow$	
$\lambda X \exists y[\textsc{onnozele}(y) \wedge X(y)](\lambda x_2.\forall x[\textsc{vis}(x) \rightarrow \textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x))(x_2)])$	T8,2
$= \exists y[\textsc{onnozele}(y) \wedge \lambda x_2.\forall x[\textsc{vis}(x) \rightarrow \textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x))(x_2)](y)]$	λ-conv
$= \exists y[\textsc{onnozele}(y) \wedge \forall x[\textsc{vis}(x) \rightarrow \textsc{denken}(\textsc{wandelen}(x))(y)]]$	λ-conv
$= \exists y[\textsc{onnozele}(y) \wedge \forall x[\textsc{vis}(x) \rightarrow \textsc{denken}(y, \textsc{wandelen}(x))]]$	NC1

18.

19.

20.
Syntaxis: [[Geen computer] [is [betrouwbaar of geluidloos]]]

$betrouwbaar \rightsquigarrow \textsc{bet}$	T1
$geluidloos \rightsquigarrow \textsc{gel}$	T1
$F_9(betrouwbaar,\ geluidloos) \rightsquigarrow \lambda x(\textsc{bet}(x) \vee \textsc{gel}(x))$	T12
$F_{PN}(betrouwbaar\ of\ geluidloos) \rightsquigarrow$	

$\lambda Y\lambda X\exists y[Y(y) \wedge X(y)](\lambda x(\textsc{bet}(x) \vee \textsc{gel}(x)))$	T_{PN}
$= \lambda X\exists y[\lambda x(\textsc{bet}(x) \vee \textsc{gel}(x))(y) \wedge X(y)]$	λ-conv
$= \lambda X\exists y[(\textsc{bet}(y) \vee \textsc{gel}(y)) \wedge X(y)]$	λ-conv
zijn $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y(x = y))$	T1
F_6(*zijn, betrouwbaar of geluidloos*) $\rightsquigarrow$	
$\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y(x = y))(\lambda X\exists y[(\textsc{bet}(y) \vee \textsc{gel}(y)) \wedge X(y)])$	T7
$= \lambda x[\lambda X\exists y[(\textsc{bet}(y) \vee \textsc{gel}(y)) \wedge X(y)](\lambda y(x = y))]$	λ-conv
$= \lambda u[\lambda X\exists y[(\textsc{bet}(y) \vee \textsc{gel}(y)) \wedge X(y)](\lambda v(u = v))]$	alf.variantie
$= \lambda u\exists y[(\textsc{bet}(y) \vee \textsc{gel}(y)) \wedge \lambda v(u = v)(y)]$	λ-conv
$= \lambda u\exists y[(\textsc{bet}(y) \vee \textsc{gel}(y)) \wedge u = y]$	λ-conv
$= \lambda u[\textsc{bet}(u) \vee \textsc{gel}(u)]$	pred.log
computer $\rightsquigarrow \textsc{comp}$	T1
geen $\rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\neg\exists x[Y(x) \wedge X(x)]$	T1
F_{geen}(*geen, computer*) $\rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\neg\exists x[Y(x) \wedge X(x)](\textsc{comp})$	$T_{\neg}$
$= \lambda X\neg\exists x[\textsc{comp}(x) \wedge X(x)]$	λ-conv
F_1(*geen computer, betrouwbaar of geluidloos zijn*)	
$\rightsquigarrow \lambda X\neg\exists x[\textsc{comp}(x) \wedge X(x)](\lambda u[\textsc{bet}(u) \vee \textsc{gel}(u)])$	T2
$= \neg\exists x[\textsc{comp}(x) \wedge \lambda u[\textsc{bet}(u) \vee \textsc{gel}(u)](x)]$	λ-conv
$= \neg\exists x[\textsc{comp}(x) \wedge (\textsc{bet}(x) \vee \textsc{gel}(x))]$	λ-conv

21.
Syntaxis: [[Een vrouw] [[hij$_2$ wandelt] en [hij$_2$ [kust Jan] niet]]]

wandelen $\rightsquigarrow \textsc{wandelen}$	T1
hij$_2$ $\rightsquigarrow \lambda X.X(x_2)$	T1
F_1(*hij*$_2$, *wandelen*) $\rightsquigarrow \lambda X.X(x_2)(\textsc{wandelen})$	T2
$= \textsc{wandelen}(x_2)$	λ-conv
kussen $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{kussen}_*(y)(x))$	T1
Jan $\rightsquigarrow \lambda X.X(j)$	T1
F_6(*kussen, Jan*) $\rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}(\lambda y.\textsc{kussen}_*(y)(x))(\lambda X.X(j))$	T7
$= \lambda x[\lambda X.X(j)(\lambda y.\textsc{kussen}_*(y)(x))]$	λ-conv
$= \lambda x[\lambda y.\textsc{kussen}_*(y)(x)(j)]$	λ-conv
$= \lambda x.\textsc{kussen}_*(j)(x)$	λ-conv
F_{10}(*hij*$_2$, *kussen Jan*) $\rightsquigarrow \neg[\lambda Y.Y(x_2)(\lambda x.\textsc{kussen}_*(j)(x))]$	T14
$= \neg[\lambda x.\textsc{kussen}_*(j)(x)(x_2)]$	λ-conv
$= \neg\textsc{kussen}_*(j)(x_2)$	λ-conv
F_8(*hij*$_2$*wandelt*, *hij*$_2$*kust Jan*) $\rightsquigarrow$	
$\textsc{wandelen}(x_2) \wedge \neg\textsc{kussen}_*(j)(x_2)$	T9
vrouw $\rightsquigarrow \textsc{vrouw}$	T1
een $\rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists x[Y(x) \wedge X(x)]$	T1
F_4(*een, vrouw*) $\rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\exists x[Y(x) \wedge X(x)](\textsc{vrouw})$	T5
$= \lambda X\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)]$	λ-conv
$F_{7,2}$(*een vrouw*, *hij*$_2$*wandelt en hij*$_2$*kust Jan niet*) $\rightsquigarrow$	
$\lambda X\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge X(x)](\lambda x_2[\textsc{wandelen}(x_2) \wedge \neg\textsc{kussen}_*(j)(x_2)])$	T8,2
$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \lambda x_2[\textsc{wandelen}(x_2) \wedge \neg\textsc{kussen}_*(j)(x_2)](x)]$	λ-conv
$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{wandelen}(x) \wedge \neg\textsc{kussen}_*(j)(x)]$	λ-conv

§ 3.9

22.

23.

Syntaxis: [Kees [hij$_0$ [werkt [aan [zijn boek]]]]]

$\textit{boek} \rightsquigarrow \textsc{boek}$	T1
$\textit{zijn} \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X.X(\iota x(Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0)))$	T1
$F_{zijn}(\textit{zijn,boek}) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X.X(\iota x(Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0)))(\textsc{boek})$	T_{zijn}
$= \lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0)))$	λ-conv
$\textit{aan} \rightsquigarrow \textsc{aan}$	T1
$F_{PP}(\textit{aan, zijn boek}) \rightsquigarrow \textsc{aan}(\lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0))))$	T_{PP}
$\textit{werken} \rightsquigarrow \textsc{werken}$	T1
$F_{VP}(\textit{aan zijn boek, werken}) \rightsquigarrow$	
$\textsc{aan}(\lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0))))(\textsc{werken})$	T_{VP}
$= \textsc{aan}(\lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0))))(\textsc{werken})$	λ-conv
$\textit{hij}_0 \rightsquigarrow \lambda X.X(x_0)$	T1
$F_1(\textit{hij}_0, \textit{aan zijn boek werken})$	
$\rightsquigarrow \lambda X.X(x_0)(\textsc{aan}(\lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0))))(\textsc{werken}))$	T2
$= \textsc{aan}(\lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0))))(\textsc{werken})(x_0)$	λ-conv
$\textit{Kees} \rightsquigarrow \lambda X.X(k)$	T1
$F_{7,0}(\textit{Kees, hij}_0 \textit{werkt aan zijn boek}) \rightsquigarrow$	
$\lambda X.X(k)(\lambda x_0(\textsc{aan}(\lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0))))(\textsc{werken})(x_0)))$	T8,0
$= \lambda x_0(\textsc{aan}(\lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0))))(\textsc{werken})(x_0))(k)$	λ-conv
$= \textsc{aan}(\lambda X.X(\iota x(\textsc{boek}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, k))))(\textsc{werken})(k)$	λ-conv

Hier houdt de afleiding op. *Aan* behoort niet tot de extensionele voorzetsels en MP 8 is derhalve niet van toepassing. Binnen de afspraken van Hoofdstuk 3 drukt *aan* een relatie uit tussen een individu, een eigenschap en een kwantor.

24.

25.

26.

Syntaxis: [[Niet [alle computers]] [staan [bij Staffhorst]]]

$\textit{Staffhorst} \rightsquigarrow \lambda X.X(s)$	T1
$\textit{bij} \rightsquigarrow \lambda \mathcal{P} \lambda Y \lambda z[\mathcal{P}(\lambda y[\textsc{bij}_*(y)(Y)(z)])]$	T1
$F_{PP}(\textit{bij, Staffhorst}) \rightsquigarrow \lambda \mathcal{P} \lambda Y \lambda z[\mathcal{P}(\lambda y[\textsc{bij}_*(y)(Y)(z)])](\lambda X.X(s))$	T_{PP}
$= \lambda Y \lambda z[\lambda X.X(s)(\lambda y[\textsc{bij}_*(y)(Y)(z)])]$	λ-conv
$= \lambda Y \lambda z[\lambda y[\textsc{bij}_*(y)(Y)(z)](s)]$	λ-conv
$= \lambda Y \lambda z[\textsc{bij}_*(s)(Y)(z)]$	λ-conv
$\textit{staan} \rightsquigarrow \textsc{staan}$	T1
$F_{VP}(\textit{bij Staffhorst, staan}) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda z[\textsc{bij}_*(s)(Y)(z)](\textsc{staan})$	T_{VP}
$= \lambda z[\textsc{bij}_*(s)(\textsc{staan})(z)]$	λ-conv
$\textit{computer} \rightsquigarrow \textsc{comp}$	T1
$\textit{alle} \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \forall x[Y(x) \rightarrow X(x)]$	T1
$F_{2a}(\textit{alle, computers}) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \forall x[Y(x) \rightarrow X(x)](\textsc{comp})$	T_{3a}
$= \lambda X \forall x[\textsc{comp}(x) \rightarrow X(x)]$	λ-conv

$F_{\neg}(\textit{niet}) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda Y\neg\mathcal{P}(Y)$ $\quad$ $T_{\neg}$
$F_{\neg a}(\textit{niet, alle computers}) \rightsquigarrow \lambda\mathcal{P}\lambda Y\neg\mathcal{P}(Y)(\lambda X\forall x[\textsc{comp}(x) \rightarrow X(x)])$ $\quad$ $T_{\neg a}$
$= \lambda Y\neg(\lambda X\forall x[\textsc{comp}(x) \rightarrow X(x)](Y))$ $\quad$ λ-conv
$= \lambda Y\neg\forall x[\textsc{comp}(x) \rightarrow Y(x)]$ $\quad$ λ-conv
$F_1(\textit{niet alle computers, staan bij Staffhorst})$
$\rightsquigarrow \lambda Y\neg\forall x[\textsc{comp}(x) \rightarrow Y(x)](\lambda z[\textsc{bij}_*(s)(\textsc{staan})(z)])$ $\quad$ T2
$= \neg\forall x[\textsc{comp}(x) \rightarrow \lambda z[\textsc{bij}_*(s)(\textsc{staan})(z)](x)]$ $\quad$ λ-conv
$= \neg\forall x[\textsc{comp}(x) \rightarrow \textsc{bij}_*(s)(\textsc{staan})(x)]$ $\quad$ λ-conv

§ 3.10

27.

§ 3.11
28. *Beatrix is de koningin* in termen van lift-operaties

koningin $\rightsquigarrow$ KONINGIN
iota(KONINGIN) $= \iota x\textsc{koningin}(x)$
lift$(\iota x\textsc{koningin}(x)) = \lambda X.X(\iota x\textsc{koningin}(x))$
$\textsc{zijn}(\lambda X.X(\iota x\textsc{koningin}(x))) = \lambda z(\iota x\textsc{koningin}(x) = z)$
Beatrix $\rightsquigarrow \lambda Y.Y(b)$
$\lambda Y.Y(b)(\lambda z(\iota x\textsc{koningin}(x) = z))$
$\lambda z(\iota x\textsc{koningin}(x) = z)(b)$
$\iota x\textsc{koningin}(x) = b$

29.

Hoofdstuk 4

1.
a. $[\![{}^{\vee}\textsc{kussen}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$. Een beetje flauw is het wel. Het kuiltje kan niet voor KUSSEN want dat werkwoord is niet van een $\langle s\ldots$-type. Er zou iets hebben kunnen staan als $[\![{}^{\vee\wedge}\textsc{kussen}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$. In dat geval zou het antwoord zijn:

$[\![{}^{\vee\wedge}\textsc{kussen}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g} =_i [\![{}^{\wedge}\textsc{kussen}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}(w_2)$
$=_h [\![\textsc{kussen}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}(w_2) =_a I(\textsc{kussen})(w_2)(w_2) =$

die functie k van $(\{1,0\})^{D^D}$ zodanig dat voor alle $d' \in D : k(d') =$ die functie h, zodat voor elke $d \in D, h(d) = 1$ desda $\langle d, d'\rangle \in I(\textsc{kussen})(w_2)$.

Lees hierover: Gamut II, pagina 88 bij de uitleg van Clause (ii) van Definition 4 van EL en ook pagina 124ff.

b. $[\![{}^{\wedge}d]\!]_{\mathbf{M}',w3,g} =$ die functie $h \in D_e^W$ zodat voor alle $w \in W : h(w) = [\![d]\!]_{\mathbf{M}',w,g} =$ I(d). Nota bene $h(w)(w_1) = h(w)(w_2) = \mathsf{b}$, en $h(w)(w_3) = \mathsf{d}$.

c. $[\![\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}_*(j,x)]]\!]_{\mathbf{M}',w1,g} = 1$
$\Leftrightarrow$ er is minstens een $d \in D$:
$\Leftrightarrow [\![\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{kussen}_*(j,x)]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[x/d]} = 1$
$\Leftrightarrow [\![\textsc{vrouw}(x)]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[x/d]} = 1$ en $[\![\textsc{kussen}_*(j,x)]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[x/d]} = 1$

$\Leftrightarrow [\![\textsc{vrouw}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]}([\![\mathrm{x}]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]}) = 1$ en $[\![\textsc{kussen}_*(\mathrm{j},\mathrm{x})]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]} = 1$
$\Leftrightarrow \mathrm{I}(\textsc{vrouw})(w_1)(d) = 1$ en $[\![\textsc{kussen}_*(\mathrm{j},\mathrm{x})]\!]_{\mathbf{M}',w1,g[\mathrm{x}/d]} = 1$
...
$\Leftrightarrow d \in \{\mathsf{a}\}$ en $\langle \mathrm{j}, d\rangle \in \emptyset$. Deze test leidt tot 0.

d. $[\![\textsc{zoeken}(^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})])(\mathrm{j})]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$
$\Leftrightarrow [\![\textsc{zoeken}(^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})])]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}([\![\mathrm{j}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g})$
$\Leftrightarrow [\![\textsc{zoeken}(^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})])]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}(\mathrm{I}(\mathrm{j})(w_2))$
$\Leftrightarrow [\![\textsc{zoeken}]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}([\![^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})])]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}(\mathrm{I}(\mathrm{j})(w_2))$
$\Leftrightarrow \mathrm{I}(\textsc{zoeken})(w_2)([\![^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})])]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}(\mathrm{I}(\mathrm{j})(w_2))$
$\Leftrightarrow (\mathrm{I}(\mathrm{j})(w_2)) \in \{d : \langle d, [\![^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})]]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}\rangle \in \mathrm{I}(\textsc{zoeken})(w_2)$
$\Leftrightarrow \langle \mathsf{c}, [\![^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})]]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}\rangle \in \{\langle \mathsf{b},\mathsf{a}\rangle, \langle \mathsf{c},\mathsf{b}\rangle, \langle \mathsf{a},\mathsf{a}\rangle, \langle \mathsf{c},\mathsf{a}\rangle\}$

Hier gaat het fout want er geldt: $[\![^\wedge\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})]]\!]_{\mathbf{M}',w2,g}$
$=$ die functie h zodat $\forall w \in \mathrm{W} : h(w) = [\![\lambda X\exists \mathrm{x}[\textsc{wandelen}(\mathrm{x}) \ \wedge\ ^\vee X(\mathrm{x})]]\!]_{\mathbf{M}',w,g}$

Er moet dus een voorziening komen die zegt dat de functie h mag worden toegepast op w_2. In dat geval wordt er gezocht naar een verzameling $^\vee X$ waarvan geldt dat er een $d \in \mathrm{D}$ zit die ook in de verzameling $\mathrm{I}(\mathrm{W})(w_2)$ zit, maar $\mathrm{I}(\mathrm{W})(w_2) = \emptyset$, dus daardoor is de zin onwaar in w_2.

e. $[\![^{\vee\wedge}\mathrm{W}(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w3,g} = [\![^\wedge\mathrm{W}(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w3,g}(w_3)$.
Nu geldt: $[\![^\wedge\mathrm{W}(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w3,g} =$ die functie $h \in \mathbf{D}_t^W$, zodat
voor alle $w' \in W : h(w') = [\![\mathrm{W}(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w',g}$.
Dit betekent dat $h(w_3) = [\![\mathrm{W}(\mathrm{m})]\!]_{\mathbf{M}',w_3,g} = \mathrm{I}(\mathrm{W})(w_3)(\mathrm{I}(\mathrm{m})(w_3)) = 1$.

2.

3.
$[\![\Diamond\mathrm{V}(\mathrm{d})]\!]_{M,w2,g} = 1 \Leftrightarrow_g$
er is een w$'$ $\in$W:
$[\![\mathrm{V}(\mathrm{d})]\!]_{M,w',g} = 1 \Leftrightarrow_b$
$[\![\mathrm{V}]\!]_{M,w',g}([\![\mathrm{d}]\!]_{M,w',g}) = 1 \Leftrightarrow_a$
$\mathrm{I}(\mathrm{V})(w')(\mathrm{I}(\mathrm{d})(w')) = 1$

Test: $\mathrm{I}(\mathrm{V})(w_1) = \mathrm{I}(\mathrm{E})(w_2) = \{\mathsf{a}\}$, $\mathrm{I}(\mathrm{V})(w_3) = \{\mathsf{a},\mathsf{d}\}$. Voor de eerste twee werelden geldt $\mathsf{d} \notin \mathrm{I}(\mathrm{V})$, voor wereld 3 geldt echter $\mathsf{d} \in \mathrm{I}(\mathrm{V})$. Daarmee voldoet de uitspraak (i) aan de gestelde eis en zij is onwaar.

4.
$[\![\Box\textsc{echtgenote}_*(\mathrm{b})(\mathrm{m})]\!]_{M,w1,g} = 1 \Leftrightarrow_g$
voor alle w$'$ $\in$W:
$[\![\mathrm{E}(\mathrm{b})(\mathrm{m})]\!]_{M,w',g} = 1 \Leftrightarrow_b$
$[\![\mathrm{E}(\mathrm{b})]\!]_{M,w',g}([\![\mathrm{m}]\!]_{M,w',g}) = 1 \Leftrightarrow_b$
$([\![\mathrm{E}]\!]_{M,w',g}([\![\mathrm{b}]\!]_{M,w',g}))([\![\mathrm{m}]\!]_{M,w',g}) = 1 \Leftrightarrow_a$
$(\mathrm{I}(\mathrm{E})(w')(\mathrm{I}(\mathrm{b})(w'))(\mathrm{I}(\mathrm{m})(w')) = 1$

Nu geldt voor alle w' : $\mathrm{I}(\mathrm{m})(w') = \mathsf{a}$. Maar ook geldt: $\mathsf{a} \in \mathrm{I}(\mathrm{E})(w')(\mathrm{I}(\mathrm{b})(w')) \Leftrightarrow \mathsf{a} \in \{d : \langle d, \mathsf{b}\rangle \in \mathrm{I}(\mathrm{E})(w')\}$. Test: $\mathrm{I}(\mathrm{E})(w_1) = \mathrm{I}(\mathrm{E})(w_2) = \{\langle \mathsf{a},\mathsf{b}\rangle\}$, $\mathrm{I}(\mathrm{E})(w_3) =$

$\{\langle \mathsf{a}, \mathsf{c}\rangle, \langle \mathsf{d}, \mathsf{b}\rangle\}$. In het laatste geval voldoet de uitspraak (i) niet aan de gestelde eis. Zij is derhalve onwaar.

5.
Stel dat uitspraak (i) geldig is. Dan moet er een wereld $w \in W$ te vinden zijn waarvoor geldt: $[\![\mathrm{d} = \mathrm{x}]\!]_{\mathbf{M},w,g[\mathsf{x}/\mathsf{d}]} = 1$, d.w.z $[\![\Diamond(\mathrm{d} = \mathrm{x})]\!]_{\mathbf{M},w,g[\mathsf{x}/\mathsf{d}]} = 1$, en dus $[\![\exists \mathrm{x}\Diamond(\mathrm{d} = \mathrm{x})]\!]_{\mathbf{M},w,g} = 1$. In het model **M** is er zo'n wereld, nl. w_3. Dus is de uitspraak geldig. Zie ook Gamut p. 310 in (ciii)!

6.

Hoofdstuk 5

1.

2.

wandel- $\rightsquigarrow$ WANDELEN	T1
-aar $\rightsquigarrow \lambda X \lambda \mathrm{x}({}^{\vee}X(\mathrm{x}))$	T1
F_{30}(*-aar*, *wandel-*) $\rightsquigarrow \lambda X \lambda \mathrm{x}({}^{\vee}X(\mathrm{x}))({}^{\wedge}\textsc{wandelen})$	T30
$= \lambda \mathrm{x}({}^{\vee\wedge}\textsc{wandelen}(\mathrm{x}))$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}(\textsc{wandelen}(\mathrm{x}))$	${}^{\vee\wedge}$-elim
-ster $\rightsquigarrow \lambda X \lambda \mathrm{x}(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x}))$	T1
F_{31}(*-ster*, *wandelaar-*) $\rightsquigarrow \lambda X \lambda \mathrm{x}(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge {}^{\vee}X(\mathrm{x}))({}^{\wedge}\textsc{wandelen})$	T31
$= \lambda \mathrm{x}(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge^{\vee\wedge} \textsc{wandelen}(\mathrm{x}))$	λ-conv
$= \lambda \mathrm{x}(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{x}))$	${}^{\vee\wedge}$-elim
een $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists \mathrm{y}[{}^{\vee}Y(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})]$	T1
F_4(*een*, *wandelaarster*) $\rightsquigarrow$	
$\lambda Y \lambda X \exists \mathrm{y}[{}^{\vee}Y(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})]({}^{\wedge}\lambda \mathrm{x}(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{x})))$	T5
$= \lambda X \exists \mathrm{y}[{}^{\vee\wedge}\lambda \mathrm{x}(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{x}))(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})]$	λ-conv
$= \lambda X \exists \mathrm{x}[\lambda \mathrm{x}(\textsc{vrouw}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{x}))(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda X \exists \mathrm{y}[\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})]$	λ-conv
zoeken $\rightsquigarrow$ ZOEKEN	T1
F_6(zoeken, een wandelaarster) $\rightsquigarrow$	
$\textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{y}[\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})])$	T7
niemand $\rightsquigarrow \lambda X \neg \exists \mathrm{x}[\textsc{mens}(\mathrm{x}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{x})]$	T1
F_1(niemand, zoeken een wandelaarster) $\rightsquigarrow \lambda X \neg \exists \mathrm{x}[\textsc{mens}(\mathrm{x}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{x})]$	
$({}^{\wedge}\textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{y}[\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})]))$	T2
$\neg \exists \mathrm{x}[\textsc{mens}(\mathrm{x}) \wedge^{\vee\wedge} \textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{y}[\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})])(\mathrm{x})]$	λ-conv
$\neg \exists \mathrm{x}[\textsc{mens}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{zoeken}({}^{\wedge}\lambda X \exists \mathrm{y}[\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})])(\mathrm{x})]$	${}^{\vee\wedge}$-elim
$\neg \exists \mathrm{x}[\textsc{mens}(\mathrm{x}) \wedge \textsc{zoeken}(\mathrm{x}, {}^{\wedge} \lambda X \exists \mathrm{y}[\textsc{vrouw}(\mathrm{y}) \wedge \textsc{wandelen}(\mathrm{y}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{y})])]$	NC1

Hier houdt de afleiding op, omdat de laatste regel niet voldoet aan MP 4.

3.
Syntaxis: [Beatrix [is [geen koningin]]]

koningin $\rightsquigarrow$ KONINGIN	T1
geen $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \neg \exists \mathrm{x}[{}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{x})]$	T1
$\mathrm{F}_{\neg}$(*geen*, *koningin*) $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \neg \exists \mathrm{x}[{}^{\vee}Y(\mathrm{x}) \wedge^{\vee} X(\mathrm{x})]({}^{\wedge}\textsc{koningin})$	$\mathrm{T}_{\neg}$

$= \lambda X \neg\exists x[{}^{\vee\wedge}\textsc{koningin}(x) \wedge^{\vee} X(x)]$ λ-conv
$= \lambda X \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge^{\vee} X(x)]$ ${}^{\vee\wedge} -$ elim
$\textit{zijn} \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P} \lambda z^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda u(z = u))$ T1
$F_6(\textit{zijn}, \textit{geen koningin}) \rightsquigarrow$
$\lambda \mathbf{P} \lambda z^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda u(z = u))({}^{\wedge}\lambda X \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge^{\vee} X(x)])$ T7
$= \lambda z({}^{\vee\wedge}\lambda X \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge^{\vee} X(x)]({}^{\wedge}\lambda u(z = u)))$ λ-conv
$= \lambda z(\lambda X \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge^{\vee} X(x)]({}^{\wedge}\lambda u(z = u)))$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z(\neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge^{\vee\wedge} \lambda u(z = u)(x)])$ λ-conv
$= \lambda z(\neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge \lambda u(z = u)(x)])$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda z \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge z = x]$ λ-conv
$\textit{Beatrix} \rightsquigarrow \lambda X.^{\vee}X(b)$ T1
$F_1(\textit{Beatrix, zijn geen koningin}) \rightsquigarrow$
$\lambda X.^{\vee}X(b)({}^{\wedge}\lambda z \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge z = x])$ T2
$=^{\vee\wedge} \lambda z \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge z = x](b)$ λ-conv
$= \lambda z \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge z = x](b)$ ${}^{\vee\wedge} -$ elim
$= \neg\exists x[\textsc{koningin}(x) \wedge b = x]$ λ-conv

4.
Syntaxis: [[Mary] doesn't [love every man]]

$\textit{man} \rightsquigarrow \textsc{man}$ T1b
$\textit{every man} \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X\, \forall z[^{\vee} Y(z) \rightarrow {}^{\vee}X(z)]({}^{\wedge}\textsc{man})$ T3
$= \lambda X\, \forall z[{}^{\vee\wedge}\textsc{man}(z) \rightarrow {}^{\vee}X(z)]$ λ-conv
$= \lambda X\, \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow {}^{\vee}X(z)]$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$\textit{love} \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P} \lambda x^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda y.\textsc{love}_*(y)(x))$ T1
$F_6(\textit{love, every man}) \rightsquigarrow$
$\lambda \mathbf{P} \lambda x^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda y.\textsc{love}_*(y)(x))({}^{\wedge}\lambda X\, \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow {}^{\vee}X(z)])$ T7
$= \lambda x^{\vee\wedge}\lambda X\, \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow {}^{\vee}X(z)]({}^{\wedge}\lambda y.\textsc{love}_*(y)(x))$ λ-conv
$= \lambda x \lambda X\, \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow {}^{\vee}X(z)]({}^{\wedge}\lambda y.\textsc{love}_*(y)(x))$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \lambda x \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow {}^{\vee\wedge}\lambda y.\textsc{love}_*(y)(x)(z)]$ λ-conv
$= \lambda x \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow {}^{\vee\wedge}\textsc{love}_*(z)(x)]$ λ-conv
$= \lambda x \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow \textsc{love}_*(z)(x)]$ ${}^{\wedge\vee}$-elim
$\textit{Mary} \rightsquigarrow \lambda X.^{\vee}X(m)$ T1
$F_{10}(\textit{Mary, love every man}) \rightsquigarrow \neg(\lambda X.^{\vee}X(m)({}^{\wedge}\lambda x \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow \textsc{love}_*(z)(x)]))$ T14
$= \neg({}^{\vee\wedge}\lambda x \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow \textsc{love}_*(z)(x)](m))$ λ-conv
$= \neg\lambda x \forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow \textsc{love}_*(z)(x)](m)$ ${}^{\vee\wedge}$-elim
$= \neg\forall z[\textsc{man}(m) \rightarrow \textsc{love}_*(z)(m)]$ λ-conv
$= \neg\forall z[\textsc{man}(z) \rightarrow \textsc{love}_*(m, z)]$ NC1

5.

6.
Syntaxis: [[Een onnozele] [[elke vis][hij$_2$ [denkt [dat [hij$_7$ wandelt]]]]]]
$\textit{hij}_7 \rightsquigarrow \lambda X.^{\vee}X(x_7)$ T5
$\textit{wandelen} \rightsquigarrow \textsc{wandelen}$ T1
$F_1(\textit{hij}_7, \textit{wandelen}) \rightsquigarrow \lambda X.^{\vee}X(x_7)({}^{\wedge}\textsc{wandelen})$ T2
$= {}^{\vee\wedge}\textsc{wandelen}(x_7)$ λ-conv
$= \textsc{wandelen}(x_7)$ ${}^{\vee\wedge} -$ elim

$dat \rightsquigarrow \lambda p.{}^{\vee}p$ T1
$F_{25}(dat,\ hij\ wandelen) \rightsquigarrow \lambda p.{}^{\vee}p({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x_7))$ T25
$= {}^{\vee\wedge}\text{WANDELEN}(x_7)$ λ-conv
$= \text{WANDELEN}(x_7)$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$denken \rightsquigarrow \text{DENKEN}$ T1
$F_{11}(denken,\ dat\ hij_7\ wandelen) \rightsquigarrow \text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x_7))$ T15
$hij_2 \rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(x_2)$ T5
$F_1(hij_2,\ denken\ dat\ hij_7\ wandelen) \rightsquigarrow$
$\lambda X.{}^{\vee}X(x_2)({}^{\wedge}\text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x_7)))$ T2
$= {}^{\vee\wedge}\text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x_7))(x_2)$ λ-conv
$= \text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x_7)(x_2))$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$elke\ vis \rightsquigarrow \lambda X \forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow {}^{\vee}X(x)]$ T3
$F_{7,7}(elke\ vis,\ hij_2\ denken\ dat\ hij_7\ wandelen) \rightsquigarrow$
$\lambda X \forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow {}^{\vee}X(x)]({}^{\wedge}\lambda x_7.\text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x_7))(x_2))$ T8,7
$= \forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow {}^{\vee\wedge}\lambda x_7.\text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x_7))(x_2)(x)]$ λ-conv
$= \forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow \lambda x_7.\text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x_7))(x_2)(x)]$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$= \forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow \text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x))(x_2)]$ λ-conv
$onnozele \rightsquigarrow \text{ONNOZELE}$ T1
$een \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists y[{}^{\vee}Y(y) \wedge {}^{\vee}X(y)]$ T1
$F_4(een,\ onnozele) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists y[{}^{\vee}Y(y) \wedge {}^{\vee}X(y)]({}^{\wedge}\text{ONNOZELE})$ T5
$= \lambda X \exists y[{}^{\vee\wedge}\text{ONNOZELE}(y) \wedge {}^{\vee}X(y)]$ λ-conv
$= \lambda X \exists y[\text{ONNOZELE}(y) \wedge {}^{\vee}X(y)]$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$F_{7,2}(een\ onnozele,\ hij\ denken\ dat\ elke\ vis\ wandelt) \rightsquigarrow$
$\lambda X \exists y[\text{ONNOZELE}(y) \wedge {}^{\vee}X(y)]({}^{\wedge}\forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow \text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x))(x_2)])$ T8,2
$= \exists y[\text{ONNOZELE}(y) \wedge {}^{\vee\wedge}\forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow \text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x))(x_2)](y)]$ λ-conv
$= \exists y[\text{ONNOZELE}(y) \wedge \forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow \text{DENKEN}({}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x))(x_2)](y)]$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$= \exists y[\text{ONNOZELE}(y) \wedge \forall x[\text{VIS}(x) \rightarrow \text{DENKEN}(y, {}^{\wedge}\text{WANDELEN}(x))]]$ NC1

7.

8.

9.

10.

11.

Syntaxis: [[Jan] [hij$_0$ [kust [[hij$_0$ Poss] vrouw]]]]

$hij_0 \rightsquigarrow \lambda Z.{}^{\vee}Z(x_0)$ T1
$Poss \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P} \lambda Y \lambda X {}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda y \exists x[{}^{\vee}Y(x)\ \wedge\ \text{VAN}_*(x,y)\ \wedge\ {}^{\vee}X(x)])$ T1
$\text{F}_{Poss}(hij_0, Poss) \rightsquigarrow$
$\lambda \mathbf{P} \lambda Y \lambda X.{}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda y \exists x[{}^{\vee}Y(x)\ \wedge\ \text{VAN}_*(x,y)\ \wedge\ {}^{\vee}X(x)])({}^{\wedge}\lambda Z.{}^{\vee}Z(x_0))$ T_{Poss}
$= \lambda Y \lambda X.{}^{\vee\wedge}\lambda Z.{}^{\vee}Z(x_0)({}^{\wedge}\lambda y \exists x[{}^{\vee}Y(x)\ \wedge\ \text{VAN}_*(x,y)\ \wedge\ {}^{\vee}X(x)])$ λ – conv.
$= \lambda Y \lambda X.\lambda Z.{}^{\vee}Z(x_0)({}^{\wedge}\lambda y \exists x[{}^{\vee}Y(x)\ \wedge\ \text{VAN}_*(x,y)\ \wedge\ {}^{\vee}X(x)])$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$= \lambda Y \lambda X.{}^{\vee\wedge}\lambda y \exists x[{}^{\vee}Y(x)\ \wedge\ \text{VAN}_*(x,y)\ \wedge\ {}^{\vee}X(x)](x_0)$ λ – conv.
$= \lambda Y \lambda X.\lambda y \exists x[{}^{\vee}Y(x)\ \wedge\ \text{VAN}_*(x,y)\ \wedge\ {}^{\vee}X(x)](x_0)$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$= \lambda Y \lambda X \exists x[{}^{\vee}Y(x)\ \wedge\ \text{VAN}_*(x,x_0)\ \wedge\ {}^{\vee}X(x)]$ λ – conv.
$vrouw \rightsquigarrow \text{VROUW}$ T1
$F_4(zijn_0, vrouw) \rightsquigarrow$

$\lambda Y \lambda X \exists x[{}^{\vee}Y(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge {}^{\vee}X(x)]({}^{\wedge}\textsc{vrouw})$ T4′
$= \lambda X \exists x[{}^{\vee\wedge}\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge {}^{\vee}X(x)]$ λ – conv.
$= \lambda X \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge {}^{\vee}X(x)]$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$\textit{kussen} \rightsquigarrow \textsc{kussen}$ T1
$F_6(\textit{kussen}, \textit{zijn}_0\textit{vrouw}) \rightsquigarrow$
$\textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge {}^{\vee}X(x)])$ T7
$\textit{hij}_0 \rightsquigarrow \lambda Y.{}^{\vee}Y(x_0)$ T1
$F_1(\textit{hij}_0, \textit{kussen zijn vrouw}) \rightsquigarrow$
$\lambda Y.{}^{\vee}Y(x_0)({}^{\wedge}\textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge {}^{\vee}X(x)]))$ T2
$={}^{\vee\wedge} \textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge {}^{\vee}X(x)]))(x_0)$ λ – conv.
$= \textsc{kussen}({}^{\wedge}\lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge {}^{\vee}X(x)]))(x_0)$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$= \textsc{kussen}(x_0, {}^{\wedge}\lambda X.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge {}^{\vee}X(x)])$ NC1
$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge \textsc{kussen}_*(x_0, x)])$ NC2/Theorema 1
$F_{7,0}(\textit{Jan}, \textit{hij}_0\textit{kussen zijn}_0\textit{vrouw}) \rightsquigarrow$
$\lambda Y.{}^{\vee}Y(j)({}^{\wedge}\lambda x_0.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge \textsc{kussen}_*(x_0, x)])$ T8,0
$={}^{\vee\wedge} \lambda x_0.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge \textsc{kussen}_*(x_0, x)](j)$ λ – conv
$= \lambda x_0.\exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, x_0) \wedge \textsc{kussen}_*(x_0, x)](j)$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$= \exists x[\textsc{vrouw}(x) \wedge \textsc{van}_*(x, j) \wedge \textsc{kussen}_*(j, x)]$ λ – conv

12.
Syntaxis: [Beatrix [is [ziek of mooi]]]

$\textit{ziek} \rightsquigarrow \textsc{ziek}$ T1
$\Omega \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists x[{}^{\vee}Y(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]$ Def
$F_{PN}(\Omega, \textit{ziek}) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists x[{}^{\vee}Y(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]({}^{\wedge}\textsc{ziek})$ typelift
$= \lambda X \exists x[{}^{\vee\wedge}\textsc{ziek}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]$ λ-conv
$= \lambda X \exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]$ ${}^{\vee\wedge}$ – eliminatie
$\textit{mooi} \rightsquigarrow \textsc{mooi}$ T1
$\Omega \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists x[{}^{\vee}Y(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]$ Def
$F_{PN}(\Omega, \textit{ziek}) \rightsquigarrow \lambda Y \lambda X \exists x[{}^{\vee}Y(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]({}^{\wedge}\textsc{mooi})$ typelift
$= \lambda X \exists x[{}^{\vee\wedge}\textsc{mooi}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]$ λ-conv
$= \lambda X \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)]$ ${}^{\vee\wedge}$ – eliminatie
$F_9(\textit{ziek}, \textit{mooi}) \rightsquigarrow$
$\lambda Y[\lambda X \exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)](Y) \vee \lambda X \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge {}^{\vee}X(x)](Y)]$ T13
$= \lambda Y(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge {}^{\vee}Y(x)] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge {}^{\vee}Y(x)])$ λ-conv
$\textit{zijn} \rightsquigarrow \lambda \mathbf{P} \lambda z {}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda u(z = u))$ T1
$F_6(\textit{zijn}, \textit{ziek of mooi}) \rightsquigarrow$
$\lambda \mathbf{P} \lambda z {}^{\vee}\mathbf{P}({}^{\wedge}\lambda u(z = u))({}^{\wedge}\lambda Y(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge {}^{\vee}Y(x)] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge {}^{\vee}Y(x)]))$ T7
$= \lambda z {}^{\vee\wedge}\lambda Y(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge {}^{\vee}Y(x)] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge {}^{\vee}Y(x)])({}^{\wedge}\lambda u(z = u))$ λ-conv
$= \lambda z \lambda Y(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge {}^{\vee}Y(x)] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge {}^{\vee}Y(x)])({}^{\wedge}\lambda u(z = u))$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$= \lambda z(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge {}^{\vee\wedge} \lambda u(z = u)(x)] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge {}^{\vee\wedge} \lambda u(z = u)(x)])$ λ-conv
$= \lambda z(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge \lambda u(z = u)(x)] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge \lambda u(z = u)(x)])$ ${}^{\vee\wedge}$ – elim
$= \lambda z(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge z = x] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge z = x])$ λ-conv
$\textit{Beatrix} \rightsquigarrow \lambda X.{}^{\vee}X(b)$ T1
$F_1(\textit{Beatrix, zijn ziek of mooi}) \rightsquigarrow$
$\lambda X.{}^{\vee}X(b)({}^{\wedge}\lambda z(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge z = x] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge z = x]))$ T2
$={}^{\vee\wedge} \lambda z(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge z = x] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge z = x])(b)$ λ-conv

$= \lambda z(\exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge z = x] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge z = x])(b)$ $\quad {}^{\vee\wedge} -$ elim
$= \exists x[\textsc{ziek}(x) \wedge b = x] \vee \exists x[\textsc{mooi}(x) \wedge b = x]$ $\quad \lambda$-conv
$= \textsc{ziek}(b) \vee \textsc{mooi}(b)$ $\quad$ pred.log.

13.
$[\![\textsc{ziek}(b) \vee \textsc{mooi}(b)]\!]_{\mathbf{M}'',w_2,g} = 1 \Leftrightarrow_c$
$[\![\textsc{ziek}(b)]\!]_{\mathbf{M}'',w_2,g} = 1$ of $[\![\textsc{mooi}(b)]\!]_{\mathbf{M}'',w_2,g} = 1 \Leftrightarrow_b$
$[\![\textsc{ziek}]\!]_{\mathbf{M}_{27/2},w_2,g}([\![b]\!]_{\mathbf{M}'',w_2,g}) = 1$ of $[\![\textsc{mooi}]\!]_{\mathbf{M}'',w_2,g}([\![(b)]\!]_{\mathbf{M}'',w_2,g}) = 1 \Leftrightarrow_a$
$I(\textsc{ziek})(w_2)(I(b)(w_2)) = 1$ of $I(\textsc{mooi})(w_2)(I(b)(w_2)) = 1 \Leftrightarrow_{predlog}$
$\mathsf{b} \in \{\mathsf{a,c}\}$ of $\mathsf{b} \in \{\mathsf{b,c}\}$

Test: het eerste is niet waar, het tweede is waar, dus de zin is waar in w_2.

14.

15.

Hoofdstuk 6

1.
veranderen $\rightsquigarrow$ VERANDEREN $\quad$ T1
$hij_0 \rightsquigarrow \lambda U.{}^{\vee}U(x_0)$ $\quad$ T1
$F_1(hij_0, veranderen) \rightsquigarrow \lambda U.{}^{\vee}U(x_0)({}^{\wedge}\textsc{veranderen})$ $\quad$ T2
$={}^{\vee\wedge}\ \textsc{veranderen}(x_0)$ $\quad \lambda$conv
$= \textsc{veranderen}(x_0)$ $\quad {}^{\vee\wedge} -$ elim

De afleiding mag geen onderster aanbrengen, vanwege MP3. Het is ook logisch want je wil (i) kunnen gebruiken voor in-kwantificatie met *De temperatuur*.